Capítulo 2 – Métodos de localización.

2.1 Introducción.

Existen diversas técnicas que tratan de resolver el problema de la localización de robots móviles, los métodos presentados en este capitulo no necesitan utilizar sensores específicos de posicionamiento como el GPS, por lo tanto estos métodos se pueden implementar utilizando sensores como cámaras de video, sonares, láser, o cualquier otro sensor que sea capaz de reconocer y distinguir cada una de las balizas (marcas colocadas en el entorno y cuya posición absoluta es conocida por el robot). A continuación se introduce al estudio de los métodos más populares para resolver el problema de la localización de robots autónomos.

2.2 Triangulación.

Esta técnica permite localizar al robot en un entorno restringido mediante el emplazamiento en el escenario de navegación de un determinado número de balizas (marcas) que pueden ser códigos de barras, faros infrarrojos, entre otros, cuya posición con respecto al ambiente son conocidas a priori.

Con esta técnica (x, y, θ) se calculan mediante el ángulo visible que forman las marcas o balizas desde la perspectiva del robot. Cuando se tienen datos perfectos bastan dos marcas para calcular las variables, pero en el mundo real tener datos perfectos no siempre es posible, por lo cual, se hace necesaria una tercera marca.

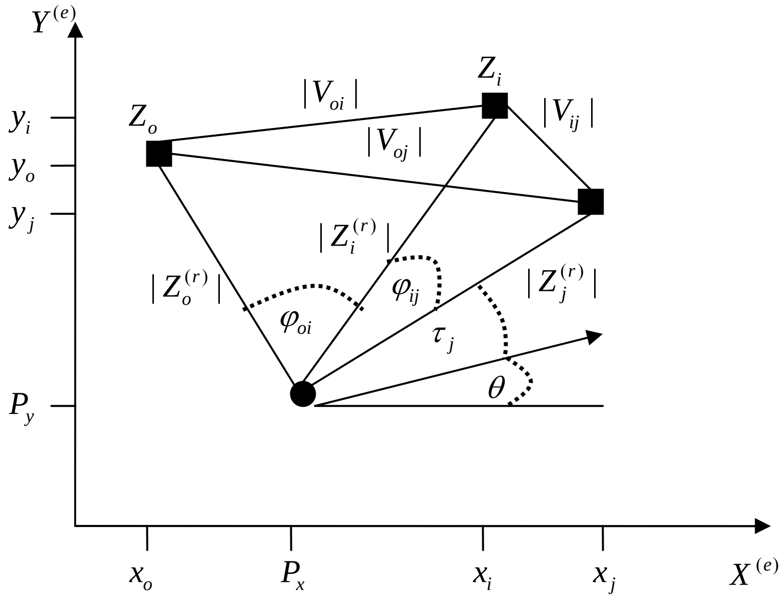

Figura 2.1 Triangulación

En la figura 2.1 se muestra un escenario en donde el robot detecta tres marcas denotadas por z_0, z_i, z_j, y de alguna manera se conocen los ángulos que se forman entre cada par de marcas.

Al aplicar ley de cosenos la relación entre dos marcas zi y zj puede ser escrita como:

$$|v_{ij}| = |z_i^{(r)}| + |z_j^{(r)}| - 2|z_i^{(r)}|\,|z_j^{(r)}|\cos\varphi_{ij}$$

Donde $|v_{ij}|$ es la distancia que conocemos a priori entre las marcas z_i y z_j, φ_{ij} es el ángulo visible entre z_i y z_j desde la posición del robot. $|z_i^{(r)}|$ y $|z_j^{(r)}|$ son las distancias no conocidas desde la posición del robot hasta las marcas z_i, z_j. El ángulo φ_{ij} puede ser expresado como $\varphi_{ij} = \tau_i - \tau_j$.

