

CAPÍTULO V

EXPERIENCIA COMPUTACIONAL

En este capítulo se exponen los resultados obtenidos al resolver diferentes Problemas de Localización de Máxima Cobertura Capacitados, obtenidos del sitio de OR-Lib. Sea δ^* el mínimo radio para el cual se satisface la totalidad de la demanda para un problema dado. Los valores δ^* utilizados en el presente proyecto fueron tomados de la investigación de Özsoy, F. Aykut y Mustafa Ç. Pinar (2004) y además se realizaron pruebas con otros 2 radios más. Los resultados obtenidos con el algoritmo especializado propuesto se comparan con los resultados obtenidos con el software de optimización de propósito general CPLEX 9.1.

Se utilizaron las 20 instancias para el problema de p-median Capacitado CpMP obtenidas del sitio OR-Lib (<http://people.brunel.ac.uk/~mastjjb/jeb/info.html>). Los archivos consideran distancias euclidianas y contienen como información el número de nodos, la cantidad de instalaciones a abrir, la capacidad de las mismas y la demanda asociada a los clientes. Los problemas p1 – p10 son problemas con 50 clientes y $p = 5$. Los problemas p11 – p20 son problemas con 100 clientes y $p = 10$.

5.1 Resultados de Cotas Superiores

En la tabla 5.1 se presentan los resultados correspondientes a las cotas superiores obtenidas con la metodología propuesta utilizando el dual Lagrangeano y se comparan con las cotas superiores de la relajación lineal del problema utilizando CPLEX 9.1. Las

columnas se agrupan en tres grandes categorías: radio 1, radio 2 y radio 3 (uno para cada radio probado). En cada grupo se tienen diferentes columnas. En las columnas etiquetadas con los textos “Problema” y “Demanda Agregada” se encuentran el identificador de las instancias y la demanda total asociada a los clientes, respectivamente. En las columnas 1, 6 y 12 etiquetadas con el texto “Radio” se muestran los radios utilizados en las pruebas, los valores δ^* se colocaron en la columna 6. En las columnas números 2, 7 y 12 se observan las mejores cotas superiores encontradas en el nodo raíz con el dual Lagrangeano y en las columnas 4, 9 y 14, las mejores cotas superiores obtenidas en el nodo raíz con la relajación lineal. Así mismo, los tiempos de CPU expresados en segundos requeridos para el dual Lagrangeano en el nodo raíz están en las columnas 3, 8 y 13; y para la relajación lineal, en las columnas 5, 10 y 15.

Tabla 5.1. Cotas superiores en el nodo raíz.

