CAPÍTULO 3
DESCRIPCIÓN DEL PROBLEMA

El PLIDMC considera la siguiente situación. Dado un conjunto de clientes que demandan un conjunto de productos, se requiere determinar el diseño de un sistema de distribución. Dicho sistema opera con dos tipos de instalaciones, plantas productivas y almacenes. El esquema de distribución de los productos es el siguiente. Toda la demanda de un cierto producto para un cliente debe de ser surtida, en su totalidad, desde un sólo almacén. En este sentido, se dice que la asignación de la demanda de los clientes a los almacenes es única, para cada uno de los productos. Asimismo, los productos son distribuidos desde las plantas hasta los almacenes. Cualquier producto puede ser entregado desde cualquier planta hasta cualquier almacén, es decir, se considera asignación múltiple para los productos entre los almacenes y las plantas de producción.

Además, se tienen costos de distribución para cada uno de los productos, uno para la distribución de las plantas a los almacenes y otro para la distribución de los almacenes a los clientes. También, las instalaciones tienen un costo fijo por operación. Asimismo, la capacidad de cada instalación está restringida, y varía entre instalaciones del mismo tipo. El número de instalaciones por seleccionar no está limitado.

Se supone que: la demanda de los múltiples productos, las ubicaciones potenciales de almacenes y plantas, las capacidades de las instalaciones, los costos de distribución y operación, son datos conocidos.

En conjunto, el objetivo de este problema es seleccionar un conjunto de ubicaciones para los almacenes y otro para las plantas, cubriendo toda la demanda de los clientes, de tal manera que se minimicen los costos fijos de operación de las instalaciones, así como los costos de distribución para los múltiples productos en los dos niveles.

En la ilustración 1 se presenta un ejemplo del problema de manera gráfica. El ejemplo está compuesto de tres plantas, dos almacenes y tres clientes, para dos productos. Cada una de las líneas representa la distribución del respectivo producto, en cada nivel.

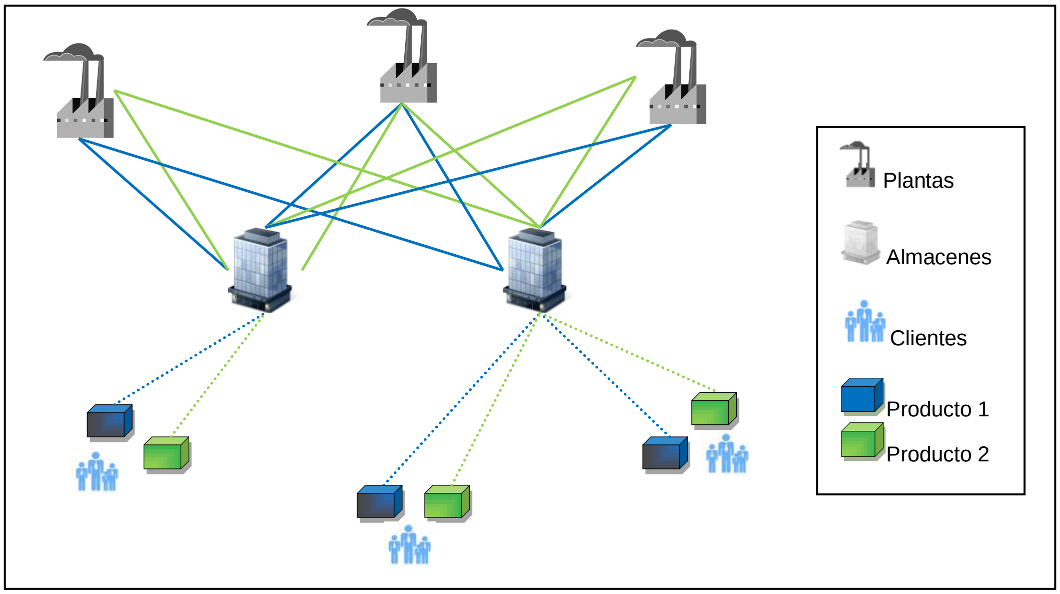

ILUSTRACIÓN 1 DIAGRAMA DEL PROBLEMA DE LOCALIZACIÓN DE PLANTAS Y ALMACENES EN DOS NIVELES.

Una vez que se han descrito las características que componen al PLIDMC, procederemos a presentar el modelo matemático propuesto para el PLIDMC.

FORMULACIÓN DEL MODELO

Sea I el conjunto de índices para los clientes, J el conjunto de índices para los almacenes, K el conjunto de índices para las plantas y L el conjunto de índices para los productos.

