

## CAPÍTULO 6 EXPERIENCIA COMPUTACIONAL

---

A continuación, se describen los experimentos realizados para analizar el desempeño del algoritmo GRASP implementado para obtener soluciones para el PLIDMC.

El algoritmo GRASP ha sido codificado en el lenguaje C++. Para resolver los subproblemas de flujo óptimo se utiliza el software Xpress™.

### INSTANCIAS

---

Las instancias utilizadas fueron generadas aleatoriamente de acuerdo al procedimiento estándar propuesto por Cornejuols [20] para el problema de localización de instalaciones capacitado. El procedimiento es el siguiente:

Si  $e_{ij}$  es la distancia euclídea entre el cliente  $i$  y el almacén  $j$ ; y  $e_{jk}$  es la distancia euclídea entre el almacén  $j$  y la planta  $k$ ; entonces, el costo de distribuir una unidad del producto  $l$  del almacén  $j$  al cliente  $i$  está dado por  $c_{ijl} = 10 \times e_{ij}$ ; asimismo, el costo de distribuir un producto desde la planta  $k$  al almacén  $j$  es  $d_{jkl} = 10 \times e_{jk}$ . Los costos generados son diez veces las distancias euclidianas entre las respectivas instalaciones.

Para la demanda  $a_{il}$  se utiliza una distribución  $U[10,50]$ . Las capacidades ( $V_j$ ,  $D_k$ ) se generan con una distribución  $U[10,160]$ . Los costos fijos de operación de las instalaciones se generan con las siguientes ecuaciones:

$$f_j := U[0,90] + U[100,10] \times V_j^{0.5} \quad \forall j \in J$$

$$g_k := U[0,90] + U[100,10] \times D_k^{0.5} \quad \forall k \in K$$

Además todas las capacidades están proporcionadas a la demanda, de tal forma que satisfacen:

$$r_j = \frac{\sum_j V_j}{\sum_i \sum_l a_{il}} \quad r_k = \frac{\sum_k D_k}{\sum_j \sum_k dem_{jk}}$$

Por medio de estos parámetros es posible generar instancias donde las capacidades de las instalaciones son proporcionales a la demanda. En este estudio se cumple que  $r_j = r_k$ , por ello se maneja un sólo parámetro  $r$ . Entonces, las capacidades  $V_j$  y  $D_k$ , generadas anteriormente, se modifican de la siguiente manera:

$$V_j := V_j \times \left( \frac{\sum_{l \in I} \sum_{l \in L} a_{il} \times r}{\sum_{j \in J} V_j} \right) \quad \forall j \in J$$

$$D_k := D_k \times \left( \frac{\sum_{j \in J} \sum_{l \in L} dem_{jl} \times r}{\sum_{k \in K} D_k} \right) \quad \forall k \in K$$

Por medio de este parámetro  $r$ , se controlan las capacidades generadas para las instalaciones. Para la propuesta se consideran los siguientes valores de  $r$ : 1.5, 3, 5 y 10. Por ejemplo, cuando  $r = 3$ , la suma de la capacidad de todas las instalaciones es el triple de toda la demanda de los clientes. Entonces, para cada uno de los valores de  $r$  se generan tres conjuntos de 22 instancias cada uno, uno para 1 producto, otro para 5 productos y el último conjunto para 10 productos.

En general, se tienen 264 instancias, las cuales varían en su tipo, expresado en términos del número de ubicaciones potenciales para las plantas, el número de ubicaciones potenciales para los almacenes y el número de clientes ( $|K| \times |J| \times |I|$ ). Además, como se mencionó anteriormente, las instancias también varían en la proporción de capacidad con respecto a la demanda.

## DESEMPEÑO DEL ALGORITMO

---

Los experimentos fueron realizados en una computadora con Windows XP™, con un procesador Intel Pentium 4 con una velocidad de procesamiento de 3.40 GHz, y una memoria RAM de 1 GB. Los resultados presentados corresponden a la mejor solución de 15 iteraciones del algoritmo. Para generar soluciones diversas, el valor inicial de  $\alpha$  es de 0.06 y se incrementa cada dos iteraciones en 0.06. En las instancias con un valor de  $r=1.5$ , no en todos los casos fue posible realizar las 15 iteraciones, ya que en algunos casos se agota la memoria, pero se presenta el mejor resultado obtenido.

