

CAPITULO 3

Corrector de Factor de Potencia Trifásico con Convertidor Zeta aislado en modo de conducción continuo

3.1. Introducción

Como ya es sabido, la corrección del factor de potencia trae beneficios tanto a la red de distribución como al propio rectificador. Apuntando hacia la corrección del factor de potencia (FP) de rectificadores trifásicos convencionales, utilizados ampliamente por la industria, el presente trabajo propone la inclusión de un "Convertidor de CD-CD Zeta aislado" para formar una estructura de corrector de factor de potencia, tal como se muestra en la fig. 3.1.

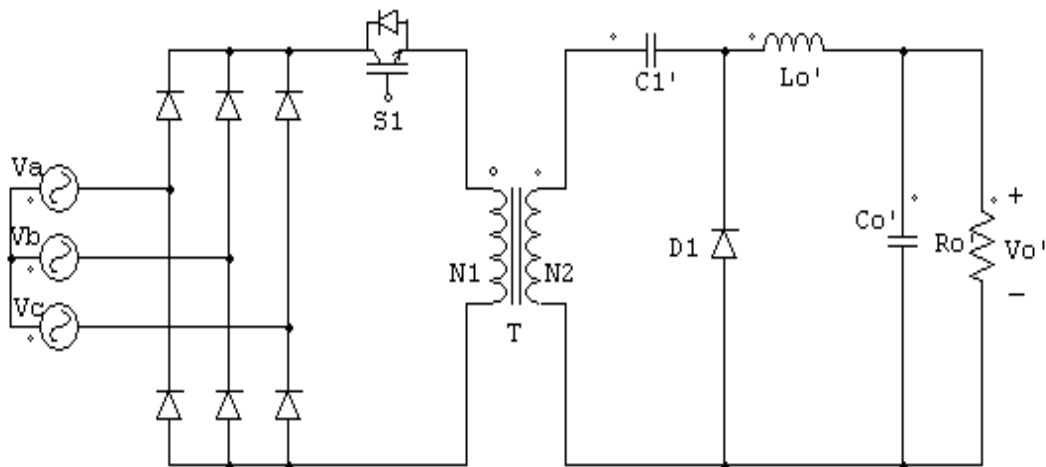


Fig. 3.1 Convertidor Trifásico tipo ZETA Aislado

Con la estructura mostrada en la fig.3.1 y en funcionamiento discontinuo se obtiene una corriente de fase, no filtrada, tal como se muestra en la fig. 3.2. Aquí se nota que la corriente de fase no posee forma senoidal, y además, ésta existe solamente para $\frac{2}{3}$ del período, la cual es originada por el proceso de conmutación del interruptor a alta frecuencia. En la fig. 3.3 se muestra la envolvente de las 3 corrientes debidas a la conmutación, siendo esta la curva que nos indica los valores máximos de la corriente en cada una de las fases, la cual considera que las corrientes son las máximas en cada instante.