La tabla 2 contiene los parámetros del modelo:

TABLA 1 NOTACIÓN UTILIZADA EN EL MODELO MATEMÁTICO

c_{ijl}	Costo variable por distribuir una unidad del producto *l* del almacén *j* al cliente *i*.
d_{jkl}	Costo variable por distribuir una unidad del producto *l* de la planta *k* al almacén *j*, además incluye el costo de producir el producto *l* en la planta *k*.
f_k	Costo fijo de operación de una planta en la ubicación *k*.
g_j	Costo fijo de operación de un almacén en la ubicación *j*.
a_{il}	Demanda requerida del producto *l* para el cliente *i*
V_j	Capacidad máxima del almacén en la ubicación *j*.
D_k	Capacidad máxima de la planta en la ubicación *k*.

Se consideran las siguientes variables de decisión:

$$P_k = \begin{cases} 1 & \text{si se selecciona la ubicación para la planta } k \\ 0 & \text{otro caso} \end{cases}$$

$$Z_j = \begin{cases} 1 & \text{si se selecciona la ubicación para el almacén } j \\ 0 & \text{otro caso} \end{cases}$$

Y_{jkl} = número total de unidades del producto *l* transportadas desde la planta *k* al almacén *j*

$$X_{ijl} = \begin{cases} 1 & \text{si la demanda del cliente } i \text{ para el producto } l \text{ es satisfecha por el almacén } j \\ 0 & \text{otro caso} \end{cases}$$

El PLIDMC se puede formular de la siguiente manera:

$$MinZ = \sum_i \sum_j \sum_l a_{il} c_{ijl} X_{ijl} + \sum_j \sum_k \sum_l d_{jkl} Y_{jkl} + \sum_k f_k P_k + \sum_j g_j Z_j \qquad (1)$$

$Sujeto\ a$:

$$\sum_{j} X_{ijl} = 1 \qquad \forall i \in I, \forall l \in L \qquad (2)$$

$$\sum_{i} \sum_{l} a_{il} X_{ijl} \leq V_j \qquad \forall j \in J \qquad (3)$$

$$X_{ijl} \leq Z_j \qquad \forall i \in I, \forall j \in J, \forall l \in L \qquad (4)$$

$$\sum_{i} a_{il} X_{ijl} = \sum_{k} Y_{jkl} \qquad \forall j \in J, \forall l \in L \qquad (5)$$

$$\sum_{j} \sum_{l} Y_{jkl} \leq D_k P_k \qquad \forall k \in K \qquad (6)$$

$$X_{ijl}, P_k, Z_j = \{0,1\} \qquad \forall i \in I, \forall j \in J, \forall l \in L, \forall k \in K \qquad (7)$$

$$Y_{jkl} \geq 0 \qquad \forall j \in J, \forall k \in K, \forall l \in L \qquad (8)$$

Donde (1) es la función objetivo. El primer término representa los costos de distribución de los almacenes a los clientes. El segundo término es el costo de distribución de las plantas a los almacenes. Finalmente, el tercer y cuarto término se refieren a los costos fijos de operación de las plantas y los almacenes, respectivamente.

El conjunto de restricciones (2) asegura que toda la demanda de los clientes sea cubierta. El conjunto (3) representa las restricciones de capacidad de los almacenes. El conjunto de restricciones (4) asegura que los clientes sean asignados a los almacenes que pertenezcan al conjunto de ubicaciones seleccionadas. El conjunto de restricciones (5) asegura que la demanda asignada a los almacenes sea la misma cantidad de productos enviados por las plantas a los almacenes. El conjunto (6) representa las restricciones de capacidad para cada planta. El conjunto de restricciones (7) describe que las variables de decisión son binarias. Además, restringe a los almacenes a abastecer de fuente única para cada producto. Por último, las restricciones (8) aseguran la no negatividad en las variables del flujo de las plantas a los almacenes.

Como se mencionó en el capítulo 2, el modelo propuesto es una modificación del presentado en el artículo de Pirkul y Jayaraman [11], ya que los autores plantean un número fijo de instalaciones por ubicar, mientras en este estudio se busca el número óptimo de instalaciones. El modelo matemático propuesto en este proyecto no ha sido estudiado en la literatura. Existen modelos similares pero varían, por ejemplo, en el manejo de los costos de distribución, o bien, tienen un número fijo o un límite de instalaciones por seleccionar; dichas diferencias reducen el espacio de soluciones factibles, por ello es más complejo el PLIDMC estudiado en este trabajo.

En particular, el PLIDMC es NP-Hard [13]. Por ello, se dificulta computacionalmente obtener valores óptimos, y en algunos casos sólo es posible obtener cotas. Por lo tanto, en este trabajo se propone un heurístico GRASP para generar soluciones factibles. Dicho algoritmo busca aproximarse a la solución óptima para el problema.