De esta forma es posible aplicar la ley de cosenos a todos los posibles conjuntos de dos marcas y obtener un sistema de ecuaciones que esta sobredeterminado y puede ser resuelto. Una vez encontradas las longitudes $|z_j^{(r)}|, \ldots, |z_n^{(r)}|$, es necesario resolver otro sistema de ecuaciones para encontrar la posición del robot $p=(p_x, p_y)$ este sistema esta expresado como: $|z_i^{(r)}|^2 = (x_i - p_x)^2 + (y_i - p_y)^2$ para $i = 0,\ldots,n$, donde x_i , y_i son las coordenadas de $z_i^{(r)}$. Una vez estimado el vector p, nosotros podemos estimar θ a través de resolver $z_i^{(r)} = z_i^{(e)} - p$, para algún i y entonces $\theta = \angle\ (z_i^{(r)}, x^{(e)}) - \tau_i$.

Desarrollando esta idea basada en la figura 2, al aplicar ley de cosenos obtenemos tres ecuaciones.

$$|v_{0i}| = |z_0^{(r)}| + |z_i^{(r)}| - 2|z_0^{(r)}|\,|z_j^{(r)}|\cos\varphi_{i0}$$

$$|v_{0j}| = |z_0^{(r)}| + |z_j^{(r)}| - 2|z_0^{(r)}|\,|z_j^{(r)}|\cos\varphi_{0j}$$

$$|v_{ij}| = |z_i^{(r)}| + |z_j^{(r)}| - 2|z_i^{(r)}|\,|z_j^{(r)}|\cos\varphi_{ij}$$

Podemos resolver este sistema de ecuaciones para encontrar las distancias no conocidas del robot hacia las marcas, en otras palabras podemos encontrar $|z_0^{(r)}|$, $|z_i^{(r)}|$, $|z_i^{(r)}|$. Ahora podemos expresar las coordenadas de la posición $p=(p_x, p_y)$ en función de las distancias conocidas $|z_0^{(r)}|$, $|z_i^{(r)}|$, $|z_i^{(r)}|$ y las coordenadas (x,y) de las marcas. Así podemos obtener otro sistema de ecuaciones.

$$|z_0^{(r)}|^2 = (x_0 - p_x)^2 + (y_0 - p_y)^2$$

$$|z_i^{(r)}|^2 = (x_i - p_x)^2 + (y_i - p_y)^2$$

$$|z_j^{(r)}|^2 = (x_j - p_x)^2 + (y_j - p_y)^2$$

Si sustraemos la segunda y tercera ecuación de la primera ahora obtenemos dos ecuaciones lineales con las variables no conocidas p_x y p_y.

$$|z_0^{(r)}|^2 - |z_i^{(r)}|^2 = x_0^2 - x_i^2 + 2p_x(x_i - x_0) + y_0^2 - y_i^2 + 2p_y(y_i - y_0)$$

$$|z_0^{(r)}|^2 - |z_j^{(r)}|^2 = x_0^2 - x_j^2 + 2p_x(x_j - x_0) + y_0^2 - y_j^2 + 2p_y(y_j - y_0)$$

Finalmente, ahora podemos resolver este sistema para p_x y p_y, de esta manera podemos estimar la posición del robot $p=(p_x, p_y)$. Una explicación mas detallada puede ser encontrada en [19].

2.3 Trilateración.

Trilateración es un método para determinar la posición de un robot basada en la distancia existente entre dicho robot y las marcas colocadas en el ambiente en posiciones conocidas. Éste método no sólo se utiliza en robótica, también en cinemática, aeronáutica, graficación por computadora, entre otras.

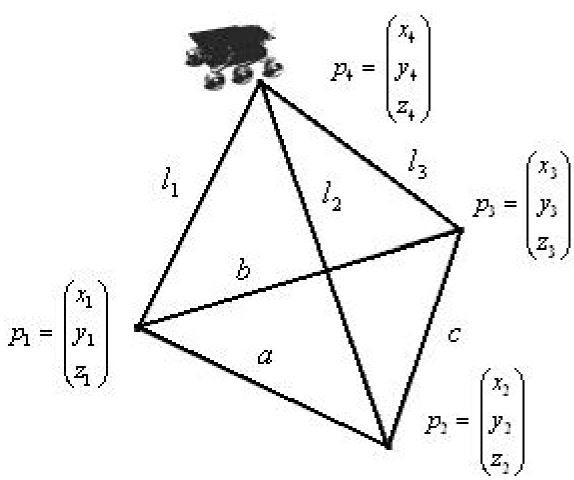

Figura 2.2 Trilateración.