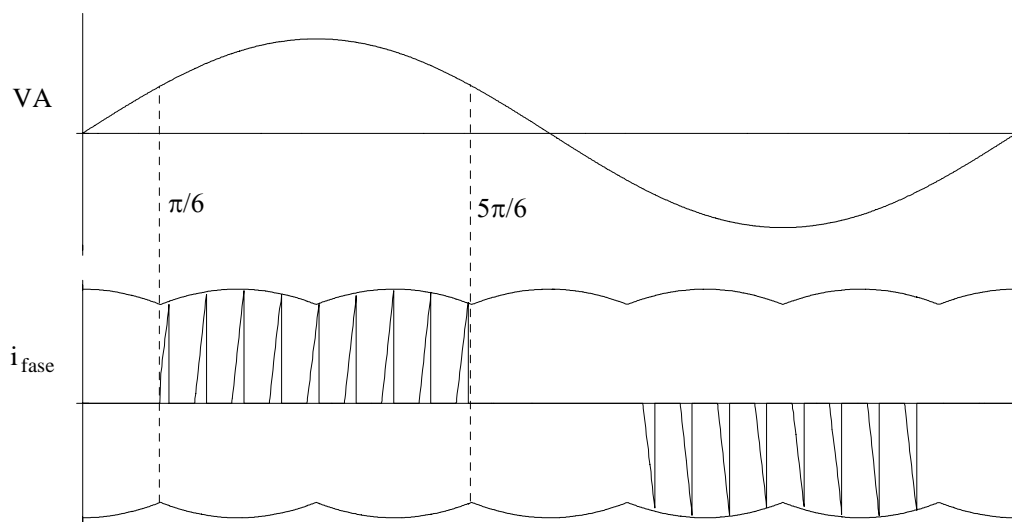


Fig. 3.2 Tensión y corriente de fase A no filtrada

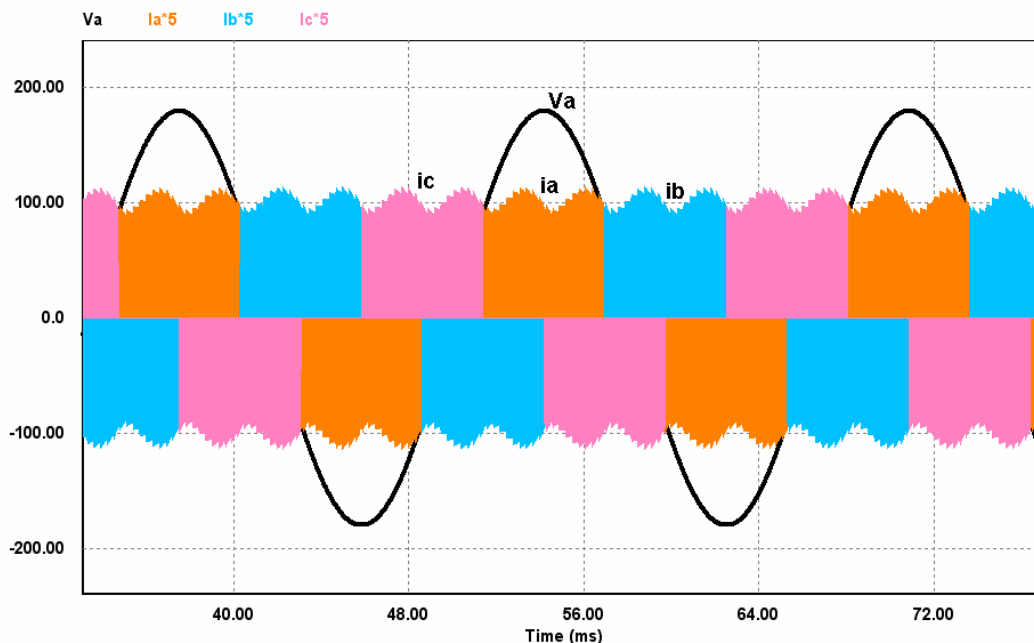


Fig .3.3 Detalle de la Envolvente originada por las tres corrientes (Ia, Ib, Ic) de fase en el proceso de conmutación y el voltaje Va de la fase A.

Esta corriente es característica en el modo de operación discontinua, que circula por la red y por los elementos semiconductores del circuito. Debido a que esta corriente normalmente posee picos relativamente elevados, no se considera adecuada para aplicaciones en alta potencia, pues su valor eficaz consecuentemente es elevado.

La operación en modo de conducción continua es la más adecuada para convertidores que operan en altas potencias, lo que da menores valores eficaces de corrientes en los componentes, sobre todo en los semiconductores [19].

La corriente no filtrada que circula por una de las fases tiene la forma mostrada en la fig. 3.4, observándose que es semejante a la fig. 3.2, con la ventaja de no tener picos tan elevados de corriente, pero sigue siendo discontinua.

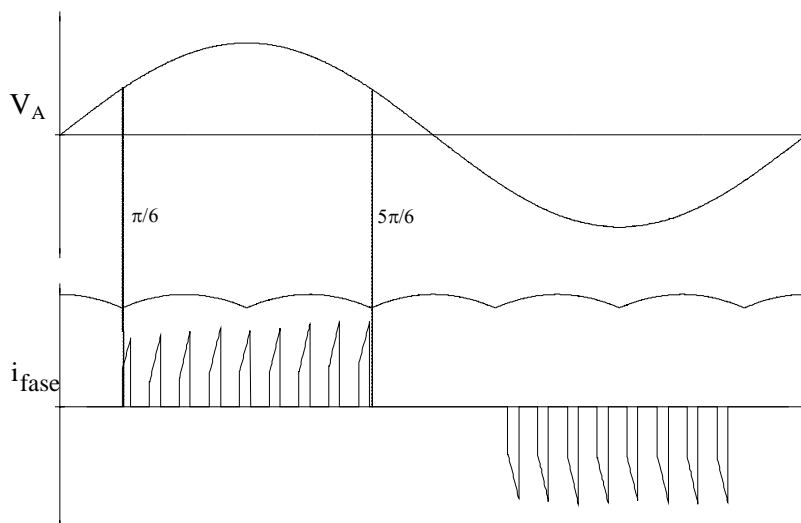


Fig. 3.4 Formas de onda de tensión y corriente de fase A, sin filtro de alta frecuencia

Este capítulo presenta un estudio cualitativo y cuantitativo de la estructura ZETA operando en modo de conducción continua en el inductor, con la finalidad de desarrollar una metodología de proyecto para la misma. Es decir, se presenta el análisis de voltajes y corrientes en los componentes para tener un dimensionamiento preciso del convertidor. Además, se establecen las ecuaciones necesarias para calcular el valor de los elementos, para que pueda llevarse a cabo una futura implementación del mismo.

3.2 Principio de funcionamiento

Con el fin de simplificar el análisis del circuito de la fig. 3.1 se toman las siguientes consideraciones:

- La tensión de entrada es constante para un periodo de conmutación
- Los semiconductores y elementos pasivos son considerados ideales
- El circuito opera en régimen permanente
- El transformador es representado por su inductancia de magnetización y todos los componentes son referidos al lado primario del mismo
- Las capacitancias de C_0 y C_1 poseen valor suficientemente elevados para que sus tensiones sean constantes e iguales a V_0
- La frecuencia de conmutación es mucho mayor que la frecuencia de entrada y siendo así, la tensión de entrada puede ser considerada constante en un periodo de conmutación

Para simplificar el análisis del circuito, se considera la fig. 3.5, donde los parámetros de los componentes son:

$$\begin{aligned}
 a &= (N_1/N_2) & R_0 &= (N_1 / N_2)^2 R_0' \\
 C_0 &= (N_2/N_1)^2 C_0' & V_0 &= (N_1 / N_2) V_0' \\
 L_0 &= (N_1 / N_2)^2 L_0' & C_1 &= (N_2 / N_1)^2 C_1'
 \end{aligned}$$

a Relación de transformación

R_o Resistencia de carga

N_1 Número de vueltas del devanado primario

L_o Inductancia de salida

N_2 Número de vueltas del devanado secundario

C_o Capacitancia de salida

V_o Tensión media en la carga

L_m Inductancia magnetizante

C_1 Capacitancia de acoplamiento

$R_o', C_o', L_o', C_o', V_o'$ valores reales de los elementos

V_{in} Voltaje rectificado de entrada al convertidor zeta