Para evaluar la calidad de los resultados obtenidos por el método propuesto, los resultados obtenidos se han comparado con las soluciones óptimas o la mejor cota conocida para dicha instancia. Los valores óptimos fueron obtenidos usando el software Xpress™.

Se consideran tres medidas para el método propuesto: 1) la mejor solución obtenida, 2) la eficiencia, en términos del tiempo computacional requerido, 3) su robustez, medida en términos del porcentaje de desviación con respecto a la solución óptima.

Los resultados obtenidos por el heurístico propuesto se muestran en las tablas 6, 7 y 8. Todas las tablas tienen la misma estructura, el contenido de las columnas es el siguiente. La columna "PROB" muestra el tipo de instancia, describiéndolo por medio del número de ubicaciones potenciales para las plantas, el número de ubicaciones potenciales para los almacenes y el número de clientes. Asimismo la tabla está dividida en 4 bloques; uno para cada valor de  $r$ . Respectivamente cada bloque se divide en 5 columnas. La columna OPT muestra los valores de la solución óptima o la mejor cota conocida para cada instancia. En la siguiente columna CPU muestra el tiempo computacional requerido para

obtener la solución óptima, en segundos. La columna GRASP, muestra los resultados obtenidos por medio del algoritmo propuesto para cada una de las instancias, seguido de su respectivo tiempo en la columna CPU, también en segundos. Y por último, la columna GAP, muestra el porcentaje de la desviación de la solución obtenida con respecto a la solución óptima. Además, los últimos tres renglones de la tabla muestran la desviación mínima, la desviación máxima y el promedio de las desviaciones para cada conjunto de instancias.

Se presentan tres tablas; la Tabla 6 muestra los resultados para las instancias con un producto, la Tabla 7 muestra los resultados para instancias con cinco productos y la Tabla 8 muestra los resultados de instancias con diez productos.

En algunos casos no es posible obtener la solución óptima; por lo que, los valores en color rojo de la columna OPT, significa que no fue posible encontrar el valor óptimo, y es la mejor cota obtenida por Xpress™.