Tabla 5.1. Cota Superior en Nodo Cero																
Problema	Demanda Agregada	Radio 1					Radio 2					Radio 3				
		Radio	Cota	Time CPU	Cota	Time CPU	Radio	Cota	Time CPU	Cota	Time CPU	Radio	Cota	Time CPU	Cota	Time CPU
P1	490	19	425	0.078	439.59	0.02	29	490	0.094	490	0.00	34	490	0.125	490	0.00
P2	502	23	471	0.125	499.26	0.00	33	502	0.156	502	0.00	38	502	0.172	502	0.00
P3	512	16	381	0.047	403.74	0.00	26	512	0.110	512	0.02	31	512	0.172	512	0.02
P4	517	22	474	0.140	490.76	0.01	32	517	0.047	517	0.00	37	517	0.172	517	0.00
P5	541	19	473	0.110	521.30	0.00	29	541	0.140	541	0.02	34	541	0.140	541	0.01
P6	550	21	445	0.078	505.00	0.00	31	550	0.172	550	0.00	36	550	0.156	550	0.00
P7	551	20	445	0.125	509.33	0.01	30	551	0.172	551	0.00	35	551	0.188	551	0.00
P8	552	21	423	0.110	463.15	0.01	31	552	0.109	552	0.00	36	552	0.172	552	0.02
P9	559	18	426	0.109	483.21	0.00	28	559	0.172	559	0.00	33	559	0.172	559	0.02
P10	574	22	477	0.125	501.60	0.00	32	574	0.188	574	0.00	37	574	0.188	574	0.00
P11	1017	9	649	0.328	691.16	0.02	19	1017	0.484	1017	0.01	24	1017	0.469	1017	0.00
P12	1017	10	715	0.344	775.48	0.02	20	1017	0.500	1017	0.01	25	1017	0.484	1017	0.01
P13	1033	10	683	0.328	711.29	0.02	20	1033	0.485	1033	0.02	25	1033	0.469	1033	0.00
P14	1056	10	713	0.344	754.51	0.02	20	1056	0.500	1056	0.00	25	1056	0.469	1056	0.05
P15	1050	11	657	0.312	721.72	0.00	21	1050	0.484	1050	0.02	26	1050	0.453	1050	0.02
P16	1060	10	723	0.344	793.13	0.00	20	1060	0.562	1060	0.00	25	1060	0.500	1060	0.02
P17	1073	12	835	0.360	891.51	0.00	22	1073	0.532	1073	0.02	27	1073	0.485	1073	0.00
P18	1071	11	651	0.329	708.42	0.00	21	1071	0.469	1071	0.00	26	1071	0.469	1071	0.02
P19	1085	11	764	0.360	857.88	0.02	21	1085	0.562	1085	0.02	26	1085	0.469	1085	0.00
P20	1124	11	838	0.344	907.19	0.02	21	1124	0.500	1124	0.02	26	1124	0.469	1124	0.00

*Elaboración propia.

Se puede observar, comparando las columnas 2 y 4, que para radios en los que no se puede cubrir la totalidad de la demanda (columna 1), las cotas superiores obtenidas por

medio del dual Lagrangeano propuesto en este trabajo son de mejor calidad que las obtenidas con la relajación lineal. Sin embargo, el tiempo de CPU requerido para su cálculo resultó ser mayor en todos los casos. Se sabe que la cota de una relajación Lagrangeana es al menos tan buena como la de una relajación lineal; aunque se tenga que pagar el precio del esfuerzo computacional requerido para obtenerla debido al número de iteraciones usada en la optimización subgradiente. En este caso, la demanda máxima posible a cubrir utilizando el radio 1 es menor a la demanda agregada, y por tanto las cotas obtenidas con el dual Lagrangeano son una herramienta más potente.

Para los otros 2 radios considerados (columnas 6 y 12), se sabe que se puede cubrir la demanda agregada así que, como se puede ver, se esperaba que las cotas superiores obtenidas fueran de similar calidad ya que al trabajar con radios donde se puede cubrir la demanda total, ambas herramientas resultan en un desempeño bueno. De nueva cuenta los tiempos de CPU (en las columnas 8 y 13) utilizados para resolver el dual Lagrangeano fueron mayores a los tiempos de CPU (columnas 10 y 15) usados para encontrar las cota superiores con la relajación lineal. La razón es la misma que la mencionada para los radios 1.

5.2 Soluciones Óptimas de Problemas

En la tabla 5.2 se muestran los resultados obtenidos con el algoritmo exacto propuesto y se comparan con los resultados obtenidos con el software de optimización de propósito general CPLEX 9.1. Los resultados corresponden a un tiempo límite de ejecución de 10,000 segundos, las cotas inferiores corresponden a la mejor solución factible

encontrada hasta ese punto. Al igual que en la tabla anterior, los resultados están agrupados en la tabla de acuerdo a los distintos radios considerados (por ejemplo, las columnas 1 – 7 corresponden al radio 1). En las columnas 1, 8 y 15 se muestra los radios empleados en las pruebas con el algoritmo exacto propuesto en este proyecto de tesis y CPLEX 9.1, los valores de δ^* se colocaron en la columna 8. En las columnas con la etiqueta “Cota Inf” se registró la mejor solución encontrada con cada uno de los métodos con el límite de tiempo de 10,000 segundos. También, en las columnas con etiquetas “Time CPU” y “Nodos” se pueden observar el tiempo requerido para obtener la mejor solución que cada método haya logrado, así como la cantidad de nodos explorados en el proceso de enumeración respectivamente.

