RESULTADOS

4.1 RESULTADOS DE LA INVESTIGACIÓN DE LOS PLANES DE ESTUDIO

De las 35 universidades de México y 25 de Sudamérica solo 11 contaban con la materia de administración de operaciones y/o métodos cuantitativos dentro de su plan de estudio. Como se muestra en los siguientes cuadros.

Se realizó la investigación por medio de internet, en las páginas de las universidades, estos son los resultados que se obtuvieron. En varias universidades se encuentran materias de estadística aplicadas al turismo pero no de administración de operaciones.

UNIVERSIDAD	CARRERA	MATERIAS
IBERO	adm hotelera	administración de operaciones hoteleras
Istituto Regiomontano de Hoteleria	adm. de servicios turisticos	operaciones de servicio turísticos
		toma de decisiones I
		toma de decisiones II
	administración hotelera	toma de decisiones I
		toma de decisiones II
CESUES	adm de empresas turísticas	investigación de operaciones
universidad insurgentes plantel viaducto	adm. Empresas turísticas	auditoria de operación de hoteles
universidad del valle de méxico	adm. Empresas turísticas	no tiene
claustro de sor juana	gastronomía	técnicas de inventario, compras y almacén
universidad autónoma de aguascalientes	adm de empresas turísticas	-
ulsa cancun	adm de empresas turísticas	-
universidad americana, acapulco	adm de empresas turísticas	-
universidad auntónoma de guadalajara	-	-
CESSA		-
UPAEP	gastronomía	-
universidad cristobal colón	adm de empresas turísticas	no tiene
Escuela superior de administración de instituciones	adm de instituciones	no tiene
escuela de turismo roberto cañedo	no tiene pag. Web	-
cultures	no tiene pag. Web	-
universidad autónomade baja california	escuela de tursimo	-
universidad veracruzana	adm de empresas turísticas	no tiene
IPN	Lic. en turismo	-
BUAP	-	-
universidad autónoma de guerrero	maestria en desarrollo turistico	aller de métodos cuantitativos I :estadística aplicada al turism
		taller de métodos cuantitativos I :toma de decisiones
	Lic. en turismo	no tiene
universidad del mar	adm turística	-
Colegio Superior de Turismo y Hoteleria	Lic. en turismo	no tiene
Universidad de Turismo y ciencias administrativas	adm. Hotelera	no tiene
instituto de estudios superiores de turismo	Lic. en turismo	no tiene
universidad del valle de atemajac	adm de empresas turísticas	estadística aplicada al turismo
universidad anahuac	adm turística	métodos cuantitativos para el turismo
		estadística turística I
		estadística turística II
universidad anahuac de xalapa	adm. De empresas turísticas	métodos cuantitativos para el turismo
		estadística turística I
		estadística turística II
universidad autónoma de chiapas	adm. Turística	no tiene
Universidad en la Comunidad-UAG	hoteles y moteles	no tiene
universidad autónoma del estado de méxico	Lic. en turismo	no tiene
universidad de guadalajara	téc sup univ en hotelería	no tiene
	téc sup univ en servicios de hospedaje	no tiene
	téc sup univ en servicios turísticos	no tiene
	téc sup univ en turismo alternativo	no tiene
	Lic. en turismo	estadística I(métodos cuantitativos)
		estadística II
		estadística III
		econometría I
		investigación de operaciones I (met. Cuantitativos)
universidad autónoma de nayarit	Lic. en turismo	-
universidad del MAYAB	adm de empresas turísticas	Matemáticas Aplicadas para el Análisis Cuantitativo
		Estadística para la toma de decisiones
		Estadística para los Procesos de Inferencia
		Estadística para el análisis, control y optimización
universidad hispano mexicana	Lic. en turismo	no tiene
UNITEC	adm. de empresas turísticas	Información para la Toma de Decisiones

UNIVERSIDAD	CARRERA	MATERIAS
universidad externado de colombia	adm de empresas turísticas y hoteleras	procesos operacionales
universidad autónoma de bucaramanga, co	adm hotelera y turística	adm. Estratégica de operaciones
universidad ricardo palma peru	-	-
pontificia universidad catolica madre y maestra	adm hotelera	-
	posgrado adm hotelera	-
	maestria adm operacion	-
universidad nueva esparta, ven	adm de empresas turísticas	-
universidad nacional de comahue, arg	lic. En turismo	-
universidad de paulista, bra	-	-
universidad nacional de misiones, arg	lic. En turismo	-

ARGENTINA		
universidad	carrera	materias
univ. de belgrano	Lic. Hotelería	Resol. de problemas y toma de desic.
univ. de buenos aires	-	-
univ. Nacional de comahue	lic. Turismo	-
univ. Nacional de misiones	lic.Turismo	-
univ. de congreso	lic.Turismo	métodos cuantitativos
univ. de morón	lic. Gestión hotelera	-
	lic. Turismo	-
	maest. en gestión del desar. Tur.	-
univ. de san andrés	-	
univ. del salvador	turismo y hotelería	estadística aplicada
univ. nacional de córdoba	-	-
univ. Nacional del cuyo	-	-
univ. Nacional de la plata	lic. Turismo	-
univ. Nacional de Lujan	-	-
univ. Nacional de mar de plata	pág. En construcción	
univ. Nacional de rosario	-	-
univ. Nacional de san juan	-	-
univ. Nacional de san luis	-	-
univ. Nacional del litoral	-	-

CALIDAD EN LOS SERVICIOS

4.2 CALIDAD EN LOS SERVICIOS (Fitzimmons,Cardenas, Adam)

Calidad tiene varias definiciones, una de ellas es la que define a la calidad como el producto o servicio que se adquiere y satisface las expectativas. La calidad es muy subjetiva, cada uno de nosotros la percibe o establece de diferente forma.

En las empresas de productos, la calidad se puede verificar con un departamento de aseguramiento de la calidad, en el caso de los servicios es el cliente el que evalúa el servicio hasta que éste está finalizado.

La calidad en el servicio no se puede estandarizar, ya que como se mencionó en el capitulo II, una característica de los servicios es el ser heterogéneo, es decir que cada cliente tiene sus necesidades.

La forma de poder tener una calidad en los servicios es teniendo un control de los elementos que constituyen un servicio. Capitulo 4.5.

VENTAJAS DE LA CALIDAD (Fitzimmons, Adam)

Existen innumerables ventajas en los servicios si se cuenta con una calidad, algunas de ellas son:

- Competitividad
- Reconocimiento de la empresa en el mercado
- Mayor utilidades
- Personal de calidad
- Incremento en las ventas
- Mejor precio del servicio

ELEMENTOS DE EVALUACIÓN DE LA CALIDAD (Fitzimmons, Adam)

Existen 4 parámetros de evaluación:

- Que evaluar.- se refiere a las características del servicio. Ejemplo: servicio a cuartos, limpieza, comida.
- Como evaluar.- con cuales variables se evalúan las características. Ejemplo: atención vocabulario, presentación.
- Cuanto evaluar.- definir la muestra. Ejemplo: diez cuartos, cinco mesas, dos recepcionistas.

- Cuando evaluar.- al final del proceso del servicio, al principio dependiendo del servicio y de la característica. Ejemplo: antes de que llegue el cliente al cuarto o cuando termine de comer.

Las características de los objetos, equipos, muebles y la información del servicio se pueden evaluar antes de prestarlo para evitar las inconformidades. Pero el personal de la empresa necesita una evaluación diferente, no puede ser evaluado por completo antes de la prestación del servicio, aunque existen parámetros que pueden ayudar a evitar la falta de calidad en el servicio.

- **CALIDAD EN LOS OBJETOS DE LOS SERVICIOS (Fitzimmons, Adam)**

Las características que se evalúan dependen de que los objetos sean adquiridos o producidos por la empresa.

Si son producidos por la empresa, las características evaluadas dependen de la importancia que tienen en la calidad del servicio, por ejemplo la calidad de la comida cocinada. En este caso es más fácil tener un control de calidad, ya que se realiza dentro de la empresa con los parámetros establecidos por ella.

Si son adquiridos, las características son diferentes ya que se evalúa al momento de su llegada. La inspección de la calidad puede ser por muestreo o total. Si los proveedores son validados por la empresa no es necesario realizar la inspección.

El objeto para determina las características a evaluar. Por ejemplo si recibimos verduras, podríamos verificar la cantidad pesando, oliendo, observando. Ejemplo si recibimos toallas, la inspección es el tipo y el color de la tela.

- **CALIDAD EN LOS LOCALES DEL SERVICIO (Fitzimmons, Adam)**

Las características que se evalúan en los locales, depende del servicio que se preste, pero en general son con respecto a la apariencia de las instalaciones, limpieza, orden.

- **CALIDAD EN LOS EQUIPOS Y MUEBLES DEL SERVICIO (Fitzimmons, Adam)**

Los equipos y muebles se adquieren, deben evaluarse al momento de su llegada a la empresa. Casi siempre en una empresa de servicios, los equipos y los muebles se encuentran en pequeña cantidad, por esta razón se pueden realizar verificaciones totales y no por muestreo.

- **CALIDAD EN LA INFORMACIÓN DEL SERVICIO (Fitzimmons, Adam)**

Cuando la información que se le ofrece al cliente no es verídica, completa o entendible, puede provocar inconformidades. Para evitar esto se necesita tener control de calidad sobre los folletos, menús, programas, horarios, etc.

- **CALIDAD EN EL PERSONAL DEL SERVICIO (Fitzimmons, Adam)**

Existen varios parámetros para evaluar al personal del servicio. Los parámetros se pueden clasificar en su aspecto personal, competencia y cortesía. Algunos parámetros son:

  - Conocimiento de la empresa
  - Conocimiento del servicio
  - Comunicación con el cliente
  - Creatividad
  - Amabilidad

- **CONTROL ESTADÍSTICO EN LA CALIDAD EN EL SERVICIO (Fitzimmons, Adam)**

Para poder contar con una calidad, debe evaluarse. Una de las formas de evaluación es la estadística.

El control estadístico es una técnica para asegurar que los servicios cumplan con los estándares.

Todos los servicios están sujetos a una variabilidad. Las variaciones puedes ser:

1. Naturales (aleatorias)

Las variaciones aleatorias no son muy grandes y no responden a ninguna causa específica, es decir están determinadas al azar. El servicio está bajo control.

Ejemplo: el clima. Cuando estas variaciones se distribuyen normalmente, tienen dos parámetros la media y la desviación estándar.

2. Especiales (atribuibles)

Se deben a una causa específica, casi siempre están fuera de control. En general son variaciones muy grandes, por esta razón no se puede utilizar un control estadístico. Este tipo de variación se identifica y se elimina.

Se necesita tomar decisiones correctas para realizar un cambio cuando el servicio esta fuera de control, o realizar el cambio cuando éste está controlado.

Existen 2 tipos de errores para tomar las decisiones:

1. Error Tipo I (tipo alfa)

Se comete un error tipo I cuando se realiza algún cambio innecesario al servicio.

2. Error Tipo II (tipo beta)

El error tipo II se comete cuando no se realiza algún cambio para mejorar el servicio.

La tabla 2.1 muestra los tipos de errores.

TABLA 2.1 ERRORES EN LAS DECISIONES DE CONTROL DE CALIDAD EN LOS SERVICIOS (Fitzimmons,Freund, Adam)

ESTADO DEL SERVICIO	**DECISIÓN EN CONTROL DE CALIDAD**	
	REALIZAR CAMBIOS	**NO REALIZAR CAMBIOS**
Bajo control	ERROR TIPO I	Decisión Correcta
Fuera de Control	Decisión Correcta	ERROR TIPO II

GRÁFICAS DE CONTROL (Fitzimmons, Adam)

Las gráficas de control ayudan a detectar las variaciones y poder corregirlas. Los pasos son:

1. Identificar el servicio que se va a medir. Debe de ser estable
2. Los datos deben de obedecer una distribución normal. Media y desviación estándar
3. Definir el tamaño de la muestra.

Existen dos tipos de gráficas de control.

- Gráficos de control por variables.- tiene un intervalo continuo de valores. Ejemplo: peso, temperatura.
- Gráficos de control por atributos.- no tienen valores continuos. Ejemplo: una de cada 10 cuartos.

Los límites de control, indican la dispersión de los datos sobre una base estadística así como si ocurre una situación anormal (fuera de control).

- Límite de control superior (UCL)
- Límite de control inferior (LCL)

Para la evaluación de las gráficas de control se debe poner atención en los siguientes casos:

- Datos que caen fuera de los límites
- Series de datos que se encuentran por abajo o arriba de la línea central. Por ejemplo 5 de 7 datos. Se considera como una anormalidad.
- Datos con tendencia
- Datos con periodicidad.- se tiene un patrón de cambio con el tiempo

Las gráficas de control pueden ser de variables (promedios y rangos) o de atributos.

GRÁFICA DE CONTROL DE $\overline{X}$ (Fitzimmons, Adam)

Las gráficas $\overline{X}$ analizan cantidades medibles individuales para indicar el control del servicio o su variación inusual. Este tipo de gráficas permite medir variables con valores fraccionales como peso, tiempo, temperatura.

Ejemplo:

Un hotel necesita establecer estándares en el tiempo que tardan las recamareras en arreglar un cuarto. La tabla 2.2 muestra los tiempos en minutos que tardan 4 recamareras en la semana.

$\overline{X}$ = la media estimada del día

$\overline{X}$ lunes = $\frac{7+6+11+8}{4} = \frac{32}{4} = 8$

$\overline{R}$ = rango estimado del día

$\overline{R}$ = valor mas alto – valor mas bajo

$\overline{R}lunes = 11 - 6 = 5$

TABLA 2.2

	LUNES	MARTES	MIERCOLES	JUEVES	VIERNES
Valeria	7	11	12	11	10
Claudia	6	5	10	10	13
Alejandra	11	13	10	9	9
Brenda	8	8	9	12	14
$\overline{X}$	8	9.3	10.3	10.5	11.5
Rango	5	8	3	3	5

Para obtener los límites para una gráfica de control $\overline{X}$ se usa los $\overline{R}$ rangos en lugar de los errores estándar de la media. Se utilizan las ecuaciones (1) y (2) para calcular los límites UCL y LCL.

$$UCL = \overline{\overline{X}} + A_2\overline{R} \qquad 2.1$$

$$LCL = \overline{\overline{X}} - A_2\overline{R} \qquad 2.2$$

Donde:

$\overline{\overline{X}}$ = la media estimada de la población

A_2 = el valor de la tabla Anexo 2 para una muestra de tamaño *n*

$\overline{R}$ = rango estimado de la población

Para el ejemplo del hotel los valores de UCL y LCL son:

$$\overline{\overline{X}} = \frac{8+9.3+10.3+10.5+11.5}{5} = 9.9$$

$$\overline{R} = \frac{5+8+3+3+5}{5} = 4.8$$

$A_2 = 0.729$

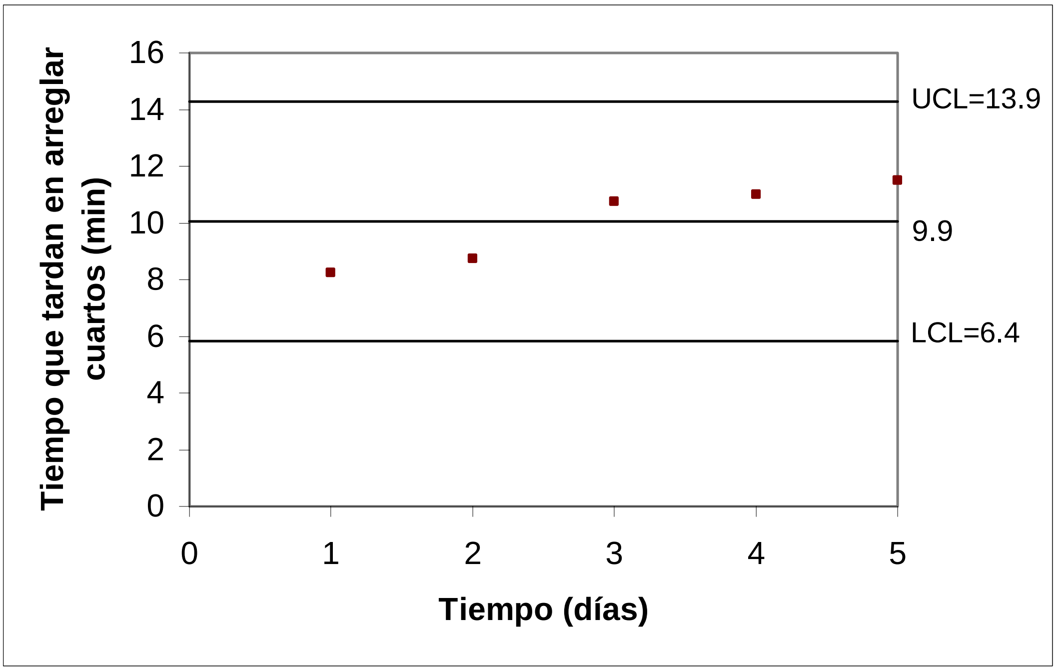
Teniendo la media $\overline{\overline{X}}$ y el rango $\overline{R}$, podemos calcular los límites

$$UCL = 9.9 + (0.729)(4.8) = 13.399$$

$$LCL = 9.9 - (0.729)(4.8) = 6.4$$

La gráfica de control - $\overline{X}$ se muestra en la Figura 2.1.

FIGURA 2.1

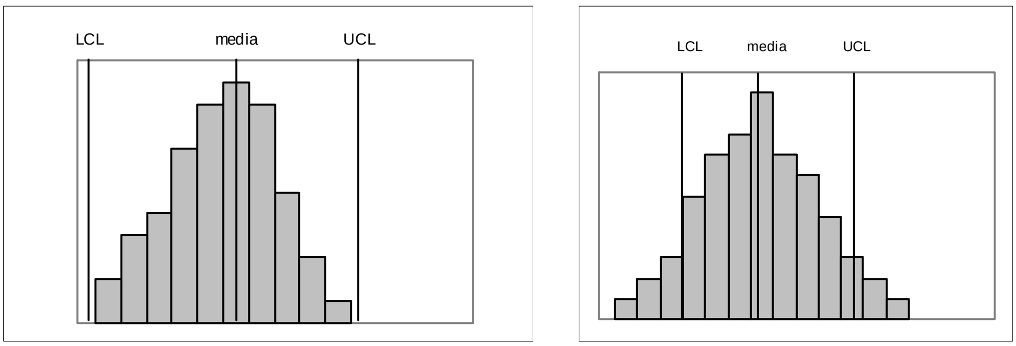


No hay valores que estén fuera de los límites. Entonces nuestros promedios $\overline{X}$ están bajo control.

Pero para decir que el servicio está bajo control o fuera de este se necesita analizar los datos con su distribución normal.

En la Figura 2.2 se muestran ejemplos de servicios bajo control, fuera de control. Se utilizan histogramas para poder analizarlos.

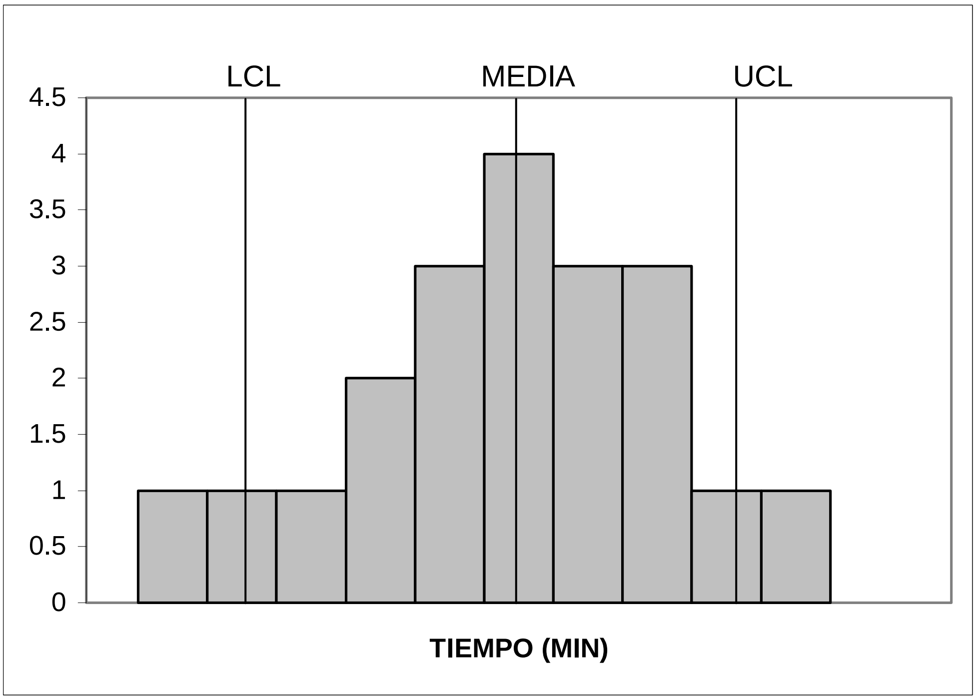
FIGURA 2.2



BAJO CONTROL FUERA DE CONTROL

Analizando los datos del ejemplo del hotel con un histograma, se observa que solo 2 puntos están fuera de control (Figura 2.3). Podemos decir que el servicio está bajo control.

FIGURA 2.3



Con el histograma podemos estar seguros que nuestros datos se distribuyen normalmente. Y la gráfica de control-$\overline{X}$ es válida.

Ya se analizó los promedios $\overline{X}$ del ejemplo de hotel, y como se ve en la gráfica de control-$\overline{X}$ los datos entran dentro de los límites. Falta analizar los rangos del problema.

- **GRÁFICA DE CONTROL DE $\overline{R}$ (Fitzimmons,Cardenas, Adam)**

Se analizan los rangos del problema, obteniendo los UCL y LCL y graficando los rangos de los datos. Se utilizan las ecuaciones 2.3 y 2.4 para determinar los límites.

$$UCL = D_4\overline{R} \qquad 2.3$$

$$UCL = D_3\overline{R} \qquad 2.4$$

Donde:

$\overline{R}$ = rango estimado de la población

D_2 = valor del UCL del Anexo 2 para una muestra de tamaño *n*

D_3 = valor del LCL del Anexo 2 para una muestra de tamaña *n*

Resolviendo el problema:

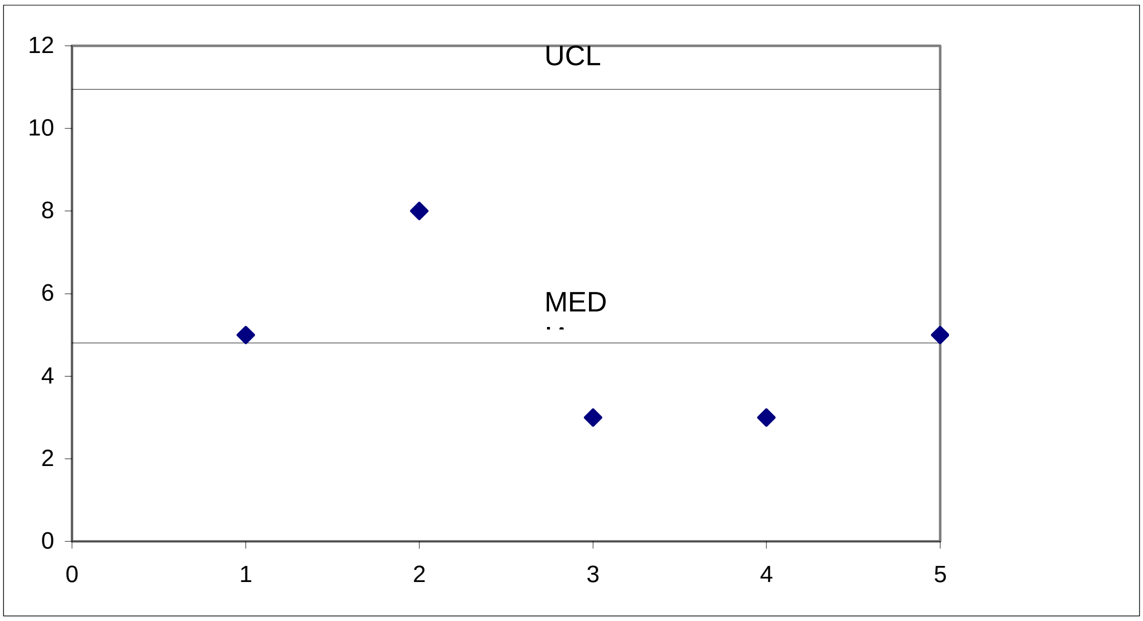
$$\overline{R} = \frac{5+8+3+3+5}{5} = 4.8$$

$$UCL = (2.282)(4.8) = 10.95$$

$$LCL = (0)(4.8) = 0$$

La Figura 2.4 muestra la gráfica de control $\overline{R}$, los datos se encuentran dentro de los límites. Los datos que se grafican son los rangos.