TABLA 1 COMPARACION ENTRE LOS VALORES ÓPTIMOS Y LOS RESULTADOS OBTENIDOS POR EL ALGORITMO GRASP: UN PRODUCTO

PROB <i>k, j, i</i>	r = 1.5					r = 3					r = 5					r = 10				
	OPT	CPU (s)	GRP	CPU (s)	GAP	OPT	CPU (s)	GRP	CPU (s)	GAP	OPT	CPU (s)	GRP	CPU (s)	GAP	OPT	CPU (s)	GRP	CPU (s)	GAP
10.3.30	11395.7	0.42	11395.7	0.20	0.000	11506.4	0.59	12327.9	0.80	7.140	6795.6	0.11	6795.6	0.97	0.000	9574.7	0.35	9574.7	0.33	0.000
10.3.40	12189.3	0.80	12189.3	0.22	0.000	11037.7	0.44	11037.7	0.88	0.000	14510.1	0.33	14510.1	0.88	0.000	13210	0.39	13210	0.39	0.000
10.3.50	21630.2	0.31	21630.2	0.39	0.000	16274.7	0.71	16614	1.05	2.085	17699.9	0.27	17699.9	0.97	0.000	15712.9	0.41	15712.9	0.39	0.000
10.5.15	7137	0.92	7137	1.11	0.000	5380.8	0.28	5380.8	1.19	0.000	5931.2	0.08	5931.2	1.13	0.000	5342.2	0.38	5342.2	0.36	0.000
10.5.20	8063	0.47	8063	0.75	0.000	4503.8	0.46	4503.8	1.31	0.000	5639.4	0.14	5639.4	1.28	0.000	4919.8	0.39	4919.8	0.35	0.000
10.5.30	9277.3	0.61	9277.3	0.39	0.000	9703.6	1.26	9902.4	1.16	2.049	10532.4	0.53	10532.4	1.19	0.000	8804.1	0.70	8804.1	0.34	0.000
10.7.10	4862.4	0.59	4901.2	0.41	0.798	3700.1	0.56	3700.1	1.58	0.000	2495.2	0.31	2495.2	1.39	0.000	3003.6	0.44	3003.6	0.34	0.000
10.7.15	7942.0	0.62	7942.0	2.70	0.000	6125	0.66	6457.4	1.56	5.427	5157.3	0.20	5157.3	1.58	0.000	3238.7	0.39	3238.7	0.39	0.000
10.7.20	8720.4	1.25	8720.4	4.05	0.000	5123.2	0.55	5123.2	1.67	0.000	6471.4	0.86	6471.4	1.44	0.000	5326.2	0.36	5326.2	0.35	0.000
10.10.10	7080.7	0.75	7112.6	2.17	0.452	3631.6	0.96	3631.6	1.81	0.000	3834.8	1.05	3851.8	1.63	0.443	2564.3	0.37	2564.3	0.37	0.000
10.10.15	6967.5	1.00	6967.5	1.73	0.000	5585.3	1.63	5585.3	1.83	0.000	5629.5	1.15	5629.5	1.91	0.000	4507.8	0.32	4507.8	0.53	0.000
15.3.30	13976.2	1.30	14011.1	0.66	0.249	10916.4	0.20	10916.4	1.47	0.000	8094.5	0.13	8094.5	1.47	0.000	11569.9	0.30	12058.2	0.30	4.22
15.3.40	14001.4	0.59	14001.4	0.42	0.000	12122.8	0.47	12122.8	1.20	0.000	10243.4	0.17	10243.4	1.48	0.000	10523.7	0.31	10523.7	0.59	0.000
15.3.50	17290.7	0.59	17290.7	0.80	0.000	16196.4	0.59	16393.5	1.55	1.217	15281.8	0.59	15281.8	1.80	0.000	13581.6	0.43	13581.6	0.39	0.000
15.5.15	6953.6	0.67	6953.6	0.63	0.000	5648	0.53	5648	1.67	0.000	6319.9	0.44	6558.1	1.80	3.769	4644.4	0.49	4644.4	0.64	0.000
15.5.20	10675.7	0.62	10675.7	1.33	0.000	7624.6	0.59	7624.6	1.74	0.000	7811.3	0.44	7853	1.67	0.535	6934.4	0.36	7000.6	0.35	0.955
15.5.30	12582.5	1.23	12671.8	7.95	0.710	9349.9	1.12	9644.3	1.97	3.149	8096.4	1.05	8096.4	1.69	0.000	6953.0	0.41	6953.0	0.33	0.000
15.7.10	4815	0.41	4815	0.66	0.000	3941.3	0.69	3941.3	1.75	0.000	3573.9	0.42	3573.9	1.84	0.000	3733	0.33	3733	0.34	0.000
15.7.15	8350.1	0.78	8483.8	0.70	1.602	3945	0.86	4074.8	2.16	3.291	5462.8	0.67	5518.7	1.99	1.024	4932.3	0.35	4932.3	0.69	0.000
15.7.20	9514.7	0.52	9606.6	0.92	0.966	8852.7	1.83	8852.7	2.19	0.000	5778.0	0.77	5921.7	1.92	2.486	6026.6	0.62	6226.5	0.44	3.318
15.10.10	6384.4	1.01	6384.4	0.56	0.000	3501.8	1.25	3501.8	2.13	0.000	3551.1	0.72	3551.1	2.09	0.000	3106.8	0.34	3106.8	0.33	0.000
15.10.15	8175.2	0.70	8191.6	1.36	0.201	6303.5	2.86	6303.5	2.75	0.000	4875.9	1.64	4875.9	2.22	0.000	4378.8	0.46	4378.8	0.43	0.000
MIN					0.00					0.00					0.00					0.00
MAX					1.60					7.14					3.77					4.22
PROMEDIO					0.869					1.107					0.375					0.386