Tabla 5.2 Soluciones óptimas a los problemas OR-Lib

Problema	Tabla 2. Resultados de Pruebas Computacionales																																									
	Radio 1										Radio 2										Radio 3																					
	Algoritmo Exacto			CPLEX 9.1			Algoritmo Exacto			CPLEX 9.1			Algoritmo Exacto			CPLEX 9.1			Algoritmo Exacto			CPLEX 9.1																				
Demanda Agregada	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21
	Radio	Cota Inf	Time CPU	Nodos	Cota Inf	Time CPU	Nodos	Radio	Cota Inf	Time CPU	Nodos	Cota Inf	Time CPU	Nodos	Radio	Cota Inf	Time CPU	Nodos	Radio	Cota Inf	Time CPU	Nodos	Radio	Cota Inf	Time CPU	Nodos	Radio	Cota Inf	Time CPU	Nodos	Radio	Cota Inf	Time CPU	Nodos	Radio	Cota Inf	Time CPU	Nodos				
P1	490	19	425	0.078	1	425	0.062	1	29	490	0.094	1	490	10.750	4700	34	490	0.422	6	490	0.422	6	490	0.422	6	490	1976.750*	778400														
P2	502	23	470	0.844	6	470	0.515	1	33	502	0.422	4	502	0.968	258	38	502	0.391	4	502	0.391	4	502	0.391	4	502	7.860	2524														
P3	512	16	381	0.047	1	381	0.062	1	26	512	0.110	1	512	3.234	1000	31	512	0.328	4	512	0.328	4	512	0.328	4	512	1.750	665														
P4	517	22	469	5.328	70	469	1.500	500	32	517	0.047	1	517	0.828	252	37	517	0.328	4	517	0.328	4	517	0.328	4	517	1.750	665														
P5	541	19	472	1.047	12	472	0.171	2	29	541	0.531	6	541	8.296	2089	34	541	0.484	6	541	0.484	6	541	0.484	6	541	1.485	452														
P6	550	21	445	0.078	1	445	0.359	5	31	550	2.672	24	550	14.39	485	1E+06	36	550	0.391	4	550	0.391	4	550	0.391	4	550	1.093	457													
P7	551	20	437	1.156	10	437	0.734	1	30	551	0.453	4	544	10005.703	7E+06	35	551	0.641	6	551	0.641	6	551	0.641	6	551	532.313	3063300														
P8	552	21	417	2.297	32	417	0.406	23	31	552	0.109	1	552	4.859	716	36	552	0.406	4	552	0.406	4	552	0.406	4	552	0.969	365														
P9	559	18	426	0.156	2	426	0.140	1	28	559	3.891	42	559	8140.844	8E+06	33	559	0.375	4	559	0.375	4	559	0.375	4	559	2.890	1536														
P10	574	22	456	24.250	346	456	8.296	5400	32	574	0.531	4	574	2.891	859	37	574	0.188	1	574	0.188	1	574	0.188	1	574	351.515	212000														
P11	1017	9	648	4.031	14	648	0.109	1	19	1017	263.453	748	1014	10001.500	2E+06	24	1017	3.984	16	1017	3.984	16	1017	3.984	16	1017	1042.110	92246														
P12	1017	10	714	7.625	24	714	0.296	1	20	1017	4.094	16	995	10002.047	1E+06	25	1017	85.594	238	1017	85.594	238	1017	85.594	238	1017	12.016	2000														
P13	1033	10	680	6.375	22	680	0.093	1	20	1033	66.017	248	1033	57.375	8000	25	1033	3.937	16	1033	3.937	16	1033	3.937	16	1033	10069.344*	2003100														
P14	1056	10	713	3.781	22	713	0.125	1	20	1056	3.235	12	1044	10005.297	2E+06	25	1056	3.375	14	1056	3.375	14	1056	3.375	14	1056	23.625	6000														
P15	1060	11	657	2.047	12	657	0.187	1	21	1060	3.000	12	1034	10004.797	2E+06	26	1060	4.125	16	1060	4.125	16	1060	4.125	16	1060	10006.329	3819400														
P16	1060	10	719	33.923	106	719	0.796	100	20	1060	4.609	16	1052	10002.484	2E+06	25	1060	3.469	12	1060	3.469	12	1060	3.469	12	1060	972.330	193030														
P17	1073	12	830	8.813	26	830	0.218	1	22	1073	1729.931	4590	1047	10014.594	3E+06	27	1073	3.938	14	1073	3.938	14	1073	3.938	14	1073	188.828	65000														
P18	1071	11	648	5.282	16	648	1.640	1000	21	1071	971.897	3714	1067	10001.750	2E+06	26	1071	175.211	696	1071	175.211	696	1071	175.211	696	1071	129.360	54000														
P19	1085	11	763	9.156	32	763	0.796	100	21	1085	4.937	18	1085	13.500	1284	26	1085	4.469	18	1085	4.469	18	1085	4.469	18	1085	11.032	1155														
P20	1124	11	838	3.516	18	838	0.188	1	21	1124	7453.484	23544	1124	8827.828	3E+06	26	1124	4.032	16	1124	4.032	16	1124	4.032	16	1124	10001.312	3328900														