FIGURA 2.4



Con estas dos gráficas de control podemos estar seguros que las variables del problema del hotel están bajo control.

INVENTARIOS

4.3 INVENTARIOS (Anderson, Hillier,Heizer,Fitzimmons, Adam)

En el diccionario la definición de la palabra inventario es: el conjunto de aquellos bienes tangible, que pueden ser bienes en espera de venta, productos terminados y los artículos que serán consumidos directa o indirectamente. Ejemplo: comida, toallas, jabones, platos, papel, cubiertos.

Los inventarios en los servicios, son importantes para obtener el volumen requerido de existencias de artículos en el momento que se requiere, evitando ofrecer un servicio de mala calidad.

- **TIPOS DE INVENTARIOS (Anderson, Hillier,Heizer,Fitzimmons, Adam)**

Los inventarios se clasifican de acuerdo al tipo de artículos por ejemplo:

- Inventarios de materia prima
- Inventarios de producción en proceso
- Inventarios de productos terminados
- Inventarios de materiales y suministros

En la industria de los servicios turísticos se utilizan los inventarios de materiales y suministros.

- **INVENTARIOS DE MATERIALES Y SUMINISTROS (Anderson, Hillier,Heizer,Fitzimmons, Adam)**

Aquí se incluyen:

1. **Artículos de consumo designados a la operación de los servicios,** ejemplo: las toallas en los hoteles, los cubiertos en los restaurantes.
2. **Artículos y materiales de reparación y mantenimiento**, ejemplo: el cloro con el que se desinfecta el agua de las albercas de los hoteles

- **TOMA DE INVENTARIOS FÍSICOS (Anderson, Hillier,Heizer,Fitzimmons, Adam)**

  En la toma de inventarios físicos, el objetivo principal es el de informar la cantidad de mercancía existente en el establecimiento, para actualizar la información.

- **CONTROL DE INVENTARIOS (Anderson, Hillier,Heizer,Fitzimmons, Adam)**
  Teniendo un buen control de inventarios se eleva el nivel de confiabilidad de la información. Esta confiabilidad permite detectar y controlar las mercancías inventariadas. El objetivo de controlar los inventarios es de minimizar y/o maximizar las utilidades

- **VARIABLES DE INVENTARIOS (Anderson, Hillier,Heizer,Fitzimmons, Adam)**
  - **VARIABLES CONTROLABLES**
    - Cantidad adquirida.- por compra o por otro medio, ejemplo: cocina, donaciones
    - Frecuencia o tiempo de abastecimiento.- ejemplo: cada cuando el proveedor surte, semanal, catorcenal, diario. Depende del artículo. Los perecederos se surten diario.

  - **VARIABLES NO CONTROLABLES**
    - *Demanda*: es la cantidad de artículos que se requieren por periodo. La demanda puede ser conocida, al desconocerse, el costo aumenta, ya que se puede tener un exceso de productos o un déficit.
    - *Tiempo de reorden*.- es el espacio entre el tiempo de la utilización del artículo y el tiempo de llegada de éste al almacén.

- **COSTOS DE LOS INVENTARIOS**
    - *Costos de mantenimiento de inventario*.- aumenta cuando la cantidad del artículo almacenado es muy grande y/o el tiempo es muy largo.
    - *Costos del producto*
    - *Costos de almacenamiento*.- renta de la bodega o del local, refrigeración, control de plagas.
    - *Costo de depreciación, deterioro y obsolescencia*.- ejemplo: caducidad de los artículos.
    - *Costos de manejo*.- costos de mover las existencias, montacargas, grúas.

- *Costos de déficit o multas*.- cuando se requiere de un artículo que no se tiene en existencia. Los costos involucrados puedes ser varios, el transporte, administrativos, etc.

El costo anual de los inventarios se obtiene:

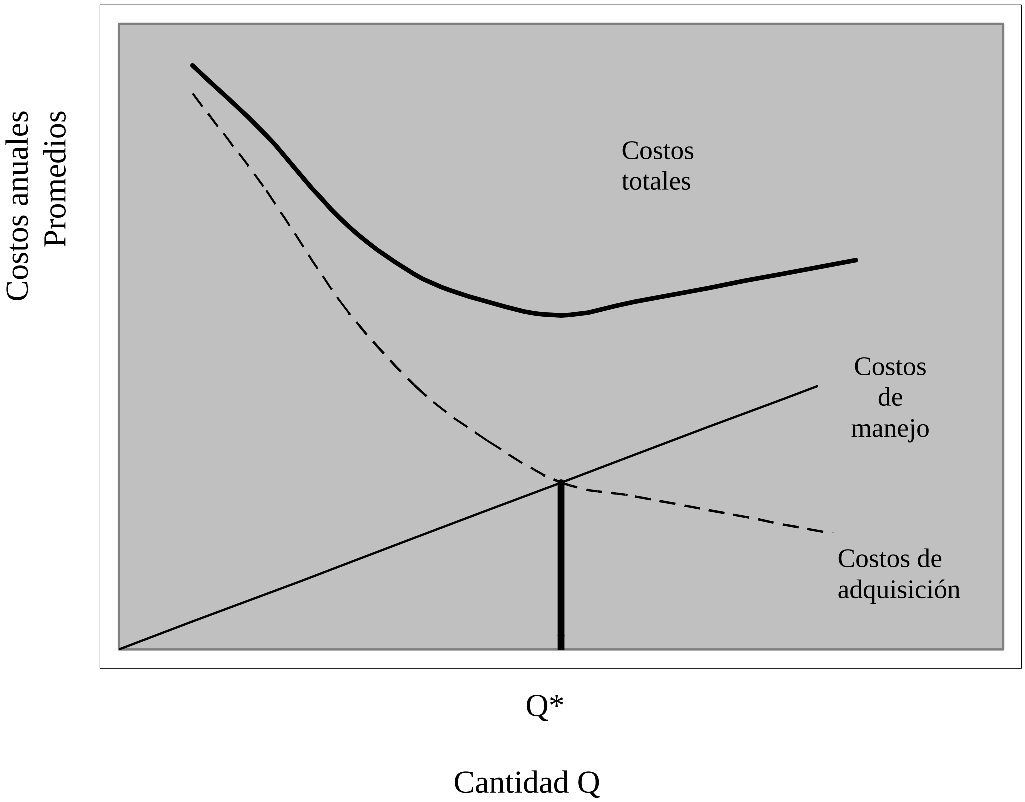
$$\begin{array}{l} \textit{Costos} \\ \textit{totales} \\ \textit{anuales} \end{array} = \begin{array}{l} \cos \textit{to} \\ \textit{del} \\ \textit{producto} \end{array} + \begin{array}{l} \cos \textit{to} \\ \textit{de} \\ \textit{orden} \end{array} + \begin{array}{l} \cos \textit{to} \\ \textit{de} \\ \textit{manejo} \end{array} + \begin{array}{l} \cos \textit{to} \\ \textit{de} \\ \textit{déficit} \end{array}$$

Los costos totales se pueden graficar como se muestra en la figura 3.1. Se observa que los costos de adquisición son menores a mayor cantidad (Q), al aumentar la cantidad (Q) se realizan menos pedidos, sin embargo los costos de manejo aumentan al aumentar la cantidad Q ya que se necesita mayor equipo, mayor espacio personal, etc.

Cuando se suman los costos de manejo y los costos de adquisición se obtiene los costos totales.

Donde las líneas de costos de manejo y costos de adquisición intersectan es donde la cantidad (Q) tiene los menores costos. A este punto se le llama Q*.

FIGURA 3.1



SISTEMAS DE INVENTARIOS (Anderson, Hillier,Heizer,Fitzimmons, Adam)

DEMANDA CONSTANTE

En la figura 3.2, la gráfica muestra el proceso de los inventarios que tienen una demanda constante y conocida. El inventario se consume en un tiempo X. Cuando se acaba el inventario se pide una cantidad (Q) que es constante y siempre se pedirá esa misma cantidad.

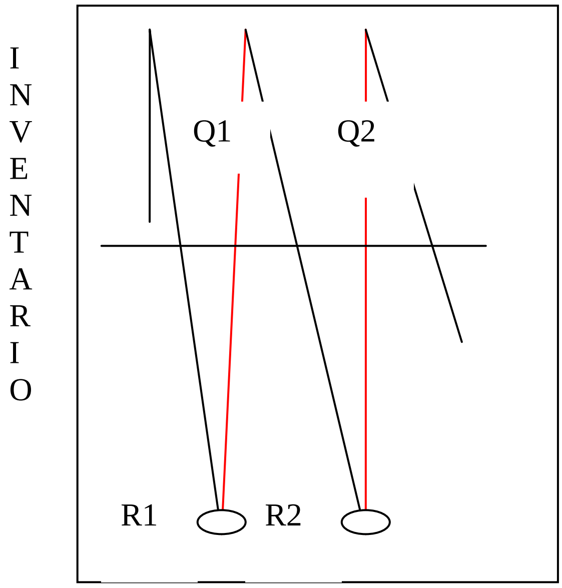
Por ejemplo:

En un restaurante la cantidad de refrescos es constante y conocida, cada lunes se pide 1000 refrescos, por lo tanto la Q es constante, Q_1 =1000 refrescos, esta cantidad es igual para Q_2 y Q_3, etc… El punto de reorden, es el punto que nos indica cuando se necesita pedir una nueva cantidad. $R_1 = 0$, ya que la demanda es conocida, no es necesario tener inventario de seguridad, porque cada lunes se pide la misma cantidad (Q), así $R_1 = R_2 = R_3 = 0$

DEMANDA VARIABLE

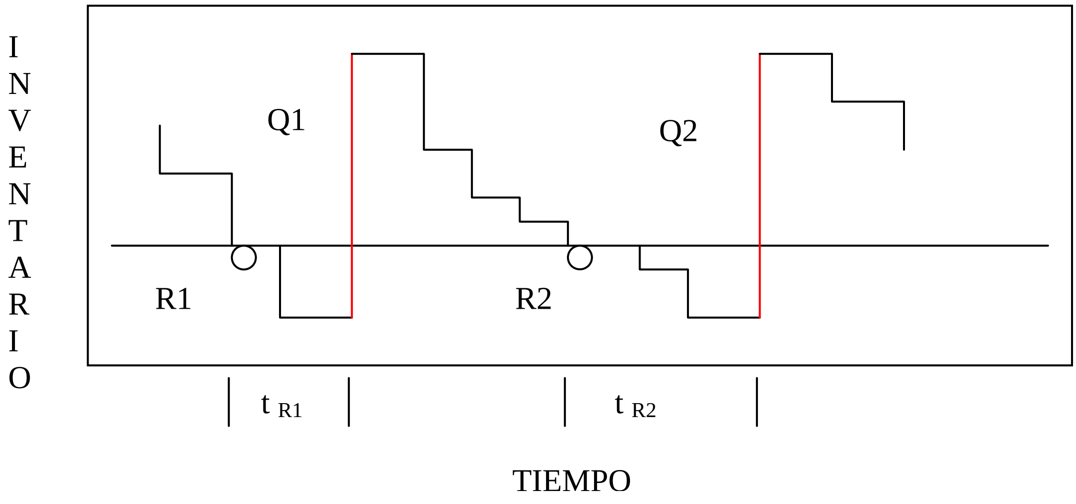
En este sistema de inventarios se desconoce como se va a comportar la demanda, no es constante. En la figura 3.3 se muestra que igual que en el sistema de inventarios constantes R1= R2 y Q1= Q2; sin embargo para obtener los valores se tienen que tomar en cuenta otro procedimiento. El tiempo de reorden se muestra como t_{R1} y t_{R2}, el tiempo de reorden es el tiempo que transcurre entre la colocación y la recepción de una orden. El tiempo de reorden varia pero la cantidad pedida no.

FIGURA 3.2



TIEMPO

FIGURA 3.3



MODELOS DE INVENTARIOS (Anderson, Hillier,Heizer,Fitzimmons, Adam)

Existen dos tipos de modelos: determinísticos y probabilísticos.

Los modelos de inventarios determinísticos son aquellos que se aplican cuando existen una demanda de tasa constante. Los inventarios probabilísticos usan una demanda basada en la probabilidad.

- **MODELO DE INVENTARIOS DETERMINÍSTICOS**
  - Modelo EOQ (cantidad económica a pedir)
  - Modelo de inventarios con descuentos por cantidad
  - Modelo de inventarios con faltantes planeados
- **MODELO EOQ (CANTIDAD ECONÓMICA A PEDIR)**

Este tipo de modelo supone que la cantidad demandada es de tasa constante, es decir que siempre se extrae el mismo número de unidades en el mismo tiempo, ejemplo: cada lunes se extraen 10 toallas.

El costo total anual esta dado por la ecuación 3.1 y 3.2

Costo total anual de posesión = costo de manejo + costo de adquisición (3.1)

$$Ch = IC \qquad (3.2)$$

Donde:

Ch = costo anual de posesión por unidad

I = tasa del costo de posesión o manejo

C = costo de la unidad o de su adquisición

Para obtener el costo total de las unidades en inventario se sigue la ecuación 3.4. En donde se maneja un nivel promedio de inventario 1/2Q (véase ecuación 3.3).

En la figura 3.4 se observa un ciclo de inventarios en donde el mínimo es 0 y el máximo es Q.

$$\begin{matrix} nivel \\ promedio \\ del \\ inventario \end{matrix} = \frac{Q+0}{2} = \frac{Q}{2} = \frac{1}{2}Q \qquad (3.3)$$

$$\begin{matrix} \cos to \\ anual \\ de \\ posesión \end{matrix} = \begin{pmatrix} nivel \\ promedio \\ del \\ inventario \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \cos to \\ anual \\ de \\ posesión \end{pmatrix}$$

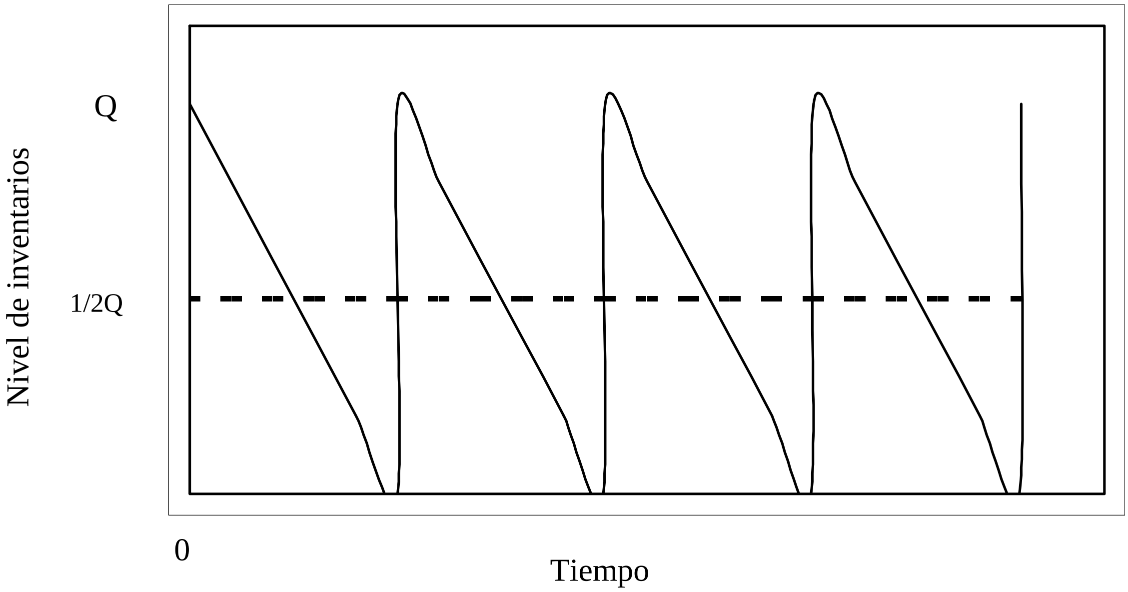
$$\begin{matrix} \cos to \\ anual \\ de \\ posesión \end{matrix} = \frac{1}{2}QCh \qquad (3.4)$$

Donde:

Q = cantidad

Ch = costo anual de posesión

FIGURA 3.4



Falta saber el costo anual de pedidos, para obtener este costo necesitamos saber la demanda D y la cantidad ordenada en cada pedido Q (véase la ecuación 3.5) y por último el costo del pedido. Ecuación 3.6

$$\begin{array}{l} número \\ de \\ ordenes \\ por \\ año \end{array} = \frac{\begin{array}{l} demanda \\ anual \end{array}}{\begin{array}{l} cantidad \\ ordenada \end{array}} = \frac{D}{Q} \qquad (3.5)$$

$$\begin{array}{l} Costo \\ anual \\ de \\ pedir \end{array} = \left(\begin{array}{l} número \\ de \\ ordenes \\ por \\ año \end{array} \right) \left(\begin{array}{l} costo \\ por \\ pedido \end{array} \right)$$

$$\begin{array}{l} Costo \\ anual \\ de \\ pedir \end{array} = \left(\frac{D}{Q} \right) (Co) \qquad (3.6)$$

Donde:

D = demanda

Q = cantidad

Co = costo por pedido

Teniendo ya los términos del costo total anual CT, costo anual de pedir y el costo anual de posesión, se puede sustituir en la ecuación 3.1 las ecuaciones 3.4 y 3.6, se muestra en la ecuación 3.7.

$$CT = \frac{1}{2}QCh + \frac{D}{Q}Co \qquad (3.7)$$

Con estas ecuaciones obtenemos las 3 líneas de la gráfica de la figura 3.1, costo total, costo de manejo o de posesión y costo de pedir, lo único que falta es la Q*, cantidad óptima a pedir, donde los costos son mínimos. Se deriva la ecuación 3.7 y se obtiene la ecuación para la cantidad óptima, educación 3.8.

$$Q^* = \sqrt{\frac{2DCo}{Ch}} \qquad (3.8)$$

Con la ecuación 3.8 se resuelve el problema de la cantidad que se necesita pedir, ahora falta saber cuando pedir y con que frecuencia.

El punto de reorden es cuando se necesita un pedido nuevo, es decir cuando se debe pedir la nueva orden, está dado por la ecuación 3.9

$$r = dm \qquad (3.9)$$

Donde:

r = punto de reorden

d = demanda por día

m = tiempo de entrega para un pedido nuevo

El tiempo de reorden es el tiempo que existe entre pedidos (véase figura 3.3), está dada por la ecuación 3.10. Se supone que se trabajan 250 días al año.

$$T = \frac{250Q^*}{D} \tag{3.10}$$

Donde:

T = tiempo de reorden

Q* = cantidad óptima a pedir

D = demanda anual

Con esta ecuación resolvemos la frecuencia de los pedidos.

Ejemplo del modelo EOQ

Independence Inn tiene un contrato con la Empresa Olagance para que le provean los jabones de tocador. El hotel es bastante grande y con mucha clientela, por esa razón la demanda es de 75,000 jabones anual. El Independence Inn ordena lotes a Olagance de 20,000 jabones a un costo de $3 por cada uno, el costo de manejo es de 1% del costo del producto y el costo de adquisición es de $20.

Encontrar la cantidad promedio y el costo total, así como el tiempo de reorden.

Q = 20,000 jabones

D = 75,000 jabones

C = $3

I = 0.01

Co = $20

Para obtener Ch, utilizamos la ecuación 3.2

Ch = IC $= (0.01)(3) = 0.03$

Teniendo Ch, se calcula el costo anual de posesión (véase ecuación 3.4)

$$\begin{matrix}\cos to\\ anual\\ de\\ posesión\end{matrix} = \frac{1}{2}QCh = \frac{1}{2}(20{,}000)(0.03) = 300$$

El costo anual de adquisición o de pedir se establece con la ecuación 3.6

$$\begin{matrix} Costo \\ anual \\ de \\ pedir \end{matrix} = \left(\frac{D}{Q}\right)(Co) = \frac{75{,}000}{20{,}000}\$20 = 75$$

El costo total se determina con la ecuación 3.7

$$CT = \frac{1}{2}QCh + \frac{D}{Q}Co = \frac{1}{2}(20{,}000)(0.03) + \frac{75{,}000}{20{,}000}\$20 = 300 + 75 = \$375$$

Se grafican los resultados de los costos, véase figura 3.5

La gráfica muestra una solución gráfica para la cantidad óptima a pedir, con la ecuación 3.8 calculamos la cantidad promedio.

$$Q^* = \sqrt{\frac{2DCo}{Ch}} = \sqrt{\frac{2(75{,}000)(\$20)}{0.03}} = \$10{,}000$$

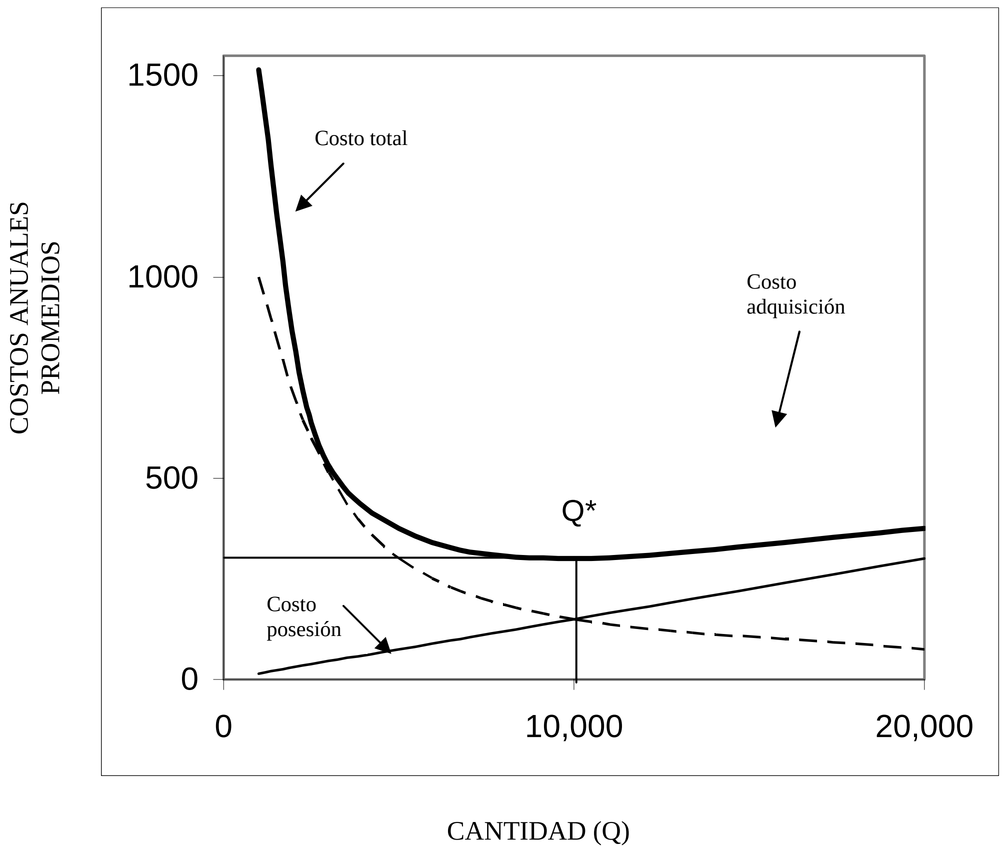
El costo total sería

$$CT = \frac{1}{2}QCh + \frac{D}{Q}Co = \frac{1}{2}(10{,}000)(0.03) + \frac{75{,}000}{10{,}000}\$20 = 150 + 150 = \$300$$

Y por último el tiempo de reorden, es decir con que frecuencia son los pedidos se obtiene con la ecuación 3.10

$$T = \frac{250Q^*}{D} = \frac{250(10{,}000)}{75{,}000} = 33.33\text{días}$$

FIGURA 3.5



- **MODELO DE INVENTARIO CON DESCUENTOS POR CANTIDAD (Anderson, Hillier,Heizer,Fitzimmons, Adam)**

Hay situaciones donde los proveedores dan descuentos si se compra a mayoreo, el modelo EOQ ayuda a decidir que cantidad se debe adquirir. El costo total esta dado por la ecuación 3.11

$$CT = \frac{1}{2}QCh + \frac{D}{Q}Co + DC \qquad (3.11)$$

Donde:

Q = cantidad a ordenar

Ch = costo de mantenimiento

D = tasa de demanda anual

Co = costo por pedido

C = costo unitario de adquisición

EJEMPLO DE INVENTARIO CON DESCUENTOS POR CANTIDAD (Anderson, Hillier,Heizer,Fitzimmons, Adam)

Volviendo al ejemplo del Independence Inn, la empresa Olagance le ofrece diferente precios de los jabones, al aumentar su cantidad de pedido. El hotel necesita saber cual de los precios que le ofrece Olagance le conviene pedir, así como el costo total del inventario. (véase tabla 3.1)

Se deben obtener los valores de Q* para cada diferente cantidad de jabones y con sus respectivos precios, manteniendo la demandad de 75,000 jabones anuales.