TABLA 2 COMPARACION ENTRE LOS VALORES ÓPTIMOS Y LOS RESULTADOS OBTENIDOS POR EL ALGORITMO GRASP: CINCO PRODUCTOS

PROB <i>k, j, i</i>	r = 1.5					r = 3					r = 5					r = 10				
	OPT	CPU (s)	GRP	CPU (s)	GAP	OPT	CPU (s)	GRP	CPU (s)	GAP	OPT	CPU (s)	GRP	CPU (s)	GAP	OPT	CPU (s)	GRP	CPU (s)	GAP
10.3.30	48742.9	2.3	48967.5	0.97	0.461	39509.5	2.5	39509.5	0.406	0.000	37638.2	0.89	37638.2	0.78	0.000	38203.7	0.21	38203.7	0.35	0.000
10.3.40	58316.8	0.6	58518.8	1.06	0.346	44513.5	2.0	44513.5	0.422	0.000	42034.6	0.61	55335.5	1.36	31.643	42182.1	0.40	42182.1	0.48	0.000
10.3.50	51085.6	1.9	51086.7	2.89	0.002	55371.5	2.1	58869.8	0.578	6.318	60456.2	0.55	60456.2	1.27	0.000	59642.4	2.07	63169.3	0.53	5.913
10.5.15	28326.1	2.1	28326.1	2.45	0.000	19289.8	2.9	19289.9	0.907	0.001	18834.5	1.33	18834.5	1.73	0.000	18496.3	0.43	18496.3	0.52	0.000
10.5.20	30487.9	14771.9	30562.4	1.74	0.244	22899.4	0.4	22899.4	0.766	0.000	17310.4	0.34	17310.4	1.70	0.000	26096.7	1.14	26096.7	0.61	0.000
10.5.30	34994.0	3	35805.3	5.66	2.318	33482.7	2	33483.8	1.922	0.003	27524.1	2.89	27524.6	1.49	0.002	36075.1	0.40	38766.8	0.61	7.461
10.7.10	17967.0	1.7	17967.0	4.39	0.000	12949.1	3	12949.1	1.094	0.000	11144	2.53	11144	1.73	0.000	13785.9	0.41	13785.9	0.64	0.000
10.7.15	21066.4	14.5	21467.4	8.49	1.904	17164.8	3.7	17164.8	0.953	0.000	18710	1.11	18710	2.20	0.000	15621.4	2.34	15621.4	0.66	0.000
10.7.20	26452.4	27.9	26452.8	1.06	0.002	23822.9	7275.6	23865.2	2.297	0.178	17401.3	4.42	17401.3	1.97	0.000	25868.3	2.20	25868.3	0.83	0.000
10.10.10	18689.5	12.2	18689.5	888.54	0.000	9896.1	3.8	9896.1	1.953	0.000	14129.7	6.80	14159.8	2.05	0.213	11795	2.68	12451.8	0.88	5.568
10.10.15	23588.9	373.4	24347.5	30.56	3.216	15712.1	15.2	15712.5	2.078	0.002	16698.1	9.06	16698.1	3.28	0.000	19028	3.48	19028	0.99	0.000
15.3.30	51530.4	3.4	51530.4	2.19	0.000	38002.8	0.4	38002.8	0.750	0.000	38420.1	0.59	38420.1	1.95	0.000	32198.7	0.26	33476.0	0.66	3.967
15.3.40	53936.3	0.4	53936.3	0.53	0.000	49732.0	0.4	49733.1	0.937	0.002	39251.1	0.38	39251.1	1.59	0.000	45379.4	0.13	45379.4	0.66	0.000
15.3.50	74888.0	1.2	75227.0	1.39	0.453	61065.5	3.1	63268.7	1.032	3.608	48045.8	0.88	51168.9	2.30	6.500	52719	1.26	52719.0	0.68	0.000
15.5.15	24875.5	4.2	24990.6	1.83	0.463	21858.6	4.8	22178.7	1.016	1.464	20139.8	0.38	20139.8	1.95	0.000	21431.4	1.02	21431.4	0.69	0.000
15.5.20	27669.4	1.5	27785.1	2.78	0.418	22649.0	1.0	22668.3	1.265	0.085	26468.9	1.95	26468.9	2.02	0.000	22784.6	1.56	22824.7	0.92	0.176
15.5.30	40746.2	24	41843.7	2.70	2.694	40736.4	34.0	40789.7	1.594	0.131	28251.2	3.77	29539.6	2.00	4.560	39566.2	0.37	39566.2	0.73	0.000
15.7.10	20853.1	3.8	21173.6	8.85	1.537	14597.2	4.2	14597.2	1.312	0.000	10055	0.70	10055	2.74	0.000	11571.6	1.37	11571.6	1.04	0.000
15.7.15	27131.0	3.3	27244.9	25.33	0.420	18357.0	4.6	18416.5	2.625	0.324	18378.4	7.36	18378.4	2.44	0.000	19084	2.66	21578.7	0.90	7.50
15.7.20	27355.1	1.9	27556.9	4.83	0.738	21998.9	3.2	22426.2	2.125	1.943	18739.8	5.95	19471.4	2.91	3.904	19774.3	5.52	20291.3	0.99	2.61
15.10.10	14790.1	13.8	15060.9	5.63	1.831	13448.5	2.6	13917.1	1.829	3.485	12060.6	8.80	12277.0	2.97	1.794	12996.4	2.23	12996.4	1.08	0.00
15.10.15	22340.7	10.7	22340.7	14.50	0.000	18886.8	3	18886.8	2.719	0.000	14605.7	1.16	14771.1	4.13	1.133	13776.1	1.05	13776.1	1.09	0.000
MIN					0.00					0.00					0.00					0.00
MAX					3.22					6.32					31.64					7.50
PROMEDIO					0.775					0.797					2.261					1.509