*Elaboración propia.

Como puede observarse, para radios menores (columna 1) a δ^* , el software CPLEX 9.1 obtiene los valores óptimos en menor tiempo computacional que el algoritmo especializado aquí propuesto. El número de nodos explorados por CPLEX 9.1 es menor, a excepción de los problemas p4, p10, p18 y p19; esto se debe a que el esquema de enumeración utilizado en el algoritmo exacto propuesto en este proyecto de tesis puede no ser el más apropiado. De cualquier forma, el tiempo consumido por el algoritmo exacto es razonable.

Para radios mayores (columnas 8 y 15), el algoritmo especializado obtiene los valores óptimos en todos los casos y con tiempos significativamente menores que el software CPLEX 9.1; a excepción de p13 para radio 2 (columna 8), p12 y p19 para radio 3 (columna 15). Como se aprecia (comparando las columnas 11 y 14, 18 y 21) el número de nodos explorados por CPLEX 9.1 es mucho mayor. Este último, no pudo obtener la solución óptima dentro del tiempo límite especificado en 8 de 20 problemas para el radio 2 (columna 8) y en 4 de 20 problemas para el radio 3 (columna 15) (en las instancias marcadas con * se agotó la memoria disponible). Mientras que el algoritmo exacto especializado propuesto en la presente tesis obtiene todos los valores óptimos y lo hace con esfuerzo computacional razonable. Ampliando lo anterior, el 75% de los problemas probados con radios iguales a δ^* son resueltos en menos de 6 segundos; el 90% de los probados con radios mayores a δ^* , en menos de 4.5 segundos. La clave es que el número de nodos que explora el algoritmo exacto propuesto en este proyecto es menor a los explorados por CPLEX 9.1. Debido a la estrategia de enumeración empleada y a la calidad de las cotas superiores consideradas.

Se puede concluir, que el algoritmo propuesto en este trabajo permite resolver las instancias consideradas en tiempos razonables. Las características más distintivas del algoritmo propuesto son:

- 1) La calidad de las cotas obtenidas con el esquema de relajación Lagrangeana propuesta.
- 2) La estrategia de exploración de dos niveles.