Se utiliza la educación 3.8 para el cálculo

$$Q^* = \sqrt{\frac{2DCo}{Ch}} \tag{3.8}$$

TABLA 3.1 Precios ofrecidos para jabones por Olagance

OPCIÓN	TAMAÑO DEL PEDIDO	PRECIO
1	0-7,500	$3.08
2	7,5001-15,000	$3
3	>15,000	$2.87

Opción 1

$$Q^*1 = \sqrt{\frac{2DCo}{Ch}} = \sqrt{\frac{2(75000)(20)}{(3.08)(0.01)}} = 9869 \text{ jabones}$$

Opción2

$$Q^*2 = \sqrt{\frac{2DCo}{Ch}} = \sqrt{\frac{2(75000)(20)}{(3)(0.01)}} = 10{,}000 \text{ jabones}$$

Opción 3

$$Q^*3 = \sqrt{\frac{2DCo}{Ch}} = \sqrt{\frac{2(75000)(20)}{(2.87)(0.01)}} = 10{,}224 \text{ jabones}$$

En la tabla 3.2, se puede observar que en la opción 3, la cantidad promedio es menor a la que ser requiere para obtener ese precio; en la opción 1 sobrepasamos la cantidad por lo tanto la mejor opción es la 2. Sin embargo necesitamos conocer el costo total para poder dar nuestro resultado final.

El costo total se calcula con la ecuación 3.11, se utiliza la cantidad Q* para la opción 2, ya que esta dentro del tamaño del pedido, mientras para las otra opciones se utiliza 7,500 y 15,000 para estar dentro de los rangos que marca Olagance.

TABLA 3.2

OPCIÓN	TAMAÑO DEL PEDIDO	PRECIO	Q*
1	0-7,500	$3.08	9,869
2	7,5001-15,999	$3	10,000
3	>15,000	$2.87	10,224

Opción 1

$$CT1 = \frac{1}{2}QCh + \frac{D}{Q}Co + DC = 115.5+200+231{,}000=\$231{,}315.5$$

Opción 2

$$CT2 = \frac{1}{2}QCh + \frac{D}{Q}Co + DC = 150 + 150 + 225000 = \$225{,}300$$

Opción 3

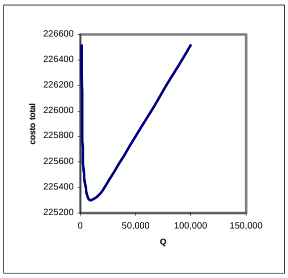
$$CT3 = \frac{1}{2}QCh + \frac{D}{Q}Co + DC = 215.25+100+215{,}250= \$215{,}565.25$$

En la tabla 3.3 muestra los resultados se concluye que aunque la Q* entra dentro de la opción 2, los costos totales son menores en la opción 3. Los resultados se pueden apreciar mejor en la gráfica de la figura 3.6

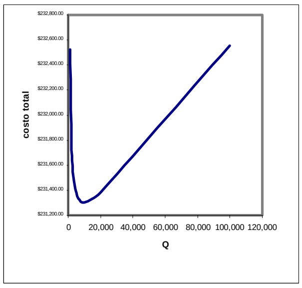
TABLA 3.3

OPCIÓN	TAMAÑO DEL PEDIDO	PRECIO	Q*	COSTO TOTAL
1	0-7,500	$3.08	9,837	$231,315.5
2	7,5001-15,999	$3	10,000	$225,300
3	>15,000	$2.87	10,440	$215,565.25

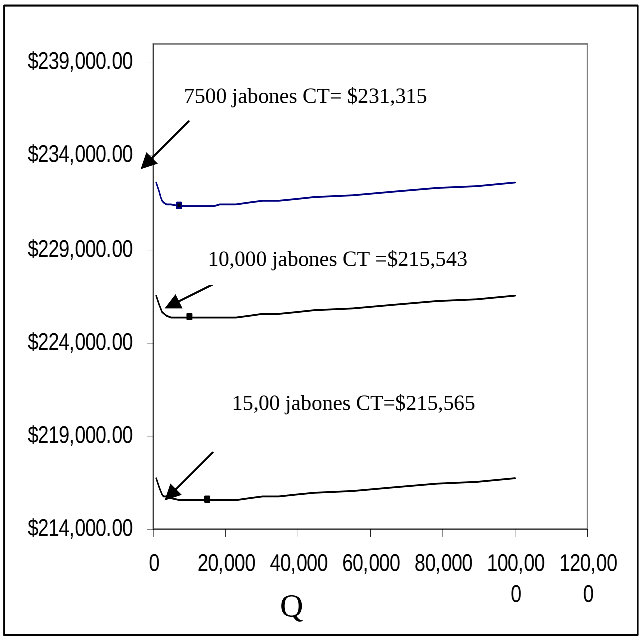
FIGURA 3.6

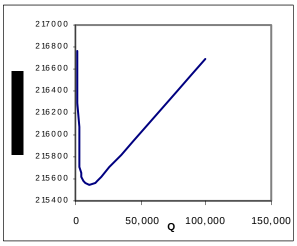


Opción 1



Opción 2





Opción 3

Conclusiones:

Evaluando las tres opciones que presentaba Olagance al Independence Inn la mejor opción es la 3 >15,000 jabones a un precio de $2.87, ya que el CT es el menor de los 3, reducimos costos de inventario.

MODELO DE INVENTARIOS CON FALTANTES PLANEADOS

La escasez en un inventario siempre es indeseable, ya que por esta causa podemos perder clientes. Pero cuando el costo unitario y el costo de mantenimiento del inventario son muy altos, se pueden planear faltantes para minimizar los costos. La figura 3.7 muestra el comportamiento del inventario con faltantes y cantidades ordenadas. Se puede comparar con la figura 3.4 El inventario baja hasta una cantidad –S. S es el número de unidades de faltantes. La cantidad ordenada sigue siendo Q. El máximo es Q-S. Q es la cantidad ordenada pero se tiene que descontar el número de unidades de faltantes.

A la ecuación 3.1 se le aumenta el costo de los faltantes (véase ecuación 3.12 y 3.13)

CT = costo de manejo + costo de adquisición + costo del faltante (3.12)

La ecuación 3.13 se obtiene de que Ch depende de la cantidad pedida (Q) y de la cantidad de faltantes (S).

$$CT = \frac{(Q-S)^2}{2Q}Ch + \frac{D}{Q}Co + \frac{S^2}{2Q}Cb \qquad (3.13)$$

Donde:

S = cantidad de faltantes

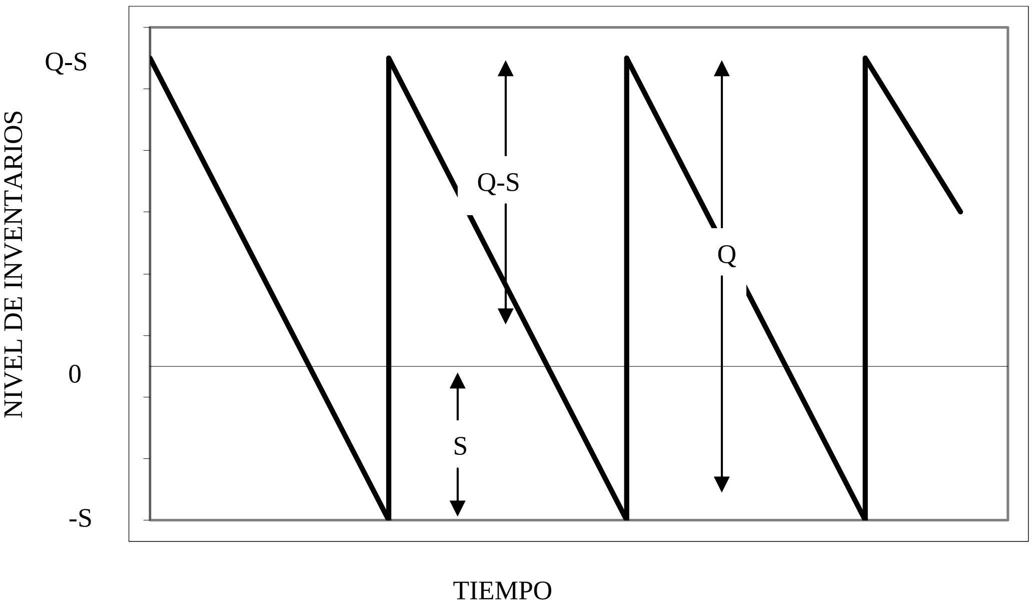
Cb = costo de la cantidad de faltantes

La cantidad óptima a pedir Q* y la de faltantes S* se obtiene por las ecuaciones 3.14 y 3.15.

$$Q^* = \sqrt{\frac{2DCo}{Ch}\left(\frac{Cb+Ch}{Cb}\right)} \qquad (3.14)$$

$$S^* = Q^*\left(\frac{Ch}{Ch+Cb}\right) \qquad (3.15)$$

FIGURA 3.7



EJEMPLO DE INVENTARIOS CON FALTANTES PLANEADOS

En Independence Inn no requiere el mismo inventario de jabones, ya que es temporada baja, por lo tanto a decidido tener faltantes planeados en el inventario de jabones. La demanda sigue siendo de 75000 jabones anuales. El costo es de $3 por cada uno, el costo de manejo es de 1% del costo del producto y el costo de adquisición es de $20. El costo de anual de los pedidos pendientes o faltantes es de $0.05

Utilizando las ecuaciones 3.14 y 3.15 tenemos:

$$Q^* = \sqrt{\frac{2(75{,}000)(\$20)}{0.03}\left(\frac{0.05+0.03}{0.05}\right)} = 12{,}649 \text{ jabones}$$

$$S^* = 10{,}020\left(\frac{0.03}{0.03+0.05}\right) = 4743 \text{ jabones}$$

El inventario máximo sería

Inventario máximo = Q*-S* = 12,649 – 4,743 =7,906 jabones

El costo anual se obtiene utilizando la ecuación 3.13

$$CT = \frac{(7{,}906)^2}{2(12649)}0.03 + \frac{75{,}000}{12{,}649}20 + \frac{4743^2}{2(12649)}0.05 = 74.12 + 118.58 + 44.62 = \$237.32$$

Comparando el Costo total con faltantes con el costo total sin faltantes, vemos que es menor. La empresa hizo buena elección de permitir faltantes en temporada baja.

MODELO DE INVENTARIOS PROBABILÍSTICOS (Anderson, Hillier,Heizer,Fitzimmons, Adam)

En los modelos de inventarios determinísticos se conoce o se supone la tasa fija de la demanda, si se quita esa suposición la demanda es incierta. Por ejemplo en los hoteles pequeños no se sabe con exactitud como será la demanda de cuartos de una temporada a otra, o en un restaurante donde se ofrecen platillos de la estación, no se sabe que tan demandados serán, ya que puede cambiar de un año a otro. A pesar de esto, se tiene que realizar un pronóstico de la demanda esperada, así como de su posible variación.

Los modelos que se van a estudiar son:

- Modelo de Inventarios de Productos perecederos
- Modelos de Control de Inventarios
- Modelo de inventarios de revisión continua
- Modelo de inventarios de revisión periódica

MODELO DE PRODUCTOS PERECEDEROS (Anderson, Hillier,Heizer,Fitzimmons, Adam)

Productos perecederos se refiere a los productos que están en inventario durante un solo periodo, es decir que pasando ese periodo no se pueden vender. Ejemplo, el pescado en un restaurante, si no se vende el platillo, el pescado se descompone. Otro ejemplo es la ropa que hay en las boutiques de los hoteles, solo puede estar por una temporada porque pasa de moda y no la comprarían después. Uno de los mejores ejemplos es cuando se reservan lugares en una excursión y estos no son ocupados en su totalidad, no se pueden guardar para otra excursión.

Ya que no se conoce la demanda, se puede perder dinero en la compra excesiva o en la falta de productos.

Los costos en los productos perecederos son:

Co: El costo por unidad de tener demasiadas existencias

Cu: El costo por unidad de no tener existencias.

CC: La cantidad crítica que se debe tener para no incurrir en costos por demasiadas existencias o por no tenerlas.

La CC esta dada por la ecuación 3.16

$$CC = \frac{Cu}{Cu + Co} \tag{3.16}$$

EJEMPLO 1 DE INVENTARIOS PERECEDEROS

El restaurante “El Náutico” necesita saber cuanto pedir de langostinos para la temporada de cuaresma. Se sabe que en la temporada de cuaresma es la temporada alta para el restaurante, su demanda varía uniformemente entre 150 y 200 Kilos de langostinos por un mes, lo que dura la cuaresma. El kilo de langostinos cuesta \$300 y ellos dan platillo de 3 langostinos al gusto en \$300 pesos. El Kilo trae aproximadamente 10 langostinos. El costo por platillo por tener demasiadas existencias es:

$$Co = \frac{\$300}{10 langostinos} = \$30 * 3 langostinos = \$90$$

Es decir se perdería \$90 por platillo si se tiene demasiadas existencias

$$Cu = \$300 - \$90 = \$210$$

Se perdería \$210 por no tener las existencias suficientes.

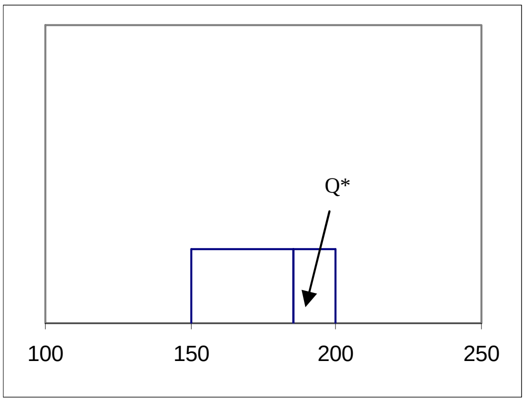
$$CC = \frac{210}{210 + 90} = 0.7$$

Se debe de tener un inventario 0.7 de la diferencia de 150 y 200 kilos de langostinos, para tener la venta asegurada y vender el máximo. (véase la figura 3.8)

La cantidad óptima a pedir se calcula:

$$Q^* = 150 + 0.7(200 - 150) = 185 Kilos \text{ de langostinos}$$

FIGURA 3.8



DEMANDA EN KILOS

Conclusiones:

Ya que Cu > Co se obtuvo una cantidad mayor a pedir de 0.5, se obtuvo 0.7. Esto quiere decir que tendríamos más costos por tener faltantes que por tener excedentes.

EJEMPLO 2 DE MODELO DE INVENTARIOS PERECEDEROS

La Matin, es un restaurante famoso por sus desayunos. El administrador necesita minimizar los costos y a decidido en reorganizar los inventarios. El inventario de huevo es uno de los más importantes. La demanda del restaurante tiene una distribución normal con una demanda promedio de 1000 huevos por semana con una desviación estándar de 100 huevos.

El costo de 1 docena de huevos cuesta \$15 y el platillo de huevos al gusto se ofrece en \$30, en donde se utilizan dos huevos.

La cantidad a pedir se obtiene de la siguiente forma:

$$Co = \frac{\$15}{12huevos} = \$1.25 * 2huevos = \$2.5$$

Es decir se perdería \$2.5 por platillo si se tiene demasiadas existencias

$$Cu = \$30 - \$2.5 = \$27.5$$

Se perdería \$27.5 por no tener las existencias suficientes.

La cantidad crítica se obtiene:

$$CC = \frac{27.5}{27.5 + 2.5} = 0.91$$

Se debe de tener en inventario 0.91 en donde la Z, según el anexo A es de 1.34

$$Q = \mu + z\sigma$$

$$Q = 1000 + (1.34)(100) = 1{,}134 \text{ huevos}$$

MODELO DE INVENTARIOS DE REVISIÓN CONTINUA (Anderson, Hillier,Heizer,Fitzimmons, Adam)

Los modelos de inventarios con revisión continua son inventarios que están en vigilancia por computadoras, indican cuando hay que colocar otro pedido. Establecen cuanto y cuando pedir. Ejemplo: en los hoteles se revisa continuamente la existencia de toallas en los cuartos, si hace falta alguna toalla se reemplaza.

Se utiliza la misma fórmula de Q* para establecer la cantidad (véase ecuación 3.8). La diferencia es que se necesita saber cuando colocar el pedido. El punto de reorden (r) ecuación 3.17

$$r = \mu + z\sigma \tag{3.17}$$

Donde:

r = punto de reorden

μ = media

z = número de desviaciones estándar

σ = desviación estándar

MODELO DE INVENTARIOS DE REVISIÓN PERIÓDICA (Anderson, Hillier,Heizer,Fitzimmons, Adam)

A diferencia del modelo de revisión continua, la revisión se hace en un periodo de tiempo, se colocan los pedidos en un tiempo específico. Ejemplo: se pueden verificar mensualmente, semanalmente, cada tercer día.

La ecuación que se usa para establecer la cantidad a pedir (Q) es la 3.18. La cantidad a pedir es la diferencia del nivel máximo de inventario, el nivel de reabastecimiento y el nivel actual del inventario.

$$Q = M - H \tag{3.18}$$

Donde:
Q = cantidad a pedir
M = nivel de reabastecimiento
H = nivel actual del inventario

Ejemplo si una pensión tiene 15 pares de sábanas y su nivel de reabastecimiento es de 20. La Q es:

Q = 20-15 = 5 sábanas

Pero como el nivel de reabastecimiento es incierto, necesitamos determinarla con la demanda media y su desviación estándar. Debemos tener la probabilidad que queremos para que no existan faltantes o que no tengamos escasez. La ecuación 3.19 utiliza estos tres parámetros para estimar M.

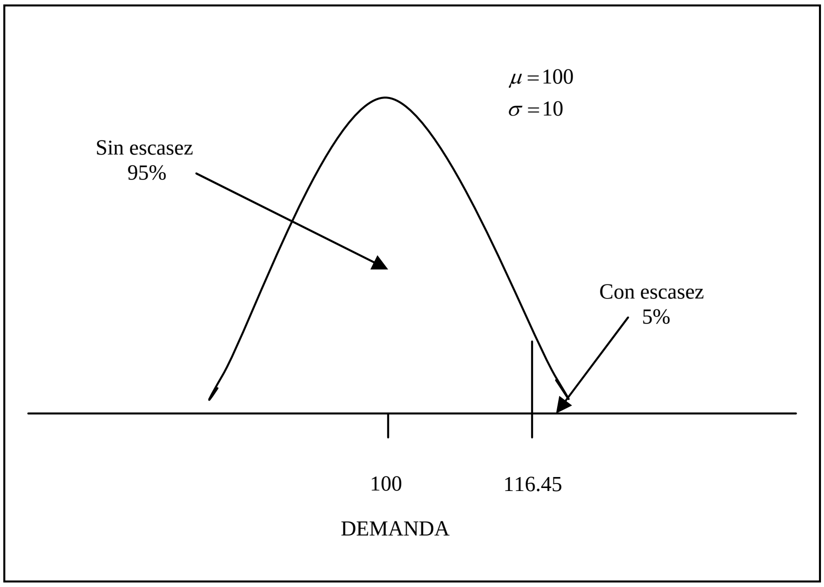
$$M = \mu + z\sigma \tag{3.19}$$

EJEMPLO DE INVENTARIOS CON REVISIÓN PERIÓDICA

La pensión San José tiene una demanda promedio de 100 sábanas por semana con una desviación estándar de 10 sábanas. Solo se quiere tener una probabilidad del 5% de faltantes en el almacén. Obtener M.
Como vimos la ecuación 3.19 nos permite calcular M, se necesita un 5% de probabilidad que no existan faltantes, la figura 3.9 nos muestra la probabilidad del 5%. El 5% de probabilidad nos da una z = 1.645 (véase Anexo A).

μ = 100
σ = 10.

$$M = 100 + (1.645)(10) = 116.45 = 116 \text{ sábanas.}$$



PRONÓSTICOS

4.4 PRONÓSTICOS (Anderson, Hillier,Heizer,Fitzimmons, Adam)

Un pronóstico es una estimación anticipada del valor de una variable con una exactitud determinada, por ejemplo: la demanda de cuartos en un hotel en temporada alta o baja.

El pronóstico puede ser cualitativo o cuantitativo, puede realizarse para periodos largos o cortos, por ejemplo: para los siguientes 3 años o para el próximo mes.

- **CARACTERÍSTICAS DE LOS PRONÓSTICOS (Anderson, Hillier,Heizer,Fitzimmons, Adam)**

En general los pronósticos tienen tres características, las cuales son:

1. Tiempo futuro.- todos los pronósticos se realizan en el tiempo presente para un tiempo futuro, corto o largo.
2. Incertidumbre.- no se tiene certeza del futuro
3. Confianza en los datos.- para realizar un pronóstico se debe tener confianza en los datos que se tienen para determinarlo.

- **BENEFICIOS DEL PRONÓSTICOS (Anderson, Hillier,Heizer,Fitzimmons, Adam)**

Los pronósticos ayudan a la toma de decisiones. Les proveen de información para calcular ventas, personal, etc. Se calculan utilizando modelos matemáticos, los datos que se utilizan son datos históricos de la empresa.

Con los pronósticos se obtiene mayor seguridad en el manejo de la información.