La localización a través de trilateración, puede ser expresado como el problema de encontrar la intersección de tres esferas. Matemáticamente puede ser visto de la siguiente manera:

$$(x - x_1)^2 + (y - y_1)^2 + (z - z_1)^2 = l_1^2$$
$$(x - x_2)^2 + (y - y_2)^2 + (z - z_2)^2 = l_2^2$$
$$(x - x_3)^2 + (y - y_3)^2 + (z - z_3)^2 = l_3^2$$

Donde $p_i = (x_i, y_i, z_i)$, $i = 1,2,3$ son las coordenadas de la marca i, y l_i es la distancia existente entre la posición del robot y la marca i.

El problema de intersección de tres esferas puede ser reducido a encontrar la intersección de una línea y una esfera. De esta forma el sistema presentado anteriormente puede ser simplificado y obtener un sistema de dos ecuaciones lineales cuya solución es una línea y una ecuación cuadrática. Este sistema se muestra a continuación.

$$(x - x_1)^2 + (y - y_1)^2 + (z - z_1)^2 = l_1^2$$
$$x_2\,(x - x_1)^2 + y_2\,(y - y_1)^2 + z_2\,(z - z_1)^2 = (l_1^2 - l_2^2 + a^2) / 2$$
$$x_2\,(x - x_1)^2 + y_2\,(y - y_1)^2 + z_2\,(z - z_1)^2 = (l_1^2 - l_3^2 + b^2) / 2$$

Donde $a = ||p_2 - p_1||$ y $b= ||p_3 - p_1||$

Al resolver el sistema de ecuaciones anterior, es posible encontrar la posición del robot.

Algunos trabajos relacionados en los que se puede encontrar información sobre este método son [8][16].

2.4 Scan Matching.

Esta técnica consiste en comparar las lecturas de los sensores con un mapa global del entorno pero sin utilizar marcas. El robot realiza una serie de mediciones con instrumentos específicos como láser o sonar, tras realizar movimientos de rotación y traslación el robot es capaz de saber su posición dentro del entorno. Esta técnica entra dentro del problema de estimar la posición de un robot conociendo la posición inicial ya que es necesario tener una estimación de la posición en la cual el robot inicia su actividad. Ésta posición inicial es representada como una distribución Gausiana y se actualiza con las lecturas de los sensores. La ventaja principal de este método es que se puede hacer una estimación muy precisa de la posición del robot de forma eficiente. El punto débil de esta técnica es que no es capaz de recuperarse de fallos considerables en la estimación de su pose, es decir, una vez que ocurre un fallo las siguientes estimaciones tendrán el mismo error [18].

2.5 Filtro de Kalman.

Es posible utilizar un filtro de Kalman debido a que el problema de localización corresponde a un problema de estimación de parámetros, que son los que definen la pose del robot, es decir su posición y su orientación dentro del ambiente. La teoría del control automático dice que el problema de estimación de parámetros se puede resolver en forma óptima utilizando el filtro de Kalman [9]. Sin embargo, en el contexto de la robótica móvil los supuestos de optimalidad del filtro de Kalman no se cumplen. El modelo de movimiento y el modelo de observación son normalmente no lineales, por lo cual el supuesto de linealidad no se cumple. Por otra parte el filtro de Kalman asume que las densidades de probabilidad correspondientes a los errores de ambos modelos son Gausianas, lo que tampoco se cumple normalmente [22][14].

Existe una mejora al filtro de Kalman tradicional llamado filtro de Kalman extendido, el cual permite tomar en cuenta las no-linealidades de los procesos al linealizarlos en torno a su punto de operación. A pesar de esto, este filtro todavía presenta algunos problemas, por ejemplo mantiene la hipótesis de Gausianidad y el cálculo es computacionalmente pesado.