CAPÍTULO II

CONCEPTOS BÁSICOS DE CONFIABILIDAD

El diseño de sistemas, comprende los aspectos más amplios de la organización de equipo complejo, turnos de operación, turnos de mantenimiento y de las habilidades necesarias para asegurar la actuación del sistema como una entidad unificada. Los sistemas complejos realizan un cierto número de funciones, tienen elevados costos y requieren de importantes instalaciones de apoyo. Una de las preocupaciones principales es la actuación del sistema y las consecuencias de las fallas también se evalúan cuidadosamente. En el área de fabricación de productos para el consumidor, se espera una alta confiabilidad así como el cumplimiento de otras importantes características de calidad.

La confiabilidad engloba varias actividades y una de ellas es el planteamiento de modelos de confiabilidad, esto es fundamentalmente la probabilidad de supervivencia del sistema. Se expresa como una función de las confiabilidades de los componentes o subsistemas, que generalmente, estos modelos se encuentran dependiendo del tiempo. Otra actividad de la confiabilidad es la de las pruebas de duración y estimación de la confiabilidad.

Confiabilidad debe ser definido como la habilidad de un producto o sistema para desempeñar por encima de un periodo de tiempo de acuerdo a las especificaciones de diseño o a las especificaciones del consumidor. Clifford (1988). La confiabilidad según Dai y Wang (1992), es la probabilidad que un componente, equipo o sistema desempeñará una función requerida bajo condiciones de operación encontradas para un periodo específico de tiempo.

2.1 Función de Confiabilidad

La Función de Distribución Acumulativa para una población es llamada distribución de vida y se denota como $F(t)$. La $F(t)$ se interpreta como la proporción de componentes, equipos o sistemas que fallan antes o hasta el tiempo t.

$$F(t) = \int_{o}^{t} f(x)dx \ , \qquad t \in [0, \infty]$$

Donde: t es la variable aleatoria que indica el tiempo de fallas.

La Función de Distribución Acumulativa se puede interpretar de dos maneras:

1. La probabilidad o seguridad de que una unidad de la población falle antes de t unidades de tiempo.
2. Fracción de la población que falla antes de t unidades de tiempo (incluye el tiempo t).

La función de confiabilidad, es un complemento de la Función de Distribución Acumulativa y esta tiene una peculiar atención en la confiabilidad ya que se centra en las unidades que no fallan en un tiempo t. Tobias (1986).

La función de confiabilidad $R(t)$ se define de la siguiente manera:

$$R(t) = 1 - F(t)$$

Esta función se puede interpretar de la siguiente forma:

1. La probabilidad de que una unidad de la población no haya fallado antes del tiempo t.
2. Fracción de la población que sobrevive al tiempo t.

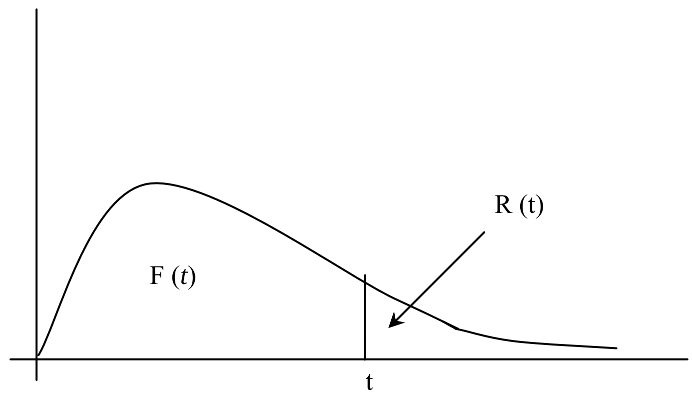

Figura 2.1 Gráfica de la Función de Confiabilidad.

2.2 Tasa de Falla Instantánea y Función de Riesgo

Esta función también es conocida como Tasa Instantánea de Falla o Tasa de Riesgo. Las unidades que la tasa de falla *h(t)* utiliza son ″... números de entidades que fallan por unidad de tiempo″. Tobias (1986). Es necesario aclarar que *h(t)* no es una probabilidad y puede tomar valores arriba de 1, aunque exceptuando valores negativos.

La Tasa de Falla se puede definir como la proporción de fallas por unidad de tiempo. La función de riesgo especifica las fallas instantáneas o la tasa de muerte en el tiempo *t*, dado que un objeto ha sobrevivido hasta el tiempo *t*. La tasa de falla instantánea esta definida como:

$$TF(t, t + \Delta t) = \frac{F(t + \Delta t) - F(t)}{t + \Delta t - t} * \frac{1}{R(t)}$$

Donde: $F(t + \Delta t)$: Función de Probabilidad Acumulativa en el tiempo $t + \Delta t$.

$F(t)$: Función de Probabilidad Acumulativa en el tiempo *t*.

$R(t)$: Función de Confiabilidad.