- **MÉTODOS DE PRONÓSTICOS (Anderson, Hillier,Heizer,Fitzimmons, Adam)**

Existen dos tipos de métodos:

- **Métodos Cualitativos.-** se utilizan cuando los datos son insuficientes, o cuando no se tienen datos históricos. Por ejemplo: cuando se quiere aumentar de categoría de cuartos en un hotel. Se usan los criterios de las personas, su experiencia para transformar los datos cualitativos en cuantitativos.
- **Métodos Cuantitativos.-** se utilizan cuando existen datos suficientes, datos históricos de los que se quiera pronosticar. Pueden ser de:

Proyección.- se necesita un patrón total de los datos para proyectarlos a futuro. Pueden ser móviles y de suavización de exponencial.

Separación.- también se le llama descomposición de series de tiempo, ya que separa la serie de sus componentes para establecer el patrón de cada componente.

Económicos.- son ecuaciones de regresión interdependientes que identifican a un departamento. Ejemplo: ventas, utilidades, personal. Se utilizan para realizar pronósticos de seguimiento del desarrollo de la demanda de los servicios.

Causales.- son modelos de regresión, simple o múltiple

- **MÉTODOS CUALITATIVOS (Anderson, Hillier,Heizer,Fitzimmons, Adam)**

  MÉTODO DELPHI.- se usa para pronósticos de nuevos servicios, pronósticos a largo plazo. Su exactitud es de regular a muy buena

  El método delphi se utiliza en los niveles altos de las empresas, se emplea para determinar pronósticos a largo plazos.

  Se basa en aplicar una serie de cuestionarios a personas seleccionadas, expertos en el tema con el objetivo de establecer una conclusión en grupo.

- **MÉTODO DELPHI**

  Existen varios pasos para realizar el método delphi, los principales son:

  1. Definir el problema
  2. Establecer el grupo de expertos
  3. Diseñar el cuestionario
  4. Enviar el cuestionario para la primera ronda
  5. Análisis de respuestas de la primera ronda
  6. Enviar el cuestionario para la segunda ronda (se incluye la información de la primera ronda)
  7. Análisis de respuestas de la segunda ronda
  8. Analizar si es suficiente dos rondas o se necesitan más para obtener un consenso.
  9. Enviar resultados a los expertos para cambiar su postura o mantenerla con una explicación.
  10. Presentar los resultados a todos los colaboradores.

Existen otros métodos cualitativos algunos de ellos son:

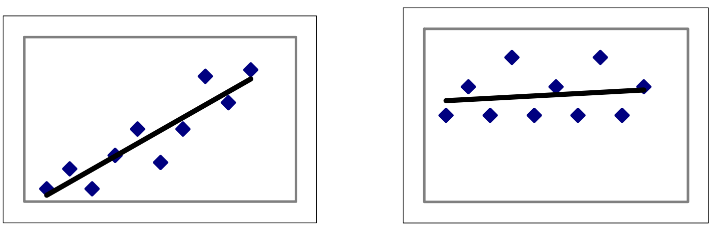
- **Investigación de mercados.-** evalúa posibles mercados reales, su exactitud es excelente, dependiendo del trabajo.
- **Pronósticos Visionarios.-** se utiliza la experiencia del personal para realizar los pronósticos. Exactitud mala.
- **Analogía histórica.-** se usan para servicios nuevos, se basa en el análisis de servicios similares. Exactitud regular
- **Consenso de un panel.-** para servicios nuevos y pronósticos a largo plazo. Exactitud regular

- **MÉTODOS CUANTITATIVOS (Anderson, Hillier,Heizer,Fitzimmons, Adam)**
- **SERIES DE TIEMPO**

  Se basa en un patrón del pasado para proyectarlo en el futuro. Los patrones pueden ser estacionarios, con tendencias e irregulares.

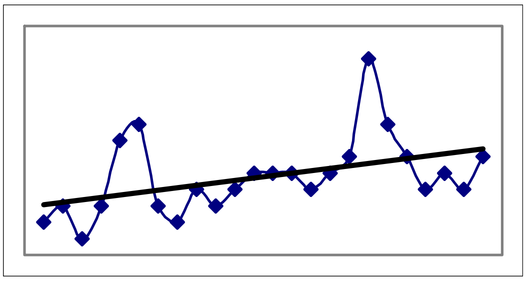
- **COMPONENTES DE SERIES DE TIEMPO**
  - TENDENCIA.- es el comportamiento predominante de la serie. Fig 4.1
  - CICLO.- son las oscilaciones alrededor de la tendencia. Fig 4.2
  - VARIACIÓN ESTACIONAL.- movimiento periódico, está determinado por factores institucionales y climáticos. Fig 4.3
  - ERROR ALEATORIO O IRREGULARIDAD.- son todos los movimientos que no son tendencias, ciclos o estacionalidad.

FIGURA 4.1 TENDENCIA



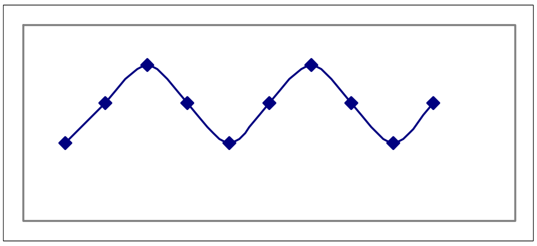
Con tendencia Sin tendencia

FIGURA 4.2 CICLO



Cada año en el mes 6 tiene un pico

FIGURA 4.3 ESTACIONALIDAD



PROMEDIOS MÓVILES (Anderson, Hillier,Heizer,Fitzimmons, Adam)

El método de promedios móviles en series de tiempo se basa en el pronóstico de los periodos siguientes por medio de promedios de *n* datos. Se utiliza la ecuación 4.1

$$PM = \sum \frac{(nVALORES)}{n} \qquad (4.1)$$

Ejemplo

El Hotel Correo Mexicano necesita pronosticar la siguiente temporada de semana santa. Los 8 años anteriores tuvieron un demanda de clientes bastante costante. Los datos se muestran en la tabla 4.1

Para utilizar el método de promedio móvil debemos observar si los datos son estables o no. Se utiliza una gráfica para observar su estabilidad Fig 4.4.

El pronóstico del 2004 se obtiene con la ecuación 4.1. Se utilizan 3 series de tiempo para los promedios móviles.

TABLA 4.1

AÑO	SERIE	CLIENTES
1996	1	200
1997	2	208
1998	3	192
1999	4	181
2000	5	204
2001	6	215
2002	7	205
2003	8	210

$$PM = \frac{200 + 208 + 192}{3} = 200$$

$$PM = \frac{208 + 192 + 181}{3} = 194$$

$$PM = \frac{192 + 181 + 204}{3} = 192$$

$$PM = \frac{181 + 204 + 215}{3} = 200$$

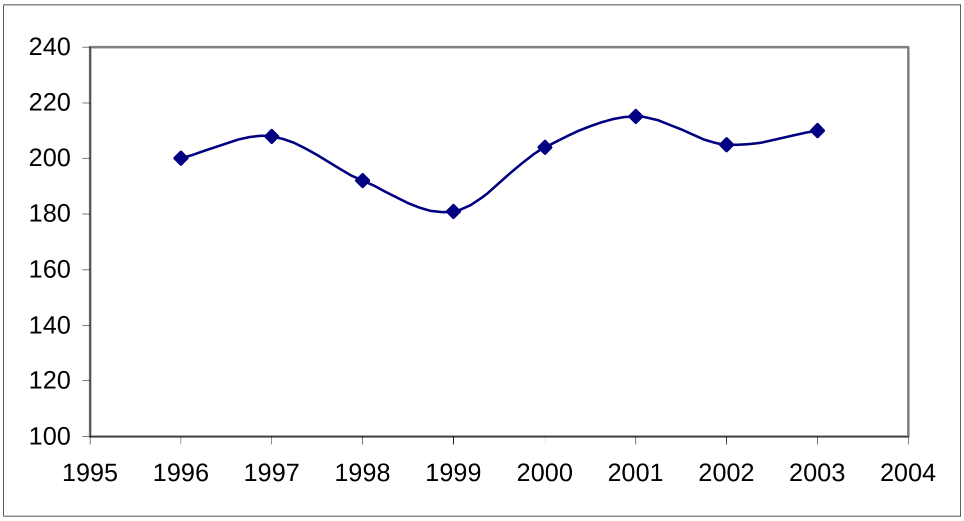
$$PM = \frac{204 + 215 + 205}{3} = 208$$

$$PM = \frac{215 + 205 + 210}{3} = 210$$

Los promedios móviles de los tres primeros años (1996, 1997, 1998) son el pronóstico para el año siguiente (1999). Por lo tanto el promedio móvil de los últimos tres años (2001, 2002, 2003) son el pronóstico del año 2004. Véase tabla 4.2.

En el método de promedios móviles se tiene que decidir cuantos valores se tienen que tomar en cuenta para realizar el promedio. Esto puede ser causa de un error en la exactitud del cálculo del pronóstico

FIGURA 4.4



En la figura 4.5 se muestran los datos originales y el promedio móvil. Los errores del pronóstico son la diferencia del dato real y el promedio móvil.

Ejemplo: para el año 1998

$$\text{Error} = 192 - 200 = -8$$

Se utilizan el promedio de los errores al cuadrado para la exactitud del método.

$$\text{Error al cuadrado} = -8^2 = 64$$

Mientras sea más pequeño el promedio de los errores, mejor es el método. El promedio de la suma de los errores al cuadrado se le llama MSE (por sus siglas en inglés). En la tabla 4.3 se calcularon los errores, errores al cuadrado y su promedio.

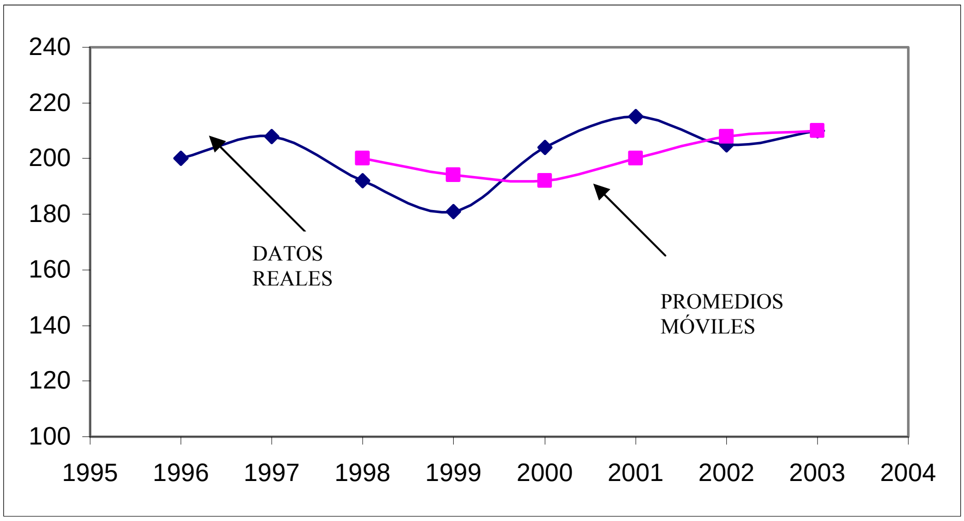
$$\sum \text{errores} = 610.9$$

$$\text{prom. Errores} = \frac{610.9}{6} = 101.83$$

TABLA 4.2

AÑO	SERIE	CLIENTES	PROMEDIO MÓVIL	PRONÓSTICO
1996	1	200		
1997	2	208		
1998	3	192	200	
1999	4	181	194	200
2000	5	204	192	194
2001	6	215	200	192
2002	7	205	208	200
2003	8	210	210	208
2004	9			210

FIGURA 4.5



Después de analizar el promedio de los errores al cuadrado, tomando tres valores para calcular el promedio móvil, se observa que es relativamente alto, por esta razón se realiza otro cálculo tomando ahora dos y cuatro valores para calcular el promedio móvil. En la tabla 4.4 se realizaron los cálculos de estos dos nuevos promedios. Se observa que el promedio de dos valores es el que tiene el menor MSE. La mejor longitud es la de dos valores. La figura 4.6 muestra las tres longitudes.

TABLA 4.3

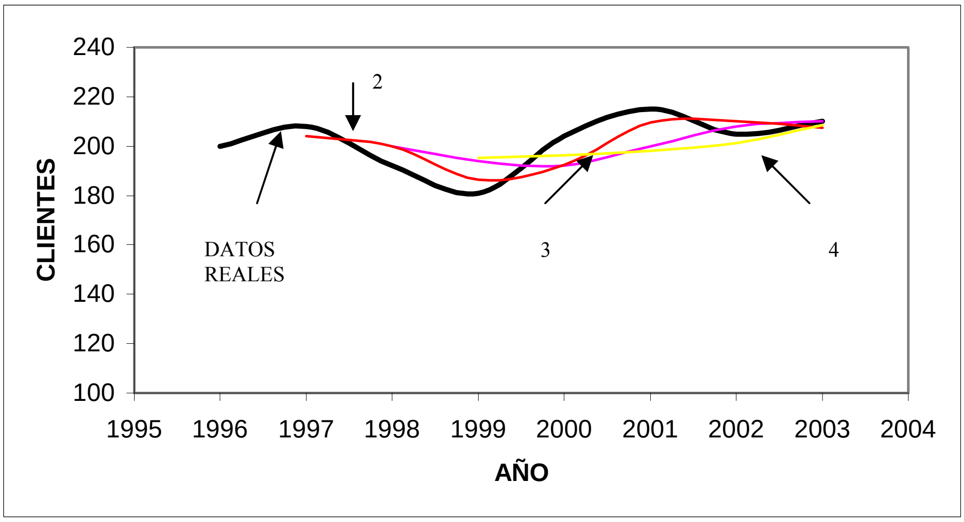
AÑO	SERIE	CLIENTES	PROMEDIO MÓVIL	ERROR	ERROR CUADRADO
1996	1	200			
1997	2	208			
1998	3	192	200	-8	64
1999	4	181	194	-13	169
2000	5	204	192	12	144
2001	6	215	200	15	225
2002	7	205	208	-3	9
2003	8	210	210	0	0
TOTAL				27	610.9
PROMEDIO				4.5	101.83

TABLA 4.4

AÑO	SERIE	CLIENTES	ERROR CUADRADO CON 3 DATOS	ERROR CUADRADO CON 2 DATOS	ERROR CUADRADO CON 4 DATOS
1996	1	200			
1997	2	208		16	
1998	3	192	64	64	
1999	4	181	169	30.25	203.06
2000	5	204	144	132.25	60.06
2001	6	215	225	30.25	289
2002	7	205	9	25	14.06
2003	8	210	0	6.25	2.25
MSE			101.83	43.42	113.68

En la figura 4.6 se ve la diferencia en las tres longitudes.

FIGURA 4.6



SUAVIZACIÓN EXPONENCIAL SIMPLE

Los modelos de suavización son usados frecuentemente en la administración, ya que no son modelos complicados y se encuentran en los softwares. El modelo de suavización simple, es un modelo en donde se utiliza datos históricos recientes, se le da una ponderación al valor más reciente y menor valor al más antiguo. La ponderación es dada por un coeficiente de suavización (α). Los valores de α pueden ser de $0 \leq \alpha \leq 1$. Para obtener los pronósticos se utiliza la ecuación 4.2.

$$P_t = \alpha V_{t-1} + (1-\alpha)P_{t-1} \qquad (4.2)$$

Donde:

P_t = pronóstico exponencial suavizado para el tiempo t

V_{t-1} = valor actual para el tiempo t-1

P_{t-1} = pronóstico exponencial suavizado para el periodo t-1

α = coeficiente de suavización $0 \leq \alpha \leq 1$

Ejemplo:

Se retoma el ejemplo del Hotel Correo Mexicano, se utilizan los datos de la tabla 4.1 con un α de 0.2. Ya que se necesitan valores de t-1, se empezara desde el año 1998. Tomando $V_{t-1} = 208$ y el valor del año 1996 como el pronóstico $P_{t-1} = 200$

$$P_3 = (0.2)(208) + (1 – 0.2)(200) = 201.6$$

Para el año siguiente 1999, los valores son:

$V_{t-1} = 192$

$P_{t-1} = 201.6$

$$P_4 = (0.2)(192) + (1 – 0.2)(201.6) = 199.68$$

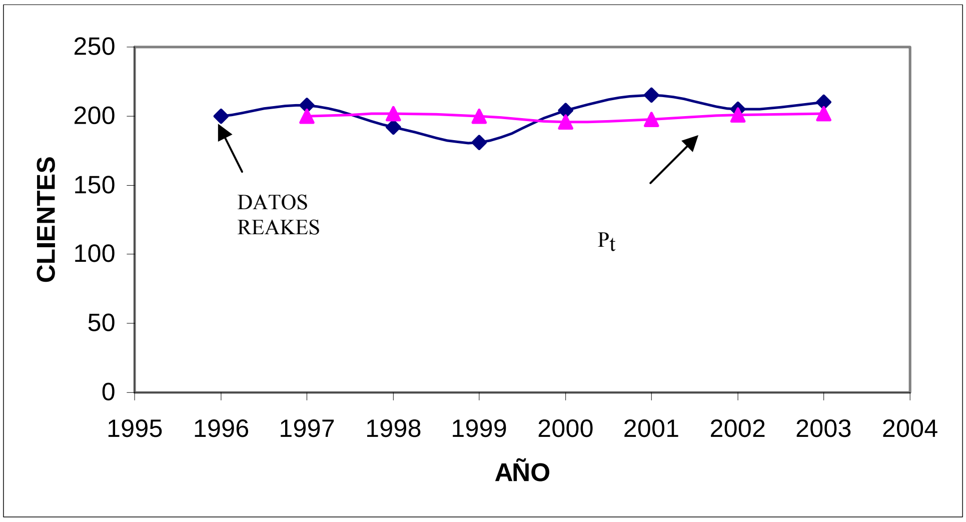
Los resultados se muestran en la tabla 4.5, como se sabe se necesita minimizar el error MSE. Se puede minimizar cambiando el valor del coeficiente α. El coeficiente α se elige por medio de las características de lo que se quiere pronosticar. Por ejemplo si una α es alta significa que se le quiere dar mucho peso a los datos más recientes mientras que si es baja se le quiere dar más peso a los anteriores. Los valores altos de α se utilizan cuando los servicios son nuevos y no se tienen datos históricos relevantes.

En nuestro ejemplo el MSE es de 136.57, se debe de analizar si algún otro coeficiente minimiza el MSE. La figura 4.7 muestra los datos reales y el pronóstico.

TABLA 4.5

AÑO	PERIODO	CLIENTES (V_{T-1})	PRONÓSTICO (P_T)	ERROR ($V_{T-1} – P_T$)	ERROR CUADRADO
1996	1	200			
1997	2	208	200	8	64
1998	3	192	202	-10	100
1999	4	181	200	-19	361
2000	5	204	196	8	62
2001	6	215	198	17	289
2002	7	205	201	4	16
2003	8	210	202	8	64
2004	9		203	**MSE**	**136.57**

FIGURA 4.7



PROYECCIONES DE DATOS CON TENDENCIA (Anderson, Hillier,Heizer,Fitzimmons, Adam)

Los dos métodos anteriores pronostican datos que no tienen una tendencia marcada, es decir, son estables. Si tenemos una tendencia, los métodos de promedios móviles y de suavización exponencial simple, no funcionan, ya que en sus ecuaciones no consideran la tendencia de los datos.

Para determinar la tendencia de los datos se necesita aplicar la ecuación 4.3.

$$T = b_0 + b_1 t \qquad (4.3)$$

Donde:

bo = intersección en la línea

b1 = pendiente de la línea

T = tendencia

t = valor en la serie

Ejemplo

Una agencia de viajes en Puebla tiene los datos de los clientes que han solicitado sus servicios durante 10 años. En la tabla 4.6 están los datos de la agencia de viajes. Se utiliza la ecuación 4.3 para obtener la tendencia de los datos.

TABLA 4.6

AÑO (t)	CLIENTES (miles)
1	1
2	1.2
3	1.5
4	1.3
5	1.8
6	1.9
7	2.03
8	2.4
9	1.97
10	2.7

En la ecuación 4.3 se tienen dos parámetros para la línea de la tendencia b_0 y b_1 para obtener los valores se utilizan las ecuaciones 4.4 y 4.5.

$$b_0 = \bar{y} - b_1\bar{t} \qquad (4.4)$$

$$b_1 = \frac{\sum tYt - \left(\sum t \sum Yt\right)/n}{\sum t^2 - \left(\sum t\right)^2/n} \qquad (4.5)$$

Donde:

Y_t = es el valor real en el tiempo t

$\bar{y}$= promedio de Y

$\bar{t}$ = promedio de t

n = número de periodos

Para el ejemplo de la agencia de viajes los valores Y y t están en la tabla 4.7.

$$b_1 = \frac{111.64 - (55)(17.8)/10}{385 - 55^2/10} = 0.166$$

$$b_0 = 1.78 - (0.166)(5.5) = 0.864$$

TABLA 4.7

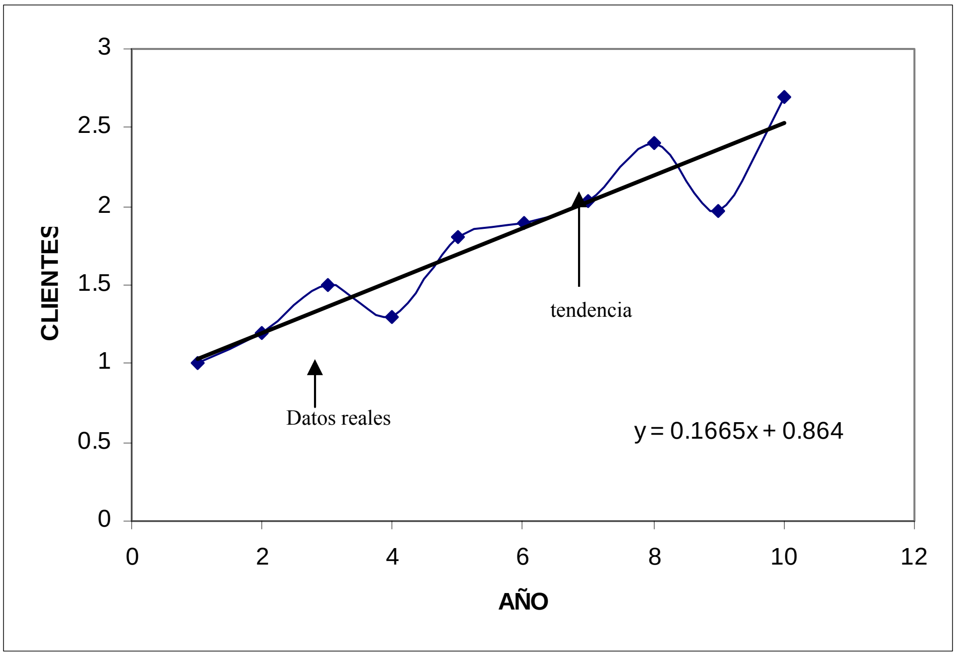
	AÑO (t)	**CLIENTES (miles) (Y)**	**tY_t**	**T^2**
	1	1	1	1
	2	1.2	2.4	4
	3	1.5	4.5	9
	4	1.3	5.2	16
	5	1.8	9	25
	6	1.9	11.4	36
	7	2.03	14.21	49
	8	2.4	19.2	64
	9	1.97	17.73	81
	10	2.7	27	100
TOTAL	55	17.8	111.64	385
PROMEDIO	5.5	1.78		

En la figura 4.8 se observan los datos con la línea de tendencia.
Utilizando la ecuación 4.3 obtenemos la tendencia para el año 11.

$$T_{11} = 0.864 + 0.166(11)$$
$$T_{11} = 2.69$$

Esto significa que tendremos para el año 11 2,690 clientes. Así podemos obtener la tendencia para los años subsecuentes.

FIGURA 4.8



SERIES DE TIEMPO CON ESTACIONALIDAD (Anderson, Hillier,Heizer,Fitzimmons, Adam)

Hemos revisado las series de tiempo que tienen una tendencia sin estacionalidad. La estacionalidad es una variación periódica por causa de varios factores.