TABLA 3 COMPARACION ENTRE EL VALOR ÓPTIMO Y EL RESULTADO OBTENIDO POR EL ALGORITMO GRASP: DIEZ PRODUCTOS

PROB <i>k, j, i</i>	r = 1.5					r = 3					r = 5					r = 10				
	OPT	CPU (s)	GRP	CPU (s)	GAP	OPT	CPU (s)	GRP	CPU (s)	GAP	OPT	CPU (s)	GRP	CPU (s)	GAP	OPT	CPU (s)	GRP	CPU (s)	GAP
10.3.30	110291.0	7.75	110299.7	1.88	0.008	79536.4	1.157	79536.4	0.562	0.000	73065.4	2.30	82364.7	1.22	12.727	62906.1	1.43	62906.1	1.27	0.000
10.3.40	93232.0	6.52	93232.1	1.53	0.000	87455.2	2.33	93924.2	1.047	7.397	77520.4	1.37	77520.0	1.33	0.000	91463.8	2.48	91463.8	1.56	0.000
10.3.50	118913.0	11.34	118920.7	1.53	0.007	115121.0	5.942	125773.3	1.859	9.253	85342.2	1.46	85342.2	1.44	0.000	103594	2.29	103594.4	1.45	0.000
10.5.15	49592.1	8029.9	49705.3	26.59	0.228	30780.5	3.643	32855.6	1.016	6.742	31278.1	2.78	33423.3	1.58	6.859	29520.1	2.51	29521.6	1.59	0.005
10.5.20	47313.2	7.42	49143.5	14.79	3.868	42188.3	1.798	42357.7	0.969	0.402	47524.5	4.50	47524.5	2.22	0.000	45575	0.83	45575	0.74	0.000
10.5.30	57516.0	8.86	57520.9	1.33	0.008	61921.5	0.359	61921.5	1.328	0.000	53996.0	4.92	53998.9	2.22	0.005	45785.9	1.13	45785.9	1.08	0.000
10.7.10	35363.1	6.28	35364.2	5.34	0.003	23303.4	4.519	23576.8	1.109	1.173	25695.2	4.94	25814.1	2.33	0.463	19981.6	4.44	21096	1.88	5.577
10.7.15	45920.9	31.77	46325.8	138.16	0.882	30626.4	11.99	30626.4	1.516	0.000	33116.5	5.70	33118.7	1.97	0.007	30187.6	1.77	30187.6	1.02	0.000
10.7.20	48565.3	26.61	48796.8	6.70	0.477	39008.3	30.57	39673.1	1.953	1.704	35627.8	11.70	35628.1	2.89	0.001	34158.5	1.16	34158.5	1.08	0.000
10.10.10	30684.8	211.94	33242.4	681.37	8.335	20413.6	2.969	20414.5	5.328	0.004	18033.9	1.19	18033.9	2.56	0.000	20576.3	96.80	20576.3	2.36	0.000
10.10.15	32822.3	38.88	35075.5	217.32	6.865	33331.2	8.721	34574.3	4.359	3.729	27314.1	22.51	28664.2	3.08	4.943	30754.7	8.10	30754.7	2.75	0.000
15.3.30	69333.9	2.02	69337.0	5.30	0.004	67515.6	1.376	67597.7	0.781	0.122	59254.4	1.28	59254.4	1.20	0.000	58859.5	0.93	61288.1	0.88	4.126
15.3.40	100057	4.42	100059.5	5.59	0.002	107790	5.395	107796.6	1.75	0.006	69437.4	2.97	69437.4	2.30	0.000	73725.1	3.29	77197.4	2.17	4.710
15.3.50	144539	10.27	154347.1	2.92	6.786	89799.1	1.879	94578.1	1.453	5.322	105946	9.22	105946	2.36	0.000	112549	1.39	112548.9	1.30	0.000
15.5.15	37515	8.44	37516	2.50	0.005	33328.3	2.298	33329.2	1.266	0.003	36493.3	4.00	36494.3	2.42	0.003	31695.7	2.95	31695.7	2.28	0.000