La función de riesgo *h(t)* se obtiene cuando el incremento de *t* es cercano a cero y se define como:

$$h(t) = \lim_{\Delta t \to 0} TF\left(t, t + \Delta t\right)$$

$$= \frac{1}{R(t)} * Lim \frac{F(t+\Delta t) - F(t)}{\Delta t}$$

$$= \frac{F'(t)}{R(t)} = \frac{f(t)}{R(t)}$$

De este manera *h(t)* Δt aproxima la probabilidad de falla de muerte en el intervalo de tiempo [t, $t + \Delta t$], dado que sobrevive hasta el tiempo *t*.

2.3 Algunas Probabilidades Importantes

Unas pocas fórmulas importantes se pueden derivar sin dificultad usando las reglas básicas para calcular probabilidades de eventos: estas reglas son la multiplicación y la del complemento.

En los eventos independientes están las fallas o la sobrevivencia de *n* opciones escogidas aleatoriamente operando independientemente. Tobias (1986).

- La probabilidad que *n* componentes idénticos independientes, cada uno con una función de confiabilidad de *R(t)*, sobreviva después de *t* horas es $[R(t)]^n$.
- La probabilidad que al menos uno de los *n* componentes idénticos independientes falle en el tiempo *t* esta dada por:

  $$1 - \left[R\left(t\right)\right]^n = 1 - \left[1 - F\left(t\right)\right]^n$$

- Considerando un sistema compuesto de *n* componentes idénticos, todos operando independientemente, en términos de trabajar y fallar cada uno de ellos. Si la distribución de vida para cada uno de esos componentes es *F(t)* y la probabilidad del sistema cuando no esta fallando hasta el tiempo *t* es: $[R(t)]^n$. Si el sistema falla cuando el primero de estos componentes falla y además se indica la función de distribución de vida para la población de este sistema por $F_s(t)$, la regla de complemento resulta:

$$F_s(t) = 1 - [R(t)]^n$$

2.4 Función Acumulativa de Falla

La función *H(t)* se calcula con la integración de la función de la tasa de fallas *h(t)* en un intervalo de $0 \leq t < \infty$:

$$H(t) = \int_0^t h(x)\,dx$$

La integral anterior puede ser expresada de la siguiente forma. Tobias (1986).

$$H(t) = -\ln R(t)$$

(2.1)

Para demostrar la ecuación 2.1 es necesario derivarla obteniendo la igualdad establecida.

$$\frac{d}{dt} H(t) = \frac{d}{dt}\left[-\ln R(t)\right]$$

$$h(t) = \frac{d}{dt}\left[-\ln R(t)\right]$$

$$= -\frac{1}{R(t)}\frac{d}{dt} R(t)$$

$$= -\frac{1}{R(t)}\frac{d}{dt}\left[1 - F(t)\right]$$

$$= \frac{f(t)}{R(t)}$$

$$= h(t)$$

En estudios de confiabilidad es muy común que se conozca o se aproxime suficientemente la tasa de fallas de un componente o sistema. En seguida se demuestra la forma en que conociendo *H(t)* es posible calcular *F(t)*.

Sabiendo que: $H(t) = -\ln R(t)$ se procede a despejar *R(t)*, obteniendo lo siguiente:

$$R(t) = e^{(-H(t))}$$

$$1 - F(t) = e^{\left(-\int_0^t h(x)\,dx\right)}$$

$$F(t) = 1 - e^{-\int_0^t h(x)\,dx}$$

(2.2)

En la ecuación anterior se establece la relación entre la función de riesgo y la Función de Distribución Acumulativa.

2.5 Medición de Fallas

Algunos parámetros de medición usados comúnmente según Dai y Wang (1992) para estudiar las fallas que se presentan en un sistema determinado son los siguientes:

- Tiempo promedio entre fallas (MTBF) es para un periodo estable en la vida del componente o sistema, el valor medio de la duración de tiempo entre fallas consecutivas contadas como la razón del tiempo observado acumulado y el número de fallas bajo condiciones estables. El tiempo promedio entre fallas para datos exponencialmente distribuidos es:

$$MTBF = \lambda$$

- Tiempo promedio de falla (MTTF) es para un periodo estable en la vida de un componente o sistema, tiempo acumulado para una muestra del número total de fallas en la muestra durante el periodo bajo condiciones estables. También interpretado como la vida promedio que un componente o sistema nuevo tendrá hasta que falle. Para datos exponenciales el tiempo promedio de falla según Tobias (1986) esta definido por:

$$\begin{aligned} MTTF &= E(T) \\ &= \int_0^{\infty} t\lambda e^{-\lambda t}\,dt \\ &= \frac{1}{\lambda} \end{aligned}$$

- Tiempo promedio para reparación (MTTR) es el tiempo promedio que toma reparar un componente o un sistema. Para calcular este tiempo se usa la siguiente fórmula según Dai y Wang (1992):

$$MTTR = \frac{\sum_{j=1}^{k} t_j \lambda_j}{\sum_{j=1}^{k} \lambda_j}$$

Donde: λ_j es la tasa de fallas constante del componente reparable del sistema j-ésimo.

t_j es el tiempo requerido para reparar el sistema, donde el j-ésimo componente falló.

k es el número de componentes reparables.