Para obtener la estacionalidad e irregularidad de una serie de tiempo se calcula su índice, el cual indica su efecto.

Se utiliza el método de promedio móvil para determinar los índices de estacionalidad S_t e irregular I_t.

Ejemplo

Una agencia de viajes en Cancún evalúa los datos de los clientes que recibe durante 3 cuatrimestres al año. Los datos de la tabla 4.8 y de la figura 4.9 son de los 4 años anteriores.

Se obtiene el promedio de clientes por año.

Para el año 1 el promedio móvil es:

$$PM = \frac{2 + 2.5 + 5}{3} = 3.17$$

Se continúa así para los siguientes años y cuatrimestres, estos promedios móviles son los puntos medios de cada serie de tiempo, en este caso de los 3 cuatrimestres. En la tabla 4.9 se puede ver los promedios móviles centrados así como el efecto de estacionalidad. Este se obtiene con la ecuación 4.6. En la figura 4.10 se observan los datos reales y los promedios móviles sin estacionalidad e irregularidad.

TABLA 4.8

AÑO	CUATRIMESTRE	CLIENTES
	1	2
1	2	2.5
	3	5
	1	3
2	2	3.3
	3	6.3
	1	3.7
3	2	4.9
	3	8.7
	1	5.8
4	2	6.8
	3	10.3

$$efectoS_t = \frac{datoreal}{promediomóvil} \qquad (4.6)$$

Para el primer cuatrimestre sería:

$$efectoS_t = \frac{2.5}{3.17} = 0.789$$

FIGURA 4.9

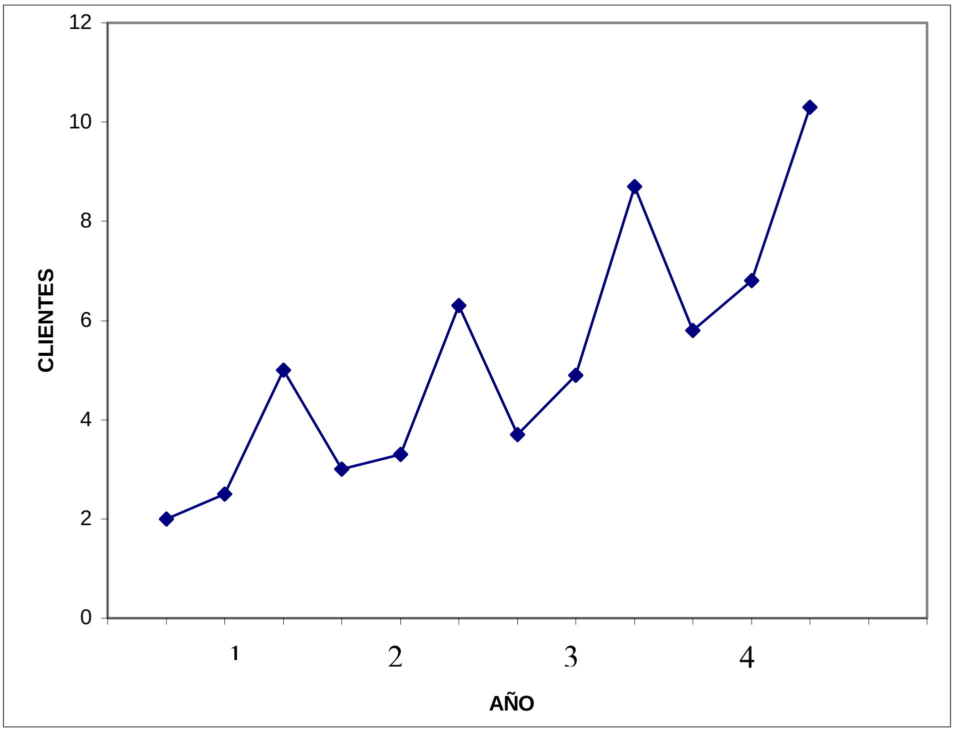
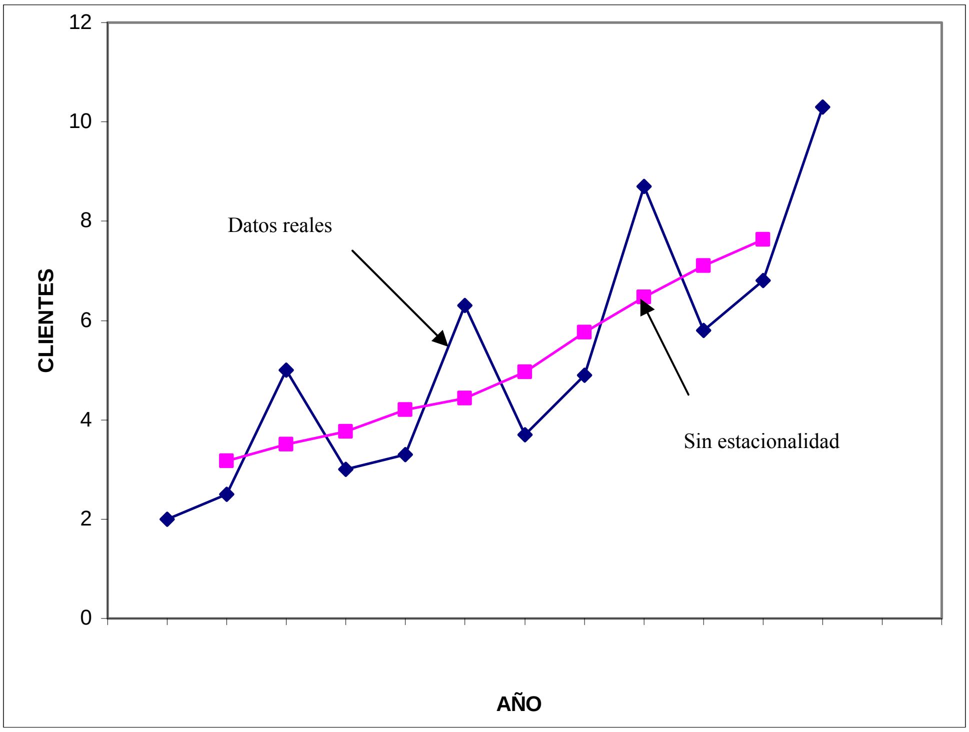


TABLA 4.9

AÑO	CUATRIMESTRE	CLIENTES (miles)	PROMEDIO MÓVIL	EFECTO DE ESTACIONALIDAD E IRREGULARIDAD
	1	2		
1	2	2.5	3.17	0.789
	3	5	3.5	1.429
	1	3	3.77	0.796
2	2	3.3	4.2	0.786
	3	6.3	4.43	1.421
	1	3.7	4.97	0.745
3	2	4.9	5.77	0.85
	3	8.7	6.47	1.345
	1	5.8	7.1	0.817
4	2	6.8	7.63	0.891

	3	10.3		

FIGURA 4.10



El índice estacionalidad es un promedio del efecto de cada cuatrimestre de cada año, en la tabla 4.10 se muestra un índice estacionalidad para cada uno de los cuatrimestres. Para el primer cuatrimestre el índice de estacionalidad S_t se calcula de la siguiente forma:

$$S_{1cuatrimestre} = S_{1año} + S_{2\ año} + S_{3\ año}$$

$$S_1 = \frac{0.796 + 0.745 + 0.817}{3} = 0.786$$

$$S_2 = \frac{0.789 + 0.786 + 0.850 + 0.891}{4} = 0.829$$

$$S_3 = \frac{1.429 + 1.421 + 1.345}{3} = 1.398$$

TABLA 4.10

CUATRIMESTRE	S_t
1	0.786
2	0.829
3	1.398

PROYECCIONES DE SERIES DE TIEMPO CON TENDENCIA Y SIN ESTACIONALIDAD (Anderson, Hillier,Heizer,Fitzimmons, Adam)

Se necesitan eliminar los efectos estacionales de los datos de las series de tiempo, así se pueden comparar diferentes periodos de tiempo. Se utiliza la ecuación de Survey of Current Business, The Wall Street Journal y Business Week, ecuación 4.7.

$$\frac{Y_t}{S_t} = T_t * I_t \qquad (4.7)$$

Donde:

Y_t = el valor real en el tiempo t

S_t = índice estacional en el tiempo t

T_t = tendencia en el tiempo t

I_t = índice irregular en el tiempo t

Ejemplo

Retomando el ejemplo de la agencia de viajes en Cancún, la tabla 4.8 tiene los datos de la agencia y la tabla 4.10 los datos del índice de estacionalidad.

La tabla 4.11 muestra los datos sin estacionalidad.

TABLA 4.11

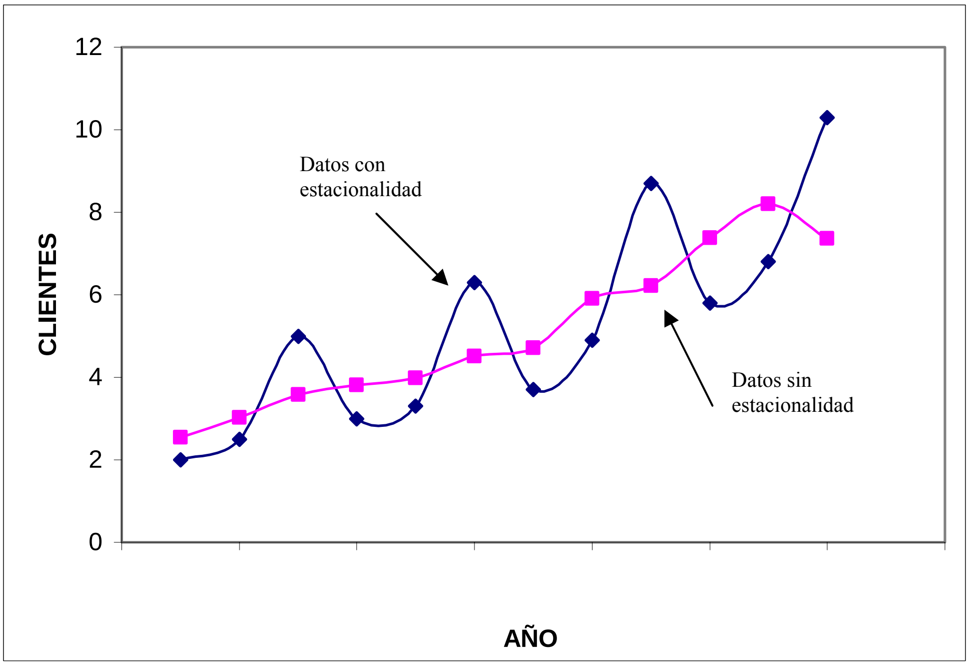
AÑO	CUATRIMESTRE	CLIENTES (miles) (Y_t)	S_t	Y_t/S_t
	1	2	0.786	2.54
1	2	2.5	0.829	3.01
	3	5	1.398	3.57
	1	3	0.786	3.81
2	2	3.3	0.829	3.98
	3	6.3	1.398	4.50
	1	3.7	0.786	4.70
3	2	4.9	0.829	5.91
	3	8.7	1.398	6.22
	1	5.8	0.786	7.37
4	2	6.8	0.829	8.20
	3	10.3	1.398	7.39

Teniendo los datos sin estacionalidad se usa el mismo método que con los datos con tendencia. Se utiliza la ecuación 4.3, 4.4 y 4.5. Los datos sin estacionalidad (Yt/S_t) en la ecuación 4.4 y 4.5 son Y_t.

La figura 4.11 muestra los datos de la agencia de viajes sin estacionalidad pero con tendencia.

En la tabla 4.12 se muestran los cálculos para obtener el pronóstico de los clientes de la agencia de viajes por el método de tendencia.

FIGURA 4.11



Utilizando las ecuaciones 4.4 y 4.5 se obtienen b_0 y b_1 para poder determinar el pronóstico.

$$b_1 = \frac{470 - (78 * 61.23)/12}{650 - (78)^2/12} = 0.50$$

$$b_0 = 5.19 - 6.5(0.5) = 1.91$$

TABLA 4.12

	t	Y_t	$Y_t t$	t^2
	1	2.54	2.54	1
	2	3.01	6.03	2
	3	3.57	10.72	9
	4	3.81	15.26	16
	5	3.98	19.90	25
	6	4.50	27.03	36
	7	4.70	32.95	49
	8	5.91	47.28	64
	9	6.22	56.0	81
	10	7.37	73.79	100
	11	8.20	90.22	121
	12	7.39	88.41	144
Total	78	61.23	470.19	650
Promedio	6.5	5.19		

Utilizando la ecuación 4.3 se estima el pronóstico de la agencia de viajes en Cancún. La agencia de viajes requiere el pronóstico del siguiente año, es decir de los tres cuatrimestres próximos.

Los datos tienen una estacionalidad que se tiene que tomar en cuenta para tener un mejor pronóstico. Esto se realiza multiplicando el pronóstico por el índice de estacionalidad S_t.

Para el cuatrimestre 1 del año 1, el pronóstico sin tomar la estacionalidad.

$$T = 1.91 + (0.5)(1) = 2.41$$

El pronóstico con estacionalidad.

$$P = T * S$$

$$P = 2.41 * 0.786 = 1.89$$

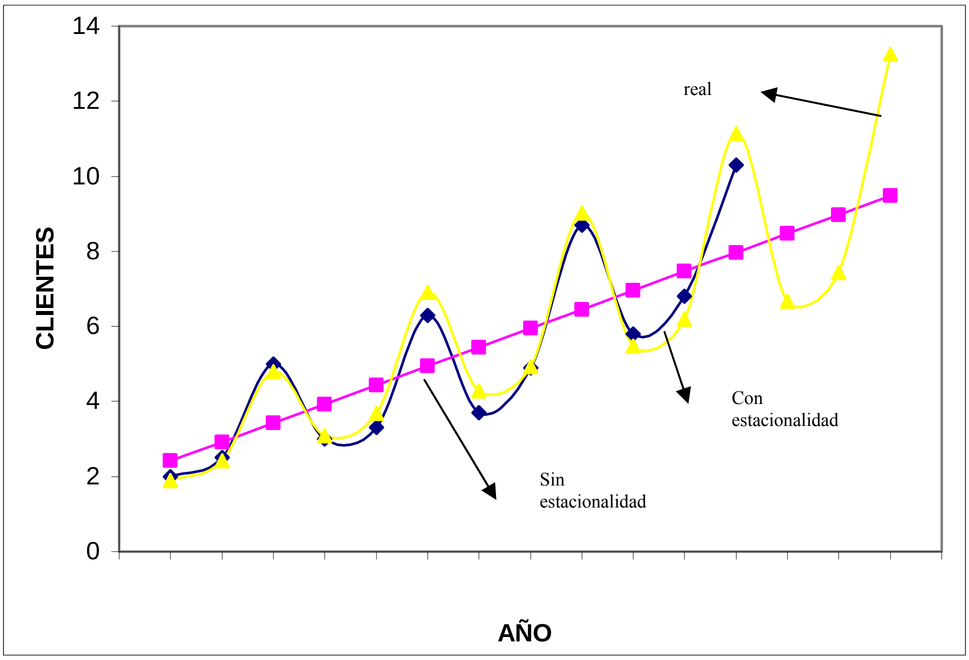
La estacionalidad de cada cuatrimestre se muestra en la tabla 4.10.

La tabla 4.13 muestra este ajuste. En la figura 4.12 se muestra los datos de la agencia, el pronóstico sin estacionalidad y el pronóstico con estacionalidad. Así como el pronóstico de la demanda de clientes que requiere la agencia de viajes para el próximo año.

TABLA 4.13

CUATRIMESTRE	CLIENTES (miles) (Y_t)	PRONÓSTICO	S_T	PRONÓSTICO CON AJUSTE
1	2	2.41	0.786	1.89
2	2.5	2.91	0.829	2.42
3	5	3.42	1.398	4.78
1	3	3.92	0.786	3.08
2	3.3	4.43	0.829	3.67
3	6.3	4.93	1.398	6.90
1	3.7	5.44	0.786	4.27
2	4.9	5.94	0.829	4.93
3	8.7	6.45	1.398	9.02
1	5.8	6.95	0.786	5.46
2	6.8	7.46	0.829	6.18
3	10.3	7.96	1.398	11.13
1		8.47	0.786	6.65
2		8.97	0.829	7.44
3		9.48	1.398	13.25

FIGURA 4.12



COMO SELECCIONAR EL MÉTODO MÁS ADECUADO

Existen varios factores que se necesitan considerar para poder seleccionar el método de pronóstico más apropiado para cada situación. Los principales son:

- Disponibilidad de los datos históricos
- El grado de exactitud que se requiere
- Periodo de tiempo que se va a pronosticar
- Contenido del pronóstico

PROGRAMACIÓN LINEAL

4.5 PROGRAMACIÓN LINEAL (Anderson, Hillier,Heizer,Fitzimmons, Adam)

La programación lineal tiene sus inicios desde los tiempos de Newton donde los matemáticos resolvían máximos y mínimos de funciones. Pero no fue hasta 1939 que un matemático ruso Leonadas Vitalvevich Kantarovitch publicó una monografía "Métodos matemáticos de organización y planificación de la producción". Esta es la primera publicación de programación lineal.

Si un país subdesarrollado utilizara la programación lineal, su producto interno bruto (PIB) aumentaría entre un 10 y 15% en un año.

La programación lineal es una herramienta de uso común en la resolución de problemas de máximos y mínimos. Está herramienta ahorra miles o hasta millones de pesos a un gran número de compañías.

Su aplicación es en los problemas donde se tienen que asignar recursos limitados (personas, materias primas, instalaciones, productos, etc) de forma óptima.

La programación lineal es un conjunto de técnicas matemáticas que tienen como objetivo resolver problemas de optimización con una función objetivo, la cual esta sujeta a varias restricciones.

Ejemplo:

Un restaurante solo cuenta con 30 meseros para atender 50 mesas. Existen 2 tipos de servicio, bufete y a la carta, 30 mesas están asignadas para bufete y el resto para el consumo a la carta. Las 30 mesas dan 3 veces mas ganancias que las que consume a la carta. Sin embargo el bufete es casi de autoservicio. ¿Cuántos meseros deben tener cada tipo de servicio?

- **COMPONENTES DE PROGRAMACIÓN LINEAL (Anderson, Hillier,Heizer,Fitzimmons, Adam)**
  - FUNCIÓN OBJETIVO.- cualquier función lineal que optimiza (maximizar o minimizar). Se utiliza Z como valor de la función objetivo.
  - RESTRICCIONES.- son ecuaciones lineales con valores restringidos. Las restricciones dependen del problema. Las limitaciones pueden ser:
  - $\geq$ ó > mayores o igual que
  - $\leq$ ó < menores o igual que
  - = igual que

  - VARIABLES DE DECISIÓN.- son los valores que hay que determinar para optimizar la función objetivo. Las variables que generalmente se utilizan son X_1, X_2,…
- REGIÓN FACTIBLE.- es la región de los valores de X donde las restricciones se cumplen. La solución óptima esta dada por valores de X de la región factible.

- **MODELO MATEMÁTICO (Anderson, Hillier,Heizer,Fitzimmons, Adam)**

La formulación estándar de un problema de programación lineal es el siguiente:

Maximizar o minimizar:

$$Z = C_1X_1 + C_2X_2 + C_3X_3 + \Lambda\ + C_nX_n$$

Sujeto a las restricciones:

$$\begin{aligned}
&A_{11}X_1 + A_{12}X_2 + A_{13}X_3\Lambda\ A_{1n}X_n \geq\leq= B_1\\
&A_{21}X_1 + A_{22}X_2 + A_{23}X_3\Lambda\ A_{2n}X_n \geq\leq= B_2\\
&A_{31}X_1 + A_{32}X_2 + A_{33}X_3\Lambda\ A_{3n}X_n \geq\leq= B_3\\
&\mathrm{M}\\
&A_{n1}X_1 + A_{n2}X_2 + A_{n3}X_3 ... A_{nn}X_n \geq\leq= B_n
\end{aligned}$$

$$X_1, X_2, X_3, \Lambda\ , X_n \geq 0,$$

Donde:

$A_{11}, A_{1n}, \Lambda\ , A_{nn}$ = constantes de las variables de restricción en las limitaciones.

$B_1, B_2, \Lambda\ , B_n$ = cantidades disponibles de las restricciones.

$C_1, C_2, \Lambda\ , C_n$ = valores de los coeficientes con lo que contribuyen las variables de restricción en la función objetivo.

<u>Ejemplo de minimización:</u>

En un restaurante necesitan minimizar los costos de las compras de materias primas. Se utilizan dos tipos de quesos para cocinar, queso manchego y queso parmesano. Su costo es de \$60 y \$80 por kilo respectivamente. El cocinero ha pedido que no se compren más de 30 kilos de queso manchego y por lo menos 20 kilos de queso parmesano. La cantidad mínima de kilos de quesos en la cocina debe de ser de 40.

Se supone que:

X_1 = número de kilos de queso manchego

X_2 = número de kilos de queso parmesano

Entonces la función objetivo es determinada por el precio de los quesos y el número de kilos de cada uno.

Minimizar:

$$Z = \$60X_1 + \$80X_2$$

Las restricciones están dadas por los límites que puso el cocinero. Tiene que disponer no más de 30 kilos de X_1 y por lo menos 20 kilos de X_2. Aparte el solicita que existan en almacén un total de 40 kilos de queso.

Sujeto a:

$X_1 \leq 30$ kilos de queso manchego

$X_2 \geq 20$ kilos de queso parmesano

$X_1 + X_2 \geq 40$ kilos de queso

$X_1, X_2 \geq 0$

SOLUCIÓN GRÁFICA (Anderson, Hillier)

La solución para los problemas con solo dos variables se puede realizar de forma gráfica. La gráfica se forma por las rectas de X_1 y X_2. La recta de X_1 se grafica en el eje horizontal y la de X_2 en el eje vertical. La región factible se encuentra dentro de la región donde todas las restricciones han sido cumplidas.

Existen varias soluciones para la función objetivo. La óptima se encuentra en los límites de la región factible, ya se para minimizar o maximizar.

Ejemplo:

Tomando el ejemplo anterior, se tienen 3 restricciones que el cocinero dispuso.

$X_1 \leq 30$ kilos de queso manchego

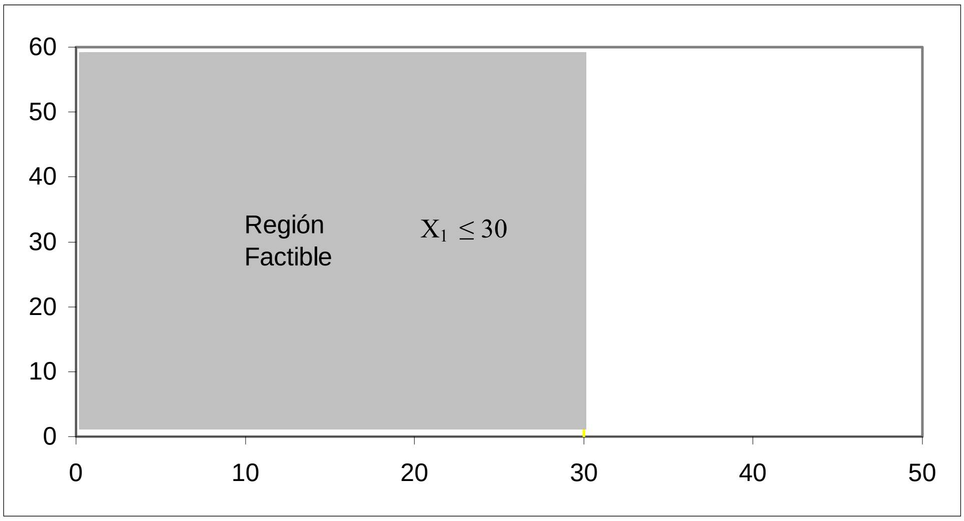
$X_2 \geq 20$ kilos de queso parmesano

$X_1 + X_2 \geq 40$ kilos de queso

$X_1, X_2 \geq 0$

Se necesitan graficar cada una de ellas para encontrar la región factible.