15.5.20	45843.1	45.06	45985.1	6.45	0.310	43553.8	2.721	43557.2	2.608	0.008	40003	2.67	40004.4	2.08	0.003	51415.8	5.24	53124.1	2.33	3.323
15.5.30	76653	2.24	81061.1	10.99	5.751	60001.0	5.52	60274.4	2.843	0.456	55660.4	11.47	55664.1	2.78	0.007	60197.6	0.77	60197.6	1.59	0.000
15.7.10	27260.6	13.60	27260.6	5.75	0.000	25094.7	4.3	26498.9	2.484	5.596	24472.1	3.30	24473.8	2.67	0.007	20458.2	1.86	20458.2	1.12	0.000
15.7.15	41562.5	9.71	41742.5	15.25	0.433	34995.2	13.56	35607.4	3.141	1.749	28055.2	8.42	28081.6	3.17	0.094	33546.3	14.16	34573.6	1.48	3.062
15.7.20	48939.8	35.71	49462.6	14.67	0.002	36048.3	11.26	36048.6	5.751	0.00	41280.6	5.42	43417.8	3.08	5.177	39243.9	8.63	39636.5	2.95	1.001
15.10.10	33337.0	6.80	33939.8	183.39	1.808	22253.3	15.22	23348.3	5.326	4.921	18128.1	13.83	18301.5	4.41	0.957	16136.1	1.75	16137.2	1.61	0.007
15.10.15	32471.3	18.69	33446.7	13.78	3.004	29866.5	5.955	29868.3	4.011	0.006	31313.9	7.06	31313.9	4.11	0.000	27153.6	2.17	27153.6	1.98	0.000
MIN					0.00					0.00					0.00					0.00
MAX					8.33					9.25					12.73					5.58
PROMEDIO					1.763					2.209					1.421					0.991

Como se puede observar, el algoritmo propuesto en un gran número de instancias obtiene la solución óptima. En el conjunto de instancias  $r=1.5$ , el algoritmo propuesto obtiene las soluciones óptimas en 23 (34.8%) de las 66 instancias. Para el mismo valor de  $r$ , el número de instancias que están por debajo del 1% de desviación son 53 (80.3%) de 66 instancias. En 59 (89.4%) de las 66 instancias la desviación está por debajo del 3%. En general, para este valor de  $r$  la desviación promedio con respecto al óptimo es de 0.92%. Por otro lado, los tiempos computacionales requeridos no son eficientes, ya que para 1 producto sólo en 9 (40.9%) de 22 instancias se reduce el tiempo con respecto al necesario por Xpress™ para obtener la solución óptima. Para las instancias con 5 productos en 7 (31.8%) de 22 instancias se reduce el tiempo con respecto al necesario por Xpress™ para obtener la solución óptima, y para instancias con 10 productos en 12 (54.5%) de 22 instancias se redujo el tiempo. Por ello, para trabajos futuros se puede proponer alguna forma de evaluar los entornos de la fase de mejora, de manera que no sea necesario utilizar el software Xpress™, ya que consume mucho tiempo computacional.