FIGURA 5.1



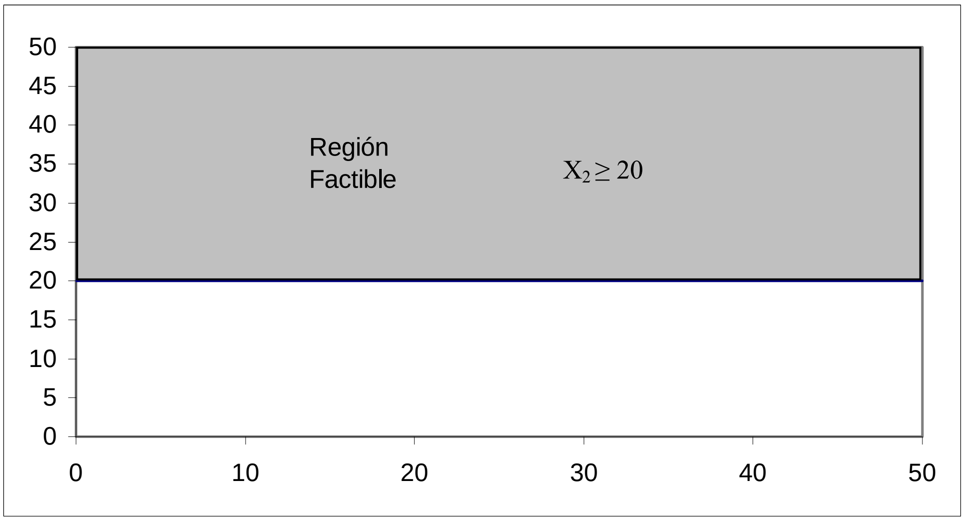
La primera restricción nos dice que cuando X_1 tiene un valor de 30 por cada valor de X_2. Figura 5.1

$$X_1 = 30$$

Se gráfica la ecuación de X_2 donde es igual a 20 por cada valor de X_1. Figura 5.2

$$X_2 = 20$$

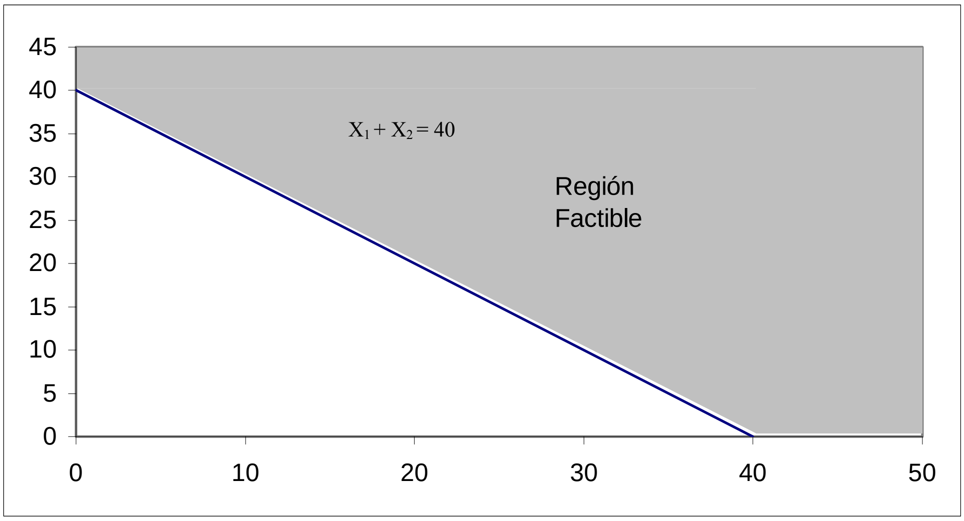
FIGURA 5.2



Por último se gráfica la restricción donde se encuentran las dos variables de restricción. Despejando cada una, nos da valores de (0,40) y de (40, 0), respectivamente. Figura 5.3

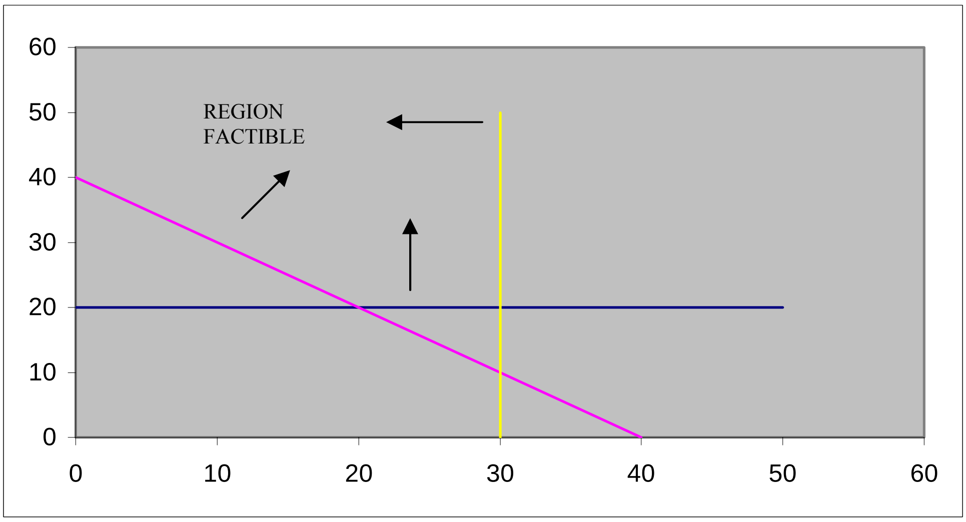
$$X_1 + X_2 = 40$$

FIGURA 5.3



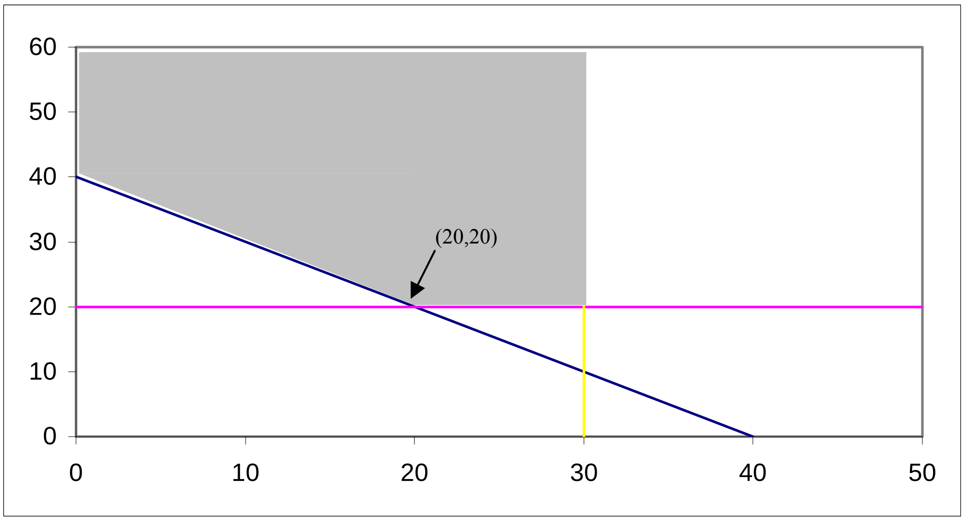
Juntando las tres gráficas de las restricciones se obtiene la Figura 5.4. Se observan que las regiones factibles de cada una nos ayudan a observar cual es la región factible para la función objetivo.

FIGURA 5.4



Como es un problema de minimización de costos, la solución óptima es el punto menor de la región factible, en este caso es (20,20), como se ve en la figura 5.5

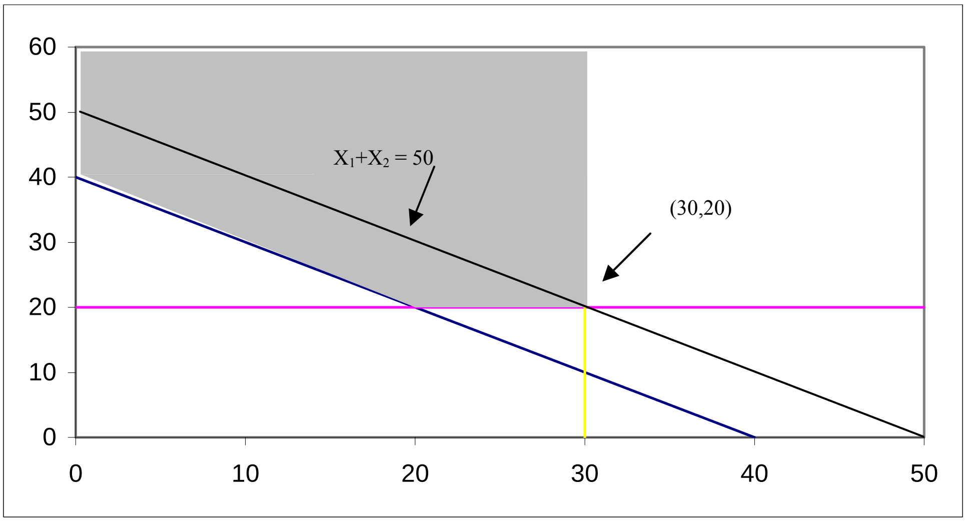
FIGURA 5.5



La región factible es muy extensa, se pueden tener varias respuestas, como se observa en la figura 5.6, pero en este caso solo una de ellas puede ser la óptima. Si sustituimos en la función objetivo los valores de X_1 y X_2, se obtiene el costo mínimo de la compra de los quesos.

$$Z = 60X_1 + 80X_2 = 60(20) + 80(20) = 2800$$

FIGURA 5.6



Probamos otro punto de la región factible, por ejemplo (30,20), que también se podría considerar como solución, ya que se encuentra en un punto bajo donde las líneas de restricción cruzan.

$$Z = 60X_1 + 80X_2 = 60(30) + 80(20) = 3400$$

El valor de Z es mayor que el de los puntos (20,20)

Ejemplo de Maximización:

Una cafetería vende dos tipos de pasteles. El pastel A cuesta $120 y el pastel B $100. El pastel A utiliza 1/2 de taza de leche, mientras que B 3/5 de taza. Lo máximo que se puede tener en inventario es de 30 tazas de leche. El pastel B utiliza media taza de fresas, el cocinero solo cuenta con 10 tazas de fresas. De harina se utilizan 4/5 de taza para el pastel A y 2/5 para el B, el total de harina es de 28 tazas. ¿Cuántos pasteles se deben hacer del tipo A y cuántos del tipo B para tener la mejor ganancia?

Solución:

X_1 = número de pasteles A

X_2 = número de pasteles B

La función objetivo es determinada por el precio de cada uno de los pasteles.

Maximizar

$$Z = \$120X_1 + \$100X_2$$

Las restricciones están dadas por los límites que tiene la cafetería con la materia prima.

En la tabla 5.1 se observa las cantidades que se necesitan de materia prima para cada pastel.

TABLA 5.1

Pastel	Leche(tazas)	Fresas(tazas)	Harina(tazas)
A	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{4}{5}$
B	$\frac{3}{5}$		$\frac{2}{5}$

Ya que las restricciones están basadas en las variables X_1 y X_2, entonces se hace una restricción para cada materia prima.

Leche:

$$\frac{1}{2}X_1 + \frac{3}{5}X_2 \leq 30 \text{ tazas de leche}$$

Fresas:

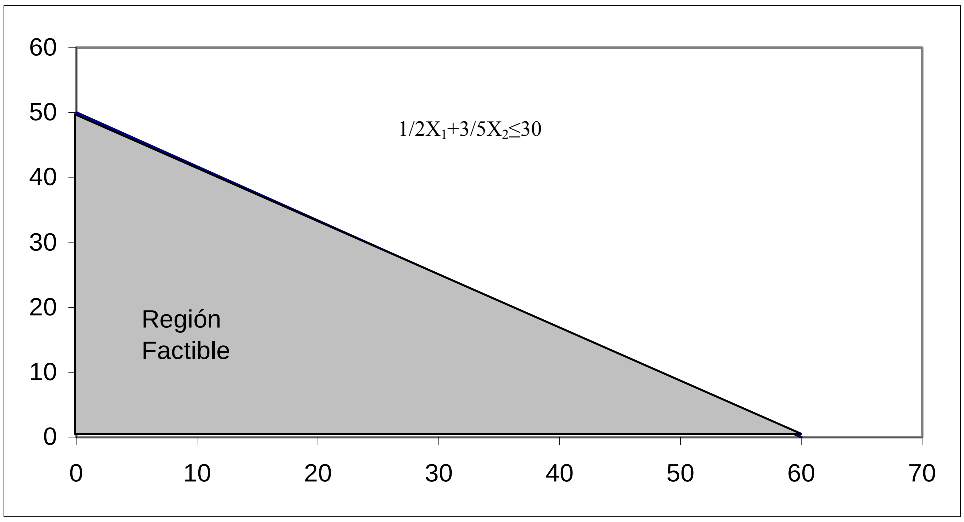
$$\frac{1}{2}X_2 \leq 10 \text{ tazas de fresas}$$

Harina:

$$\frac{4}{5}X_1 + \frac{2}{5}X_2 \leq 28 \text{ tazas de harina}$$

$$X_1, X_2 \geq 0$$

FIGURA 5.7



SOLUCIÓN GRÁFICA

La solución gráfica es igual a la minimización, solo que en este caso la solución óptima es la del punto más alto, ya que estamos maximizando. Se utilizan las restricciones para obtener la región factible, figura 5.7,5.8,5.9.

FIGURA 5.8

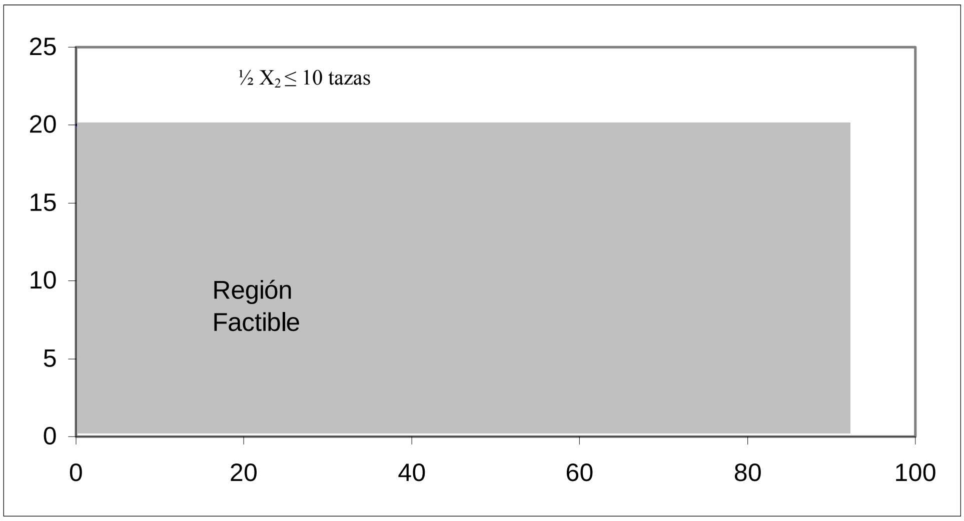
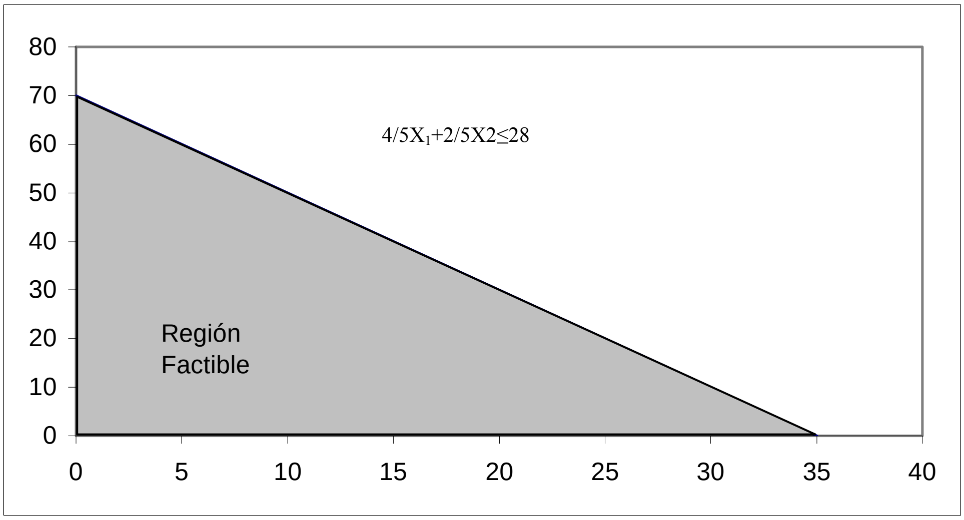


FIGURA 5.9



La figura 5.10 muestra las tres restricciones juntas, de esta forma podemos observar en la figura 5.11 la región factible para obtener el valor máximo de la función objetivo.

En este caso, a diferencia del ejemplo de minimización, el valor máximo se encuentra en la parte más alta de la región factible.

FIGURA 5.10

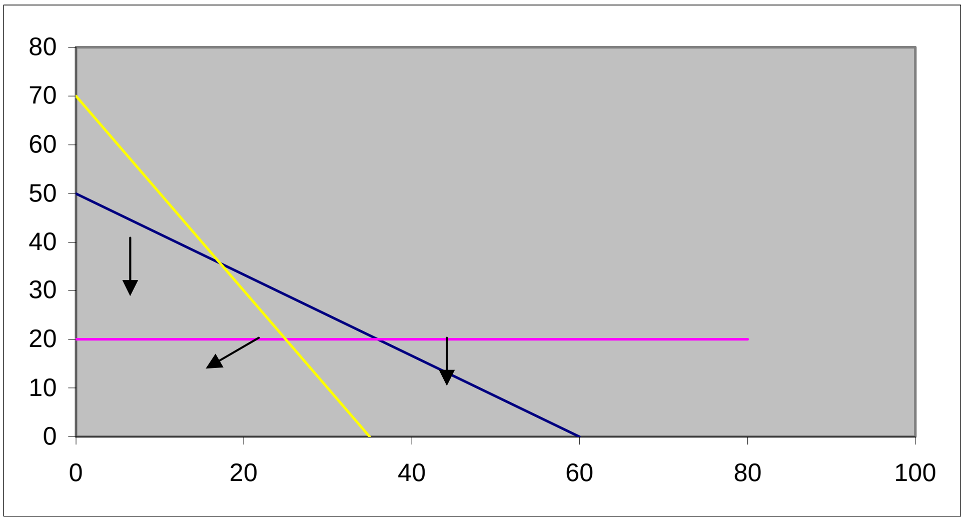
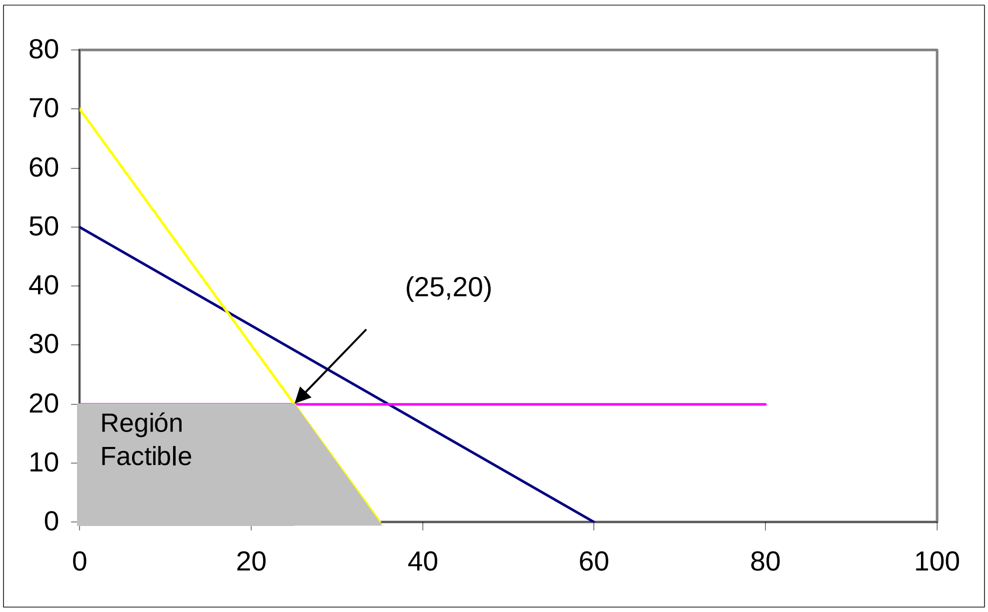


FIGURA 5.11



Observando la Figura 5.11 podemos concluir que el punto máximo de la región factible es el punto (25,20), es decir:

$X_1 = 25$

$X_2 = 20$

Si se sustituye en la función objetivo se obtiene el valor máximo.

$$Z = \$120X_1 + \$100X_2 = 120(25) + 100(20) = 5000$$

Para comprobar se sustituyen otros puntos (20,20) y (35,0).

$$Z = \$120X_1 + \$100X_2 = 120(20) + 100(20) = 4400$$

$$Z = \$120X_1 + \$100X_2 = 120(35) + 100(0) = 4200$$

- **SOLUCIÓN POR COMPUTADORA (Anderson, Microsoft Office)**

Cuando existen problemas con más de dos variables, la solución gráfica no se puede realizar. Se muestran dos formas de resolver los problemas de programación lineal, utilizando EXCEL y LINDO.

Utilizaremos el problema de la cafetería:

Maximizar:

$$Z = \$120X_1 + \$100X_2$$

Sujeto a:

$$\frac{1}{2}X_1 + \frac{3}{5}X_2 \leq 30 \text{ tazas de leche}$$

$$\frac{1}{2}X_2 \leq 10 \text{ tazas de fresas}$$

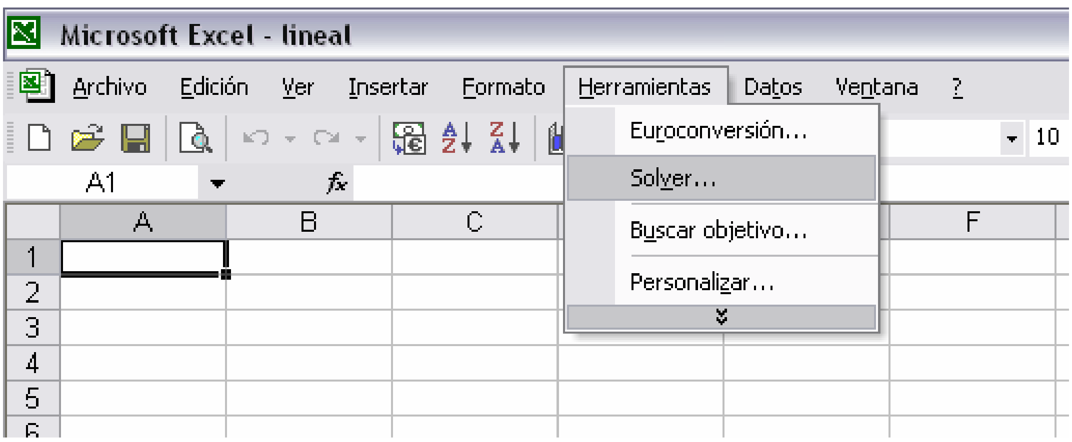
$$\frac{4}{5}X_1 + \frac{2}{5}X_2 \leq 28 \text{ tazas de harina}$$

$$X_1, X_2 \geq 0$$

- **EXCEL**

En la figura 5.12 se muestra el comando "*SOLVER* " , el cuál se utiliza para resolver problemas de programación lineal en EXCEL.

FIGURA 5.12



Se utiliza Solver para determinar el valor máximo o mínimo de una celda cambiando otras celdas.[1]

Para utilizar Solver las celdas de la función objetivo, así como las de las restricciones tienen que estar referenciadas o relacionadas. En la figura 5.13 se observan las tablas de la función objetivo y de las restricciones.

Los valores de las variables están en 0 por esta razón el valor de Z es igual a 0. También se encuentran en 0 los valores de la columna de total de las restricciones. Con esto se establece la relación entre las celdas de valores de las variables, Z y el total de las restricciones.

FIGURA 5.13

C20 fx

	A	B	C	D	E	F	G
1							
2	Variables	Valores de Variables	Coeficientes				
3	X1	0	120				
4	X2	0	100				
5							
6	**Minimizar**						
7	**z=120X1+100X2**						
8							
9	z=	**0**					
10							
11	**Sujeto a:**						
12							
13	Restricción	coeficiente X1	coeficiente X2	total		valores	
14	1	0.5	0.6	0	≤	30	
15	2		0.5	0	≤	10	
16	3	0.8	0.4	0	≤	28	
17							
18							

En la Figura 5.14 se muestra como llenar los parámetros de Solver. La celda objetivo es el valor de Z, en este caso B9. Lo siguiente es escoger entre máximo o mínimo, en este caso es un máximo. Las celdas que se van a cambiar son las de los valores de las variables B3:B4. Por último las restricciones se agregan como se muestran en la figura 5.15. Por ejemplo, para la primera restricción la referencia de la celda es el valor del total D14, se selecciona ≥, ≤, =, la restricción es el valor F14. En el botón de opciones de la figura 5.14 se selecciona adoptar modelo lineal y asumir no negativos. Elegimos el botón de Resolver y aceptar. Los informes de sensibilidad y limites los veremos más adelante. Figura 5.16

[1] Ayuda Microsoft Excel 10.0

Si Solver no nos da valores y nos dice que no se satisfacen las condiciones para adoptar un modelo lineal, se revisa que las celdas estén bien relacionadas o que probablemente se eligieron mal las celdas.

FIGURA 5.14

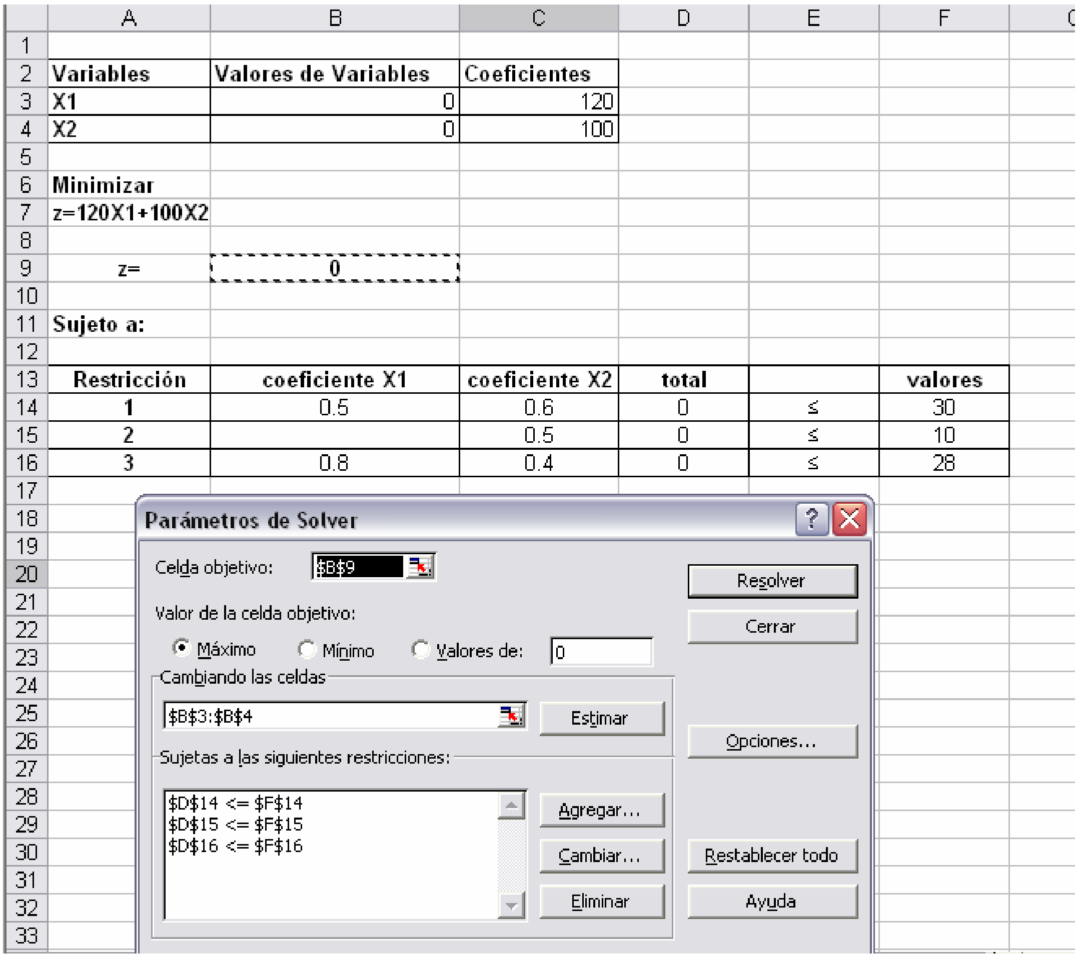


FIGURA 5.15

FIGURA 5.16

	A	B	C	D	E	F	G
1							
2	Variables	Valores de Variables	Coeficientes				
3	X1	25	120				
4	X2	20	100				
5							
6	Minimizar						
7	z=120X1+100X2						
8							
9	z=	5000					
10							
11	Sujeto a:						
12							
13	Restricción	coeficiente X1	coeficiente X2	total		valores	
14	1	0.5	0.6	24.5	≤	30	
15	2		0.5	10	≤	10	
16	3	0.8	0.4	28	≤	28	
17							
18							

$Z = 5000$

$X_1 = 25$

$X_2 = 20$

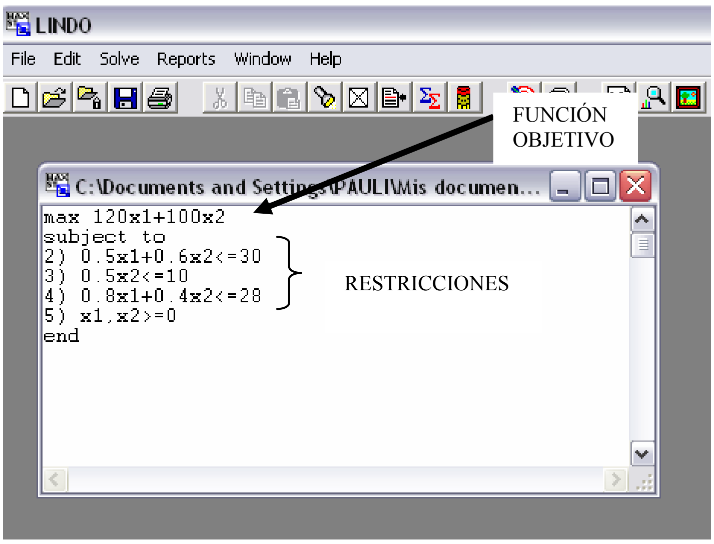
- **LINDO (Anderson, LINDO)**

LINDO (Linear, Interactive and Discrete Optimizer) es una herramienta que se usa para resolver problemas de programación lineal.

Utilizaremos el problema de la cafetería como ejemplo de resolución en LINDO.

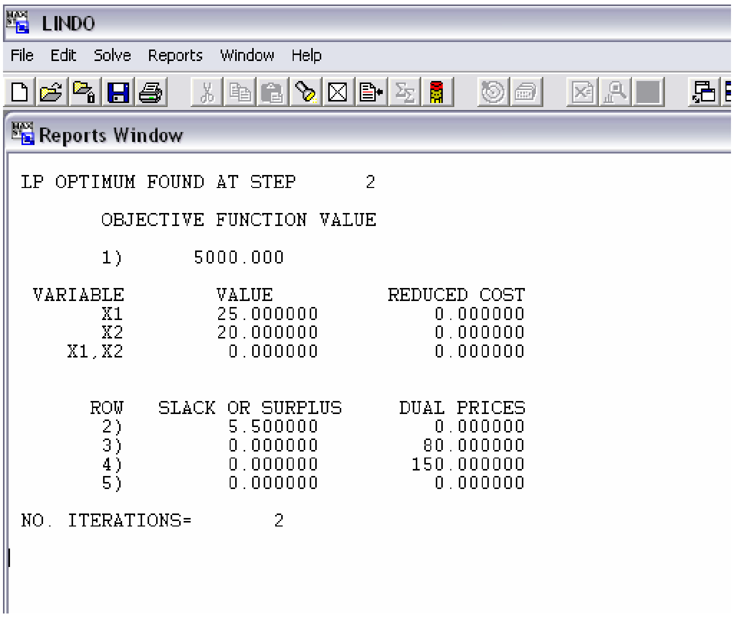
La función objetivo y las restricciones se desarrollan como se muestra en la Figura 5.17.

FIGURA 5.17



En la figura 5.18 se muestra la respuesta al problema de la cafetería, para resolver se selecciona SOLVE del menú Solve, por ahora no se requiere análisis de sensibilidad. Más adelante se explicará.

FIGURA 5.18



La figura 5.18 da la información del valor de la función objetivo.

$$Z = 5000$$

Los valores de las variables X_1 y X_2.

$$X_1 = 25$$

$$X_2 = 20$$

Así como el costo reducido de las variables y el precio dual y el excedente o faltante de las restricciones.

Además indica cuantas iteraciones se encontraron en el resultado, 2.

- **COSTO REDUCIDO (REDUCED COST) (Anderson, Microsoft Office)**

La variable de costo reducido es la cantidad en la que el coeficiente de las variables de la función objetivo se debe incrementar, para que las variables tengan un valor diferente de cero en la función. En el caso del problema de maximización de la cafetería, Figura 5.18, el costo reducido es igual a 0, ya que las variables tienen un valor diferente a 0.

$$X_1 = 25$$

$$X_2 = 20$$

En cambio cuando aparece algún valor, Figura 5.19, significa que se necesita incrementar la cantidad para tener un valor en el coeficiente de la variable. En este caso es necesario incrementar en 12.5 unidades el coeficiente para que tenga un valor diferente de cero el coeficiente de X_2 diferente de cero.

Por ejemplo:

$$\text{Max } Z = 20X_1 + 30X_2$$

$$X_2 = 0 \text{ con un costo reducido de 12.5 unidades}$$

Para tener un valor X_2 se necesita:

$$\text{Max } Z = 20X_1 + 42.5X_2$$

FIGURA 5.19

Max $20X_1 + 30X_2$

Costo reducido $X_2 = 0$

VARIABLE	VALUE	REDUCED COST
X1	27.500000	0.000000
X2	0.000000	12.500000
X3	15.000000	0.000000
X1 X2 X3	0.000000	0.000000

En el caso de minimización el valor del costo reducido es la cantidad que debe reducir el coeficiente de la variable para que tenga un valor diferente de cero. Vamos a suponer que el problema de la Figura 5.19 es:

$$\text{Min } Z = 20X_1 + 30X_2$$

Por lo tanto si el costo reducido es de 12.5, el coeficiente de X_2 debe de ser por lo menos de 17.5.

$$\text{Min } Z = 20X_1 + 17.5X_2$$

EXCEDENTE O FALTANTE (SLACK OR SURPLUS) (Anderson, Microsoft Office)

En la Figura 5.18 en la columna de Slack or Surplus se tiene un valor de 5.5 en la primera restricción. Este significa que el lado derecho de la restricción tiene una holgura.

$$\frac{1}{2}X_1 + \frac{3}{5}X_2 \leq 30 \text{ tazas de leche}$$

Para que el lado derecho de la restricción satisfaga el requerimiento del modelo debe tener un valor de 24.5.

Por lo general cuando la restricción es ≤ la holgura es un excedente y cuando es ≥ la holgura es un faltante. Cuando se satisface el valor es cero.

Podría aparecer un valor negativo, éste establece que el lado derecho de la restricción no es factible para el modelo.

PRECIOS DUALES (DUAL PRICE) (Anderson, Microsoft Office)

El precio dual es la cantidad en la que la función objetivo (Z) puede mejorar por cada unidad que aumente en el lado derecho de las restricciones. Mejorar en un problema de maximización significa que aumenta Z y si es un problema de minimización, disminuye Z.

Retomando el ejemplo de minimización del restaurante, se utiliza LINDO para resolverlo, Figura 5.20. Se observa que el precio dual de la restricción 3) es de -20.

La restricción es:

$$X_2 \geq 20 \text{ kilos de queso parmesano}$$

$$Z = \$2800$$

El valor de -20 significa que mientras disminuya una unidad Z disminuirá $20.Figura 5.21

$$X_2 \geq 19 \text{ kilos de queso parmesano}$$

$$Z = \$2780$$

FIGURA 5.20

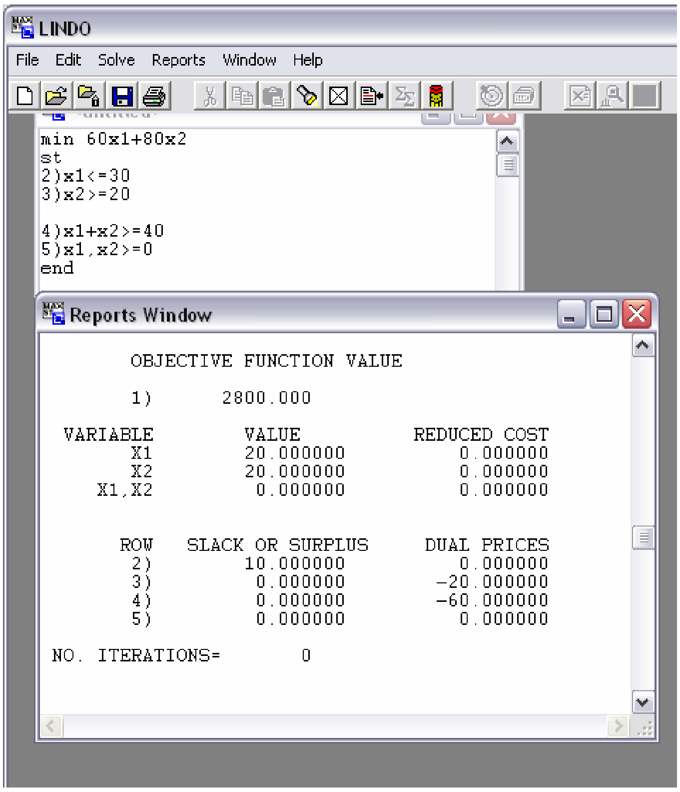
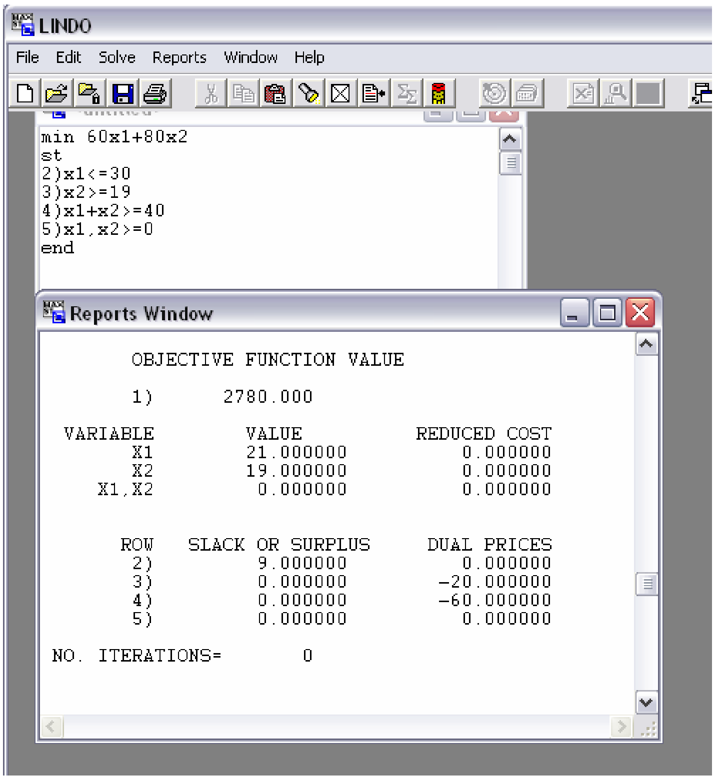


FIGURA 5.21



En el problema de maximización Figura 5.18, la restricción 4) tiene un precio dual de 150. Por cada taza de harina que aumente, Z tendrá una mejora de \$150, Figura 5.21.

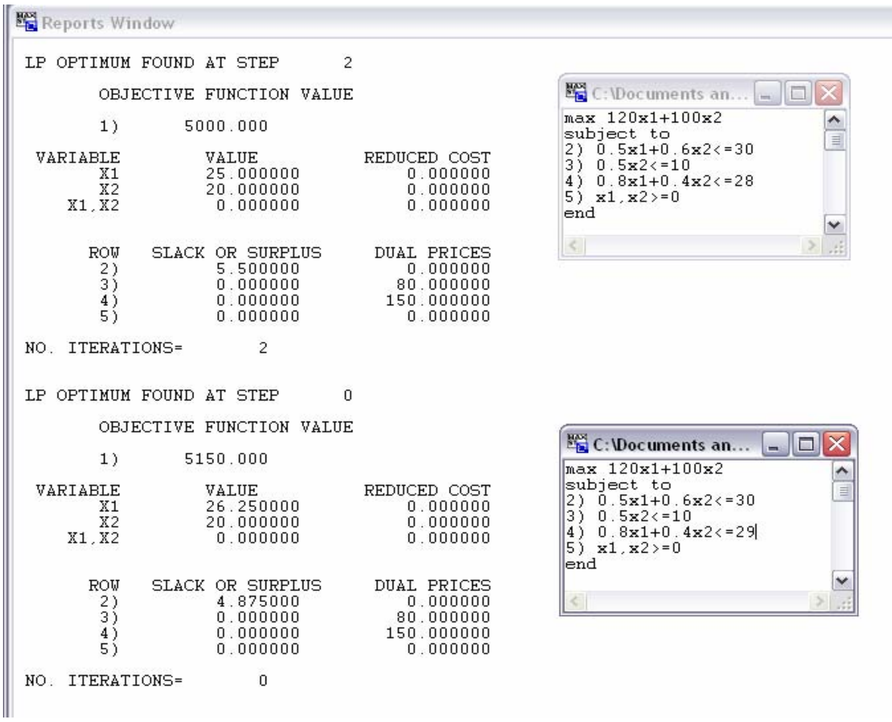
$$\frac{4}{5}X_1 + \frac{2}{5}X_2 \leq 28 \text{ tazas de harina}$$

$$Z = \$5000$$

$$\frac{4}{5}X_1 + \frac{2}{5}X_2 \leq 29 \text{ tazas de harina}$$

$$Z = \$5150$$

FIGURA 5.21



Podemos solicitar un análisis de sensibilidad. Este análisis nos muestra los rangos permisibles de los coeficientes donde los valores de las variables y el precio dual no cambiarían

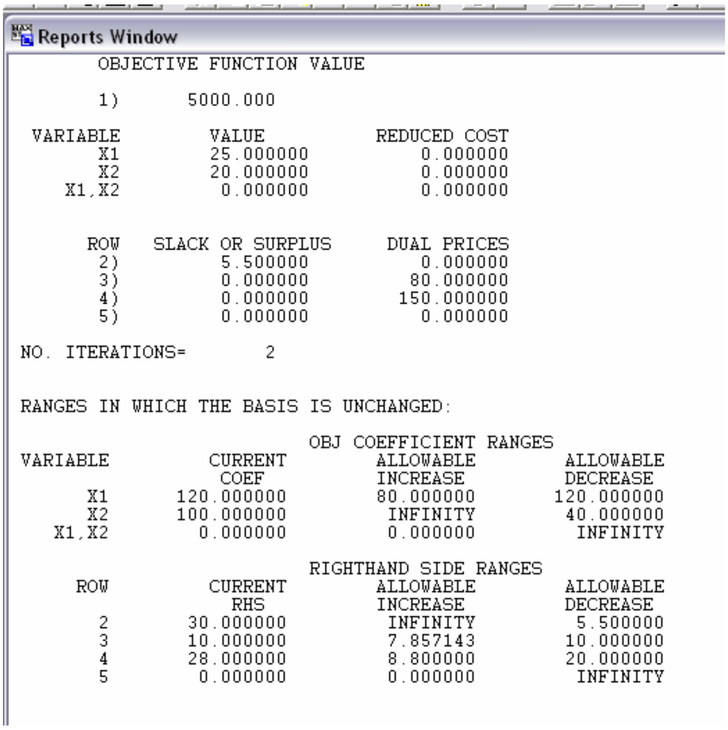
En la Figura 5.22 se muestran los límites de los coeficientes para el ejemplo anterior.

Los rangos se dividen en 2, los coeficientes de las variables y los coeficientes de las restricciones.

Los rangos de los coeficientes para cada variable son las cantidades en que se pueden incrementar o disminuir sin cambiar la base, es decir el valor de las variables.

Los lados derechos de las restricciones también tienen sus rangos, los cuales permite cambiar el valor sin cambiar el valor del precio dual, la base del problema.

FIGURA 5.22



```
Reports Window
        OBJECTIVE FUNCTION VALUE

        1)      5000.000

  VARIABLE        VALUE          REDUCED COST
        X1        25.000000          0.000000
        X2        20.000000          0.000000
     X1,X2         0.000000          0.000000


       ROW   SLACK OR SURPLUS     DUAL PRICES
        2)         5.500000          0.000000
        3)         0.000000         80.000000
        4)         0.000000        150.000000
        5)         0.000000          0.000000

 NO. ITERATIONS=       2


 RANGES IN WHICH THE BASIS IS UNCHANGED:

                           OBJ COEFFICIENT RANGES
 VARIABLE         CURRENT        ALLOWABLE        ALLOWABLE
                   COEF          INCREASE         DECREASE
       X1      120.000000        80.000000       120.000000
       X2      100.000000         INFINITY        40.000000
    X1,X2        0.000000         0.000000         INFINITY

                           RIGHTHAND SIDE RANGES
      ROW         CURRENT        ALLOWABLE        ALLOWABLE
                    RHS          INCREASE         DECREASE
        2       30.000000         INFINITY         5.500000
        3       10.000000         7.857143        10.000000
        4       28.000000         8.800000        20.000000
        5        0.000000         0.000000         INFINITY
```

El coeficiente de X_1 es de \$120, puede incrementar \$80 y disminuir \$120, es decir:

$$0 \le C1 \le 200$$

Si cambiamos el valor a \$200, el resultado se observa en la Figura 5.23, el valor de la variable X_1 no cambió, se mantiene en 25. Si lo cambiamos a \$201, el valor de X_1 cambiaría, ya que no lo permite el modelo.