Para  $r=3$ , en 28 (42.4%) de 66 instancias se obtiene la solución óptima. En 44 (66.7%) de 66 instancias los resultados obtenidos están por debajo del 1% de desviación. Asimismo, 52 (78.8%) del total de instancias están por debajo del 3% de desviación. Su desviación promedio general con respecto al óptimo es de 1.37%. Evaluando con respecto a los tiempos de procesamiento, en las instancias con  $r=3$  y un producto, sólo en dos casos se reduce el tiempo con respecto al tiempo necesario para obtener la solución óptima con Xpress™. Para las instancias de cinco productos en 19 (86.4%) instancias de las 22 se obtienen resultados en tiempos más pequeños que los necesarios para obtener la solución óptima con Xpress™, y para las instancias de 10 productos en 20 (90.9%) instancias se reduce el tiempo con respecto al necesario para obtener la solución óptima.



Para  $r=5$ , en 39 (59.1%) de 66 instancias se obtiene la solución óptima. En 53 (80.3%) de 66 instancias están los resultados por debajo del 1% de desviación. Asimismo, en 57 (86.4%) de 66 instancias los resultados están por debajo del 3% de desviación. Su desviación promedio general con respecto al óptimo, es de 1.352%. Analizando con respecto a los tiempos de procesamiento, en las instancias con  $r=5$  y un producto, en ninguna instancia se reduce el tiempo con respecto al tiempo necesario para obtener la solución óptima con Xpress™. Para las instancias de cinco productos en 11 (50%) instancias de las 22 se obtienen resultados en tiempos más pequeños que los necesarios para obtener la solución óptima con Xpress™, y para las instancias de 10 productos en 21 (95.5%) instancias el tiempo requerido es menor que el necesario para obtener la solución óptima.

Por último, para  $r=10$ , en 48 (72.7%) de 66 instancias se obtiene la solución óptima. En 54 (81.8%) de 66 instancias los resultados están por debajo del 1% de desviación. Asimismo, en 55 (83.3%) del total de instancias los resultados están por debajo del 3% de desviación. Siendo su desviación promedio general con respecto al óptimo de 0.96%. Evaluando con respecto a los tiempos de procesamiento, en las instancias con  $r=10$  y un producto, sólo en dos casos se reduce el tiempo requerido por GRASP con respecto al tiempo necesario para obtener la solución óptima con Xpress™. Para las instancias de cinco productos en 15 (68.2%) instancias de las 22 se reduce el tiempo con respecto al necesario por Xpress™ para obtener los valores óptimos; en las instancias que no logró mejorar el tiempo, la desviación es muy pequeña. Para las instancias de 10 productos en 21 (95.5%) instancias el tiempo requerido es menor que el necesario para obtener la solución óptima con Xpress™.

De los resultados presentados se puede concluir:

1. En las instancias para 5 y 10 productos, con  $r=3$ ,  $r=5$  y  $r=10$ , se obtienen resultados de buena calidad con un tiempo computacional

razonable. En la gran mayoría de estas instancias, GRASP obtiene las soluciones óptimas en un menor tiempo que el necesario para obtener la solución óptima por medio de Xpress™.

2. Para las instancias que no fue posible obtener la solución óptima, el GRASP fue muy eficiente. El algoritmo se aproxima a la mejor cota, con un tiempo computacional mucho menor que el de la mejor cota.

3. Las instancias con el parámetro  $r=1.5$  son muy difíciles de resolver, sobre todo para los problemas de asignación única generados en el segundo nivel. Esto se refleja en los tiempos computacionales requeridos por el algoritmo GRASP. En muy pocos casos el tiempo del GRASP es menor que el tiempo necesario para obtener la solución óptima para la instancia evaluada.

4. Asimismo, en instancias para un producto, el algoritmo propuesto no es eficiente, porque los tiempos computacionales de los valores óptimos son menores.

5. Por último, a medida que aumenta el tamaño de las instancias el desempeño de GRASP en cuanto al tiempo requerido para obtener una solución factible es menor que aquel requerido por Xpress™ para obtener la solución óptima.

En conclusión, el algoritmo genera buenos resultados. Y en 155 de las 266 instancias se obtienen resultados en menor tiempo que los valores óptimos.