FIGURA 5.23

```
Reports Window
LP OPTIMUM FOUND AT STEP        0

       OBJECTIVE FUNCTION VALUE

       1)       7000.000

 VARIABLE        VALUE          REDUCED COST
       X1        25.000000          0.000000
       X2        20.000000          0.000000
    X1,X2         0.000000          0.000000


      ROW   SLACK OR SURPLUS     DUAL PRICES
       2)         5.500000          0.000000
       3)         0.000000          0.000000
       4)         0.000000        250.000000
       5)         0.000000          0.000000

NO. ITERATIONS=       0


RANGES IN WHICH THE BASIS IS UNCHANGED:

                          OBJ COEFFICIENT RANGES
VARIABLE         CURRENT        ALLOWABLE         ALLOWABLE
                  COEF          INCREASE          DECREASE
      X1      200.000000         0.000000        200.000000
      X2      100.000000         INFINITY          0.000000
   X1,X2        0.000000         0.000000          INFINITY

                          RIGHTHAND SIDE RANGES
     ROW         CURRENT        ALLOWABLE         ALLOWABLE
                   RHS          INCREASE          DECREASE
       2       30.000000         INFINITY          5.500000
       3       10.000000         7.857143         10.000000
       4       28.000000         8.800000         20.000000
       5        0.000000         0.000000          INFINITY
```

En EXCEL también podemos encontrar estos datos, Tabla 5.2

El gradiente reducido es el costo reducido y el precio sombra es el precio dual. En el informe de respuestas se encuentra la holgura o excedente, divergencia en EXCEL. Tabla 5.3

TABLA 5.2

Microsoft Excel 10.0 Informe de sensibilidad

Celdas cambiantes

Celda	Nombre	Valor Igual	Gradiente reducido	Coeficiente objetivo	Aumento Permisible	Aumento permisible
$B$3	X1 Valores de Variables	25	0	120	80	120
$B$4	X2 Valores de Variables	20	0	100	1E+30	40

Restricciones

Celda	Nombre	Valor Igual	Sombra precio	Restricción lado derecho	Aumento Permisible	Aumento permisible
$D$16	total	28	150	28	8.8	20
$D$15	total	10	80	10	7.857142857	10
$D$14	total	24.5	0	30	1E+30	5.5

TABLA 5.3

Celda	Nombre	Valor de la celda	fórmula	Estado	Divergencia
$D$16	Lado derecho de restricción	28	$D$16<=$F$16	Obligatorio	0
$D$15	Lado derecho de restricción	10	$D$15<=$F$15	Obligatorio	0
$D$14	Lado derecho de restricción	24.5	$D$14<=$F$14	Opcional	5.5

TEORIA DE COLAS

4.6 TEORIA DE COLAS (Anderson, Hillier,Fitzsimmons)

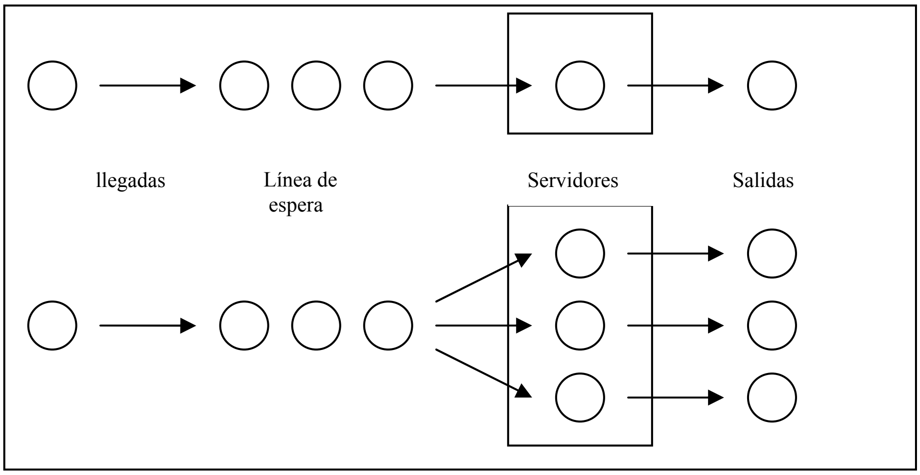
La teoría de colas tiene su origen en Dinamarca en 1909 por Agner Krarup. Evaluó el tráfico telefónico que existía en Copenhague. Su nueva teoría de líneas de espera o teoría de colas, ha servido para resolver problemas en los negocios.

La definición de la teoría de colas es un modelo matemático del comportamiento de líneas de espera el cual optimiza el proceso de la llegada de clientes y del servicio a los mismos. Su objetivo es minimizar el costo y tiempo promedio de la línea de espera en un sistema. Con este modelo sabemos que tipo de servicio se puede brindar en un sistema.

Las líneas de espera se establecen cuando los clientes llegan a un establecimiento por un servicio. El lugar cuenta con un servidor y este puede contar con diferente capacidad de atención al cliente. Por ejemplo en un hotel de una cadena puede haber varios empleados en la recepción para recibir a los clientes, mientras en los hoteles pequeños existe un solo empleado. En cualquiera de las dos capacidades, el cliente no puede ser atendido inmediatamente por esta razón decide esperar y forma una línea de espera. Ver figura 6.1

- **COMPONENTES DE LAS TEORÍAS DE COLAS (Anderson, Hillier,Fitzsimmons)**
  - CLIENTES.- personas que esperan para ser atendidos. Ver figura 6.1
  - COLAS.- Líneas de espera, ejemplo: una línea de espera en un restaurante, hotel, aeropuerto, etc.
  - LLEGADAS.- número de clientes que llegan al establecimiento.
  - NÚMERO DE SERVIDORES.- cantidad de servidores en el sistema. Ver figura 8.1 Ejemplo: Número de personas atendiendo, teléfonos, etc.
  - TASA DE SERVICIO.- capacidad de servicio. Ejemplo: 10 clientes por minuto.
  - TIEMPO DE SERVICIO.- el tiempo que se emplea para ser atendido el cliente. Ejemplo: una hora y media por cliente en un restaurante.
  - FASES.- cantidad de fases en el servicio, ejemplo: …………………..

FIGURA 6.1



TIPO DE CLIENTES

- IMPACIENTE.- si existe línea de espera en el sistema lo abandona
- PACIENTE CON ABANDONO.- tiene un tiempo límite de espera, cuando termina el tiempo, abandona el sistema
- PACIENTE CON PERMANENCIA.- el cliente espera hasta ser atendido.

REGLAS DE SERVICIO

- El primero en llegar es el primero en ser atendido
- Excepciones.- existen sistemas en donde hay clientes especiales que no necesitan esperar en una línea de espera. Por ejemplo las personas con alguna discapacidad, clientes VIP, clientes por reservaciones previas, etc.

TIPOS DE COLAS

- **FINITA**.- la capacidad de la cola es pequeña, cuando la cola esta completa, el cliente que llega se va.
- **INFINITA.-** no tiene una capacidad determinada, puede tener clientes ilimitados.

La mayoría de los sistemas utilizan las colas infinitas, son pocos los casos que utilizan las colas finitas.

TIPOS DE SISTEMAS

Los sistemas están compuestos de líneas y de servidores. Tabla 6.1

TABLA 6.1

LÍNEA	SERVIDOR	EJEMPLOS
1	1	Hotel con un solo recepcionista
1	Varios	Restaurante, una línea de espera y varias mesas
Varios	Varios	Hotel con varios recepcionistas

- **DISTRIBUCIÓN DE PROBABILIDAD DE POISSON (Anderson, Hillier,Fitzsimmons)**

  Generalmente se usa la distribución de Poisson para describir el patrón de llegadas a un sistema. Es decir las llegadas son aleatorias e independientes entre sí.

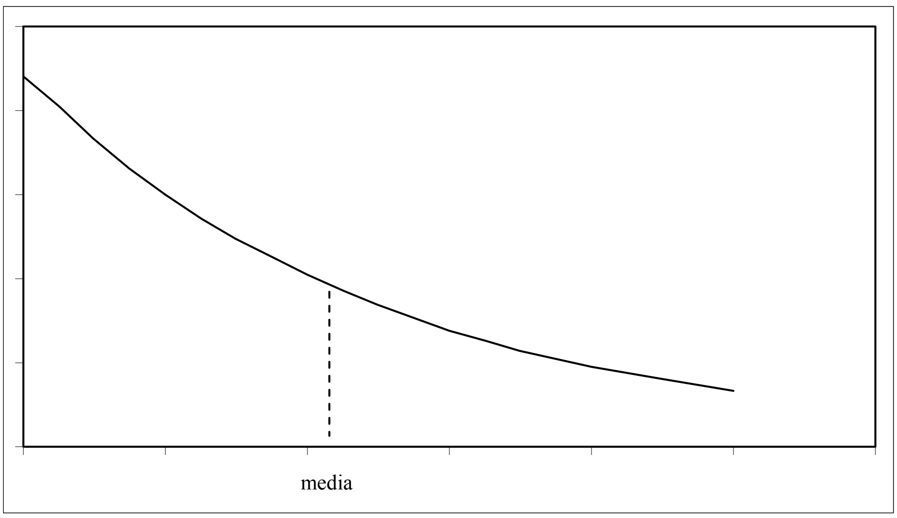
- **DISTRIBUCIÓN EXPONENCIAL (Anderson, Hillier,Fitzsimmons)**

  Este tipo de distribución es usada en las líneas de espera, estudia el tiempo que existe entre cada una de las llegadas de los clientes al sistema. Es una distribución continua, es decir, el tiempo no debe ser un número entero. Vea la figura 6.2

  En la distribución exponencial se utilizan variables como la desviación estándar σ. La σ está dada por la ecuación 6.1.

$$\sigma = media \qquad (6.1)$$

FIGURA 6.2



Para calcular la probabilidad de que el tiempo de servicio sea menor o igual que un tiempo *t,* está dada por la ecuación 6.2

$$P(tiempodeservicio \leq t) = 1 - e^{-\mu t} \qquad (6.2)$$

Donde:

μ = número medio de clientes que se atienden por periodo.

Ejemplo:

En un restaurante se atienden 70 clientes por hora. Es decir μ es 70clientes/60min = 1.16 clientes por minuto. Con la ecuación 6.2 podemos calcular la probabilidad de que el tiempo de servicio sea 0.5 minuto, 1 minuto y 1.5 minutos.

$$P(tiempodeservicio \leq 0.5) = 1 - e^{-(1.16)(0.5)} = 0.423$$
$$P(tiempodeservicio \leq 1.0) = 1 - e^{-(1.16)(1.0)} = 0.667$$
$$P(tiempodeservicio \leq 1.5) = 1 - e^{-(1.16)(1.5)} = 0.807$$

Esto quiere decir que existe una probabilidad de 0.423 de que se atienda un cliente en 0.5min o menos. Una probabilidad de 0.667 de atender a un cliente 1min o menos y 0.807 de que se atienda en un 1.5min o menos.

La media de la distribución del tiempo que atienden por periodo está dada por la ecuación 6.3.

$$\text{Tiempo promedio de servicio} = \frac{1}{\mu} \qquad (6.3)$$

Donde:

μ= número medio de clientes que se atienden por periodo.

Ejemplo:

Regresando al ejemplo anterior la μ es igual a:

$$\mu = \frac{70 clientes}{60 \min utos} = 1.16 \text{ clientes por minuto}$$

El tiempo promedio de servicio se determina por la ecuación 6.3

$$\text{Tiempo promedio de servicio} = \frac{1}{1.16} = 0.86\,\text{minutos por cliente}$$

TASA MEDIA DE LLEGADAS (Anderson, Hillier,Fitzsimmons)

La tasa media de llegadas es el número esperado de llegadas por unidad de tiempo (λ). La ecuación 6.4 es el tiempo entre llegadas.

$$\text{Tiempo entre llegadas} = \frac{1}{\lambda} \qquad (6.4)$$

Ejemplo:

En el Spa del hotel se atienden 16 clientes cada 8 horas (día de trabajo).

La tasa media de llegada es:

$$\lambda = \frac{16}{8} = 2\,\text{clientes por hora}$$

Se utiliza la ecuación 6.3 para estimar el tiempo entre llegadas.

$$\frac{1}{\lambda} = \frac{1}{2}\,\text{hora promedio entre los clientes}$$

MODELOS DE LÍNEAS DE ESPERA (Anderson, Hillier,Fitzsimmons)

Se utilizan símbolos para identificar los diferentes tipos de distribuciones que tienen los tiempos de llegadas y los tiempos de servicios, así como la cantidad de servidores que tienen cada sistema. Los símbolos son:

M= distribución exponencial

D= distribución degenerada (tiempos constantes)

E_k= distribución Erlang (parámetro k)

En este caso de servicios turísticos solo utilizaremos M (distribución exponencial)

Los símbolos se utilizan de la siguiente forma:

M/M/s

Distribución de tiempo de llegadas

Número de servidores

Distribución de tiempos de servicio

De esta forma podemos tener M/M/2, el tiempo de llegadas y de servicio son exponenciales y tienen 2 servidores.

- **LÍNEAS DE ESPERA CON UN SOLO SERVIDOR (M/M/1) (Anderson, Hillier,Fitzsimmons)**

La razón de tener fórmulas para determinar o evaluar el sistema en una línea de espera es para tener un sistema con un buena atención, que en el caso de servicios, es que los clientes estén satisfechos con éste.

A los clientes no les gusta esperar mucho tiempo para que le den un servicio. Para evitar esto se hace un estudio de líneas de espera.

Los parámetros que se utilizan para determinar la operación de la línea de espera son:

P_0= probabilidad que no existan clientes en el sistema

L = número esperado de clientes en el sistema

L_q = número esperado de clientes en la cola

W = tiempo promedio que un cliente está en el sistema

W_q = tiempo promedio que un cliente está en la cola

P_w = probabilidad de que un cliente que llegue tenga que esperar para el servicio

P_n = probabilidad de que existan n clientes en el sistema

Las ecuaciones para obtener los parámetros son:

$$P_0 = 1 - \frac{\lambda}{\mu} \qquad (6.5)$$

$$L = L_q + \frac{\lambda}{\mu} \qquad (6.6)$$

$$L_q = \frac{\lambda^2}{\mu(\mu - \lambda)} \qquad (6.7)$$

$$W = W_q + \frac{1}{\mu} \qquad (6.8)$$

$$W_q = \frac{L_q}{\lambda} \qquad (6.9)$$

$$P_w = \frac{\lambda}{\mu} \qquad (6.10)$$

$$P_n = \left(\frac{\lambda}{\mu}\right)^n \qquad (6.11)$$

Donde:

μ = tasa media de servicio

λ = tasa media de llegadas

n = número de clientes

Ejemplo:

Un restaurante de comida rápida mexicana, tiene solo una ventanilla para la atención de los automóviles que llegan. Suponga que se tiene una distribución de probabilidad Poisson, la tasa de llegadas es de 12 automóviles por hora. El tiempo de servicio sigue una distribución de probabilidad exponencial con una tasa media de servicio de 15 automóviles por hora. Cual es:

a) probabilidad que no existan automóviles en el sistema
b) número esperado de automóviles en la cola
c) número esperado de automóviles en el sistema
d) tiempo promedio que un automóvil esté en la cola
e) tiempo promedio que un automóvil esté en el sistema
f) probabilidad de que un automóvil que llegue tenga que esperar para el servicio
g) probabilidad de que existan más de 10 automóviles en el sistema

Respuesta:

μ=15 automóviles por hora

λ=12 automóviles por hora

a) $P_0 = 1 - \frac{\lambda}{\mu} = 1 - \frac{12}{15} = 0.2 = 20\%$

b) $L_q = \frac{\lambda^2}{\mu(\mu-\lambda)} = \frac{12^2}{15(15-12)} = 3.2 \approx 3$ automóviles en la cola

c) $L = L_q + \frac{\lambda}{\mu} = 3.2 + \frac{12}{15} = 4$ automóviles en el sistema

d) $W_q = \frac{L_q}{\lambda} = \frac{3.2}{12} = 0.26\,\text{horas}$

e) $W = W_q + \frac{1}{\mu} = 0.26 + \frac{1}{15} = 0.326\,\text{horas}$

f) $P_w = \frac{\lambda}{\mu} = \frac{12}{15} = 0.8 = 80\%$

g) $P_{10} = \left(\frac{\lambda}{\mu}\right)^{10} = \left(\frac{12}{15}\right)^{10} = 0.107 = 10.7\%$

Los resultados nos dicen que hay una probabilidad del 20% que no existan automóviles en el sistema, se espera tener 3 automóviles en la línea de espera y 4 automóviles en el sistema. El tiempo promedio que se tarda el automóvil en la línea de espera es de 0.26 hr y de 0.326 hrs en el sistema. La probabilidad de que llegue un automóvil y tenga que esperar es del 80%.

Para mejorar la situación de la línea de espera y tener mejor servicio es de aumentar un servidor o de que la tasa media de servicio sea mayor. Por ejemplo:

Si la μ es de 18 automóviles las probabilidades y los tiempos serían:

P_0= 33% de probabilidad de no tener ningún cliente en el sistema

L = 1.96 ≈ 2 automóviles en el sistema

L_q = 1.3 ≈ 1 automóvil en la línea de espera

W = 0.108 horas

W_q = 0.016 horas

P_w = 66% de probabilidad de tener que esperar para recibir el servicio

Los tiempos disminuyeron y la probabilidad de no tener clientes en el sistema aumentaron al incrementar μ.

Para obtener la probabilidad de que n automóviles estén en el sistema se realizó una tabla (6.2).

La probabilidad de que 10 automóviles estén el sistema es de 1.7%, con una μ de 18 automóviles por hora. Cuando μ era de 15 automóviles por hora la probabilidad era del 10.7%. Así, podemos concluir que es mejor tener una tasa media de servicio de 18 automóviles por hora.

TABLA 6.2

Número de automóviles	Probabilidad de que estén en el sistema
0	0.333
1	0.666
2	0.444
3	0.296
4	0.197
5	0.131
6	0.087
7	0.058
8	0.040
9	0.026
10	0.017

LÍNEAS DE ESPERA CON VARIOS SERVIDORES (M/M/s) (Anderson, Hillier,Fitzsimmons)

Las líneas de espera con varios servidores, cuentan con una sola línea de espera que distribuye los clientes en los servidores. (Ver figura 6.1). En este tipo de sistemas se utiliza una variable más aparte de la μ y λ, está variable es el número de servidores con que cuenta el sistema, S.

Se utilizan los mismos parámetros para analizar el sistema que en los sistemas de líneas de espera con un servidor (M/M/1). Las fórmulas de probabilidades, tiempo y número de clientes en la línea de espera y en el sistema son:

$$P_0 = \frac{1}{\sum_{n=0}^{S-1} \frac{(\lambda/\mu)^n}{n!} + \frac{(\lambda/\mu)^S}{s!}\left(\frac{s\mu}{s\mu-\lambda}\right)} \qquad (6.12)$$

$$L = L_q + \frac{\lambda}{\mu} \qquad (6.13)$$

$$L_q = \frac{(\lambda/\mu)^s \lambda\mu}{(s-1)!(s\mu-\lambda)^2} P_0 \qquad (6.14)$$

$$W = W_q + \frac{1}{\mu} \qquad (6.15)$$

$$W_q = \frac{L_q}{\lambda} \qquad (6.16)$$

$$P_w = \frac{1}{s!}\left(\frac{\lambda}{\mu}\right)^s \left(\frac{s\mu}{s\mu-\lambda}\right) P_0 \qquad (6.17)$$

Para n ≤ s:

$$P_n = \frac{(\lambda/\mu)^n}{n!} P_0 \qquad (6.18)$$

Para n ≥ s:

$$P_n = \frac{(\lambda/\mu)^n}{s!s^{(n-s)}} P_0 \qquad (6.19)$$

Ejemplo:

En un restaurante de comida rápida, se atiende a los clientes con 2 cajas, donde ellos ordenan su comida. La tasa media de llegadas es de 0.25 clientes por minuto, la tasa media de servicio es de 0.5 clientes por minuto por cada servidor.

Calcular:

a) la probabilidad de que no existan automóviles en el sistema

b) el número esperado de automóviles en la cola

c) el número esperado de automóviles en el sistema

d) el tiempo promedio que un automóvil esté en la cola

e) el tiempo promedio que un automóvil esté en el sistema

f) la probabilidad de que un automóvil que llegue, tenga que esperar para el servicio

Respuesta:

μ = 0.5 cliente por minuto

λ = 0.25 cliente por minuto

s = 2

Utilizando las ecuaciones 6.12 a la 6.19 tenemos los siguientes resultados:

P_0= 60% de probabilidad de no tener ningún cliente en el sistema

L_q = 2 clientes en la línea de espera

L = 2.5 clientes en el sistema

W_q = 8 minutos en la línea de espera

W = 10 minutos en el sistema

P_w = 10% de probabilidad de tener que esperar para recibir el servicio

Igual que en el sistema M/M/1 si se quiere mejorar el servicio, teniendo menor clientes en el sistema o en la línea de espera, así como reducir el tiempo de servicio y de espera, se tendría que aumentar un servidor o bien aumentar la tasa media de servicio. Esto depende de las posibilidades de la empresa.

La respuesta a este problema es con un análisis económico de las líneas de espera.

ANÁLISIS ECONÓMICO DE LAS LÍNEAS DE ESPERA (Anderson, Hillier,Fitzsimmons)

Generalmente, el sistema de una línea de espera se diseña en base a los costos que este genera. Es decir, el número de servidores en el sistema depende del costo que estos implican a la empresa. Puede que la empresa decida que solo va a tener un solo servidor por los altos costos que produce tener varios servidores. Desde el punto de vista económico el problema está resuelto pero la calidad en el servicio disminuye. La mala calidad en el servicio significa la perdida de clientes.

Otra solución sería capacitar al personal para poder brindar una tasa media de servicio mayor. La elección de la solución depende de cada empresa.

Con la ecuación 6.20 se calcula el costo total de un sistema de línea de espera. El objetivo de toda empresa en minimizar el costo total.

$$\text{Minimizar} \qquad CT = CS + CW \tag{6.20}$$

Donde:

CT = costo total esperado por unidad de tiempo

CS = costo esperado del servicio por unidad de tiempo

CW = costo de espera esperado por unidad de tiempo

El costo esperado del servicio se calcula con la ecuación 6.21

$$CS = C_s + s \qquad (6.21)$$

Donde:

C_s = costo por cada servidor por unidad de tiempo

s = número de servidores

Así mismo el costo de espera se determina por la ecuación 6.22

$$CW = C_w + L \qquad (6.22)$$

Donde:

C_w = costo de espera por unidad de tiempo

L = número promedio de clientes en el sistema

Sustituyendo las ecuaciones 6.21 y 6.22 en la ecuación 6.20 se obtiene la ecuación 6.23.

$$CT = C_s\, s + C_w + L \qquad (6.23)$$

Ejemplo:

Regresando a los ejemplos de 1 servidor y dos servidores. El restaurante de comida rápida asigna un costo de \$5 pesos por minuto esperado, ya sea en su automóvil para ordenar en la ventanilla o en la caja, dentro del restaurante. El costo de cada servidor es de \$1.5 pesos por minuto.

El valor de L en ventanilla con un solo servidor es de 4 automóviles en el sistema, mientras que con dos servidores es de 2.5 clientes.

Utilizando la ecuación 6.23, el CT con un servidor es:

$$CT = (\$1.5)(1) + (\$5)(4) = \$21.5 \text{ pesos por minuto}$$

Mientras que para dos servidores el CT es:

$$CT = (\$1.5)(2) + (\$5)(2.5) = \$15.5 \text{ pesos por minuto}$$

Se puede observar que en este caso se reduce el costo en $6 pesos al tener dos servidores. Mientras aumenta el número de servidores aumenta el costo de servicio, y disminuye el costo de espera. Esto es porque el número de clientes que se tiene en el sistema tiende a disminuir. El descenso en L es notorio al principio, llega un momento, como se observa en la figura 6.3, que disminuye muy poco. La gráfica de costos nos proporciona el número de servidores que se puede tener a un costo mínimo. Esto siempre y cuando que descuidemos la calidad en el servicio.

FIGURA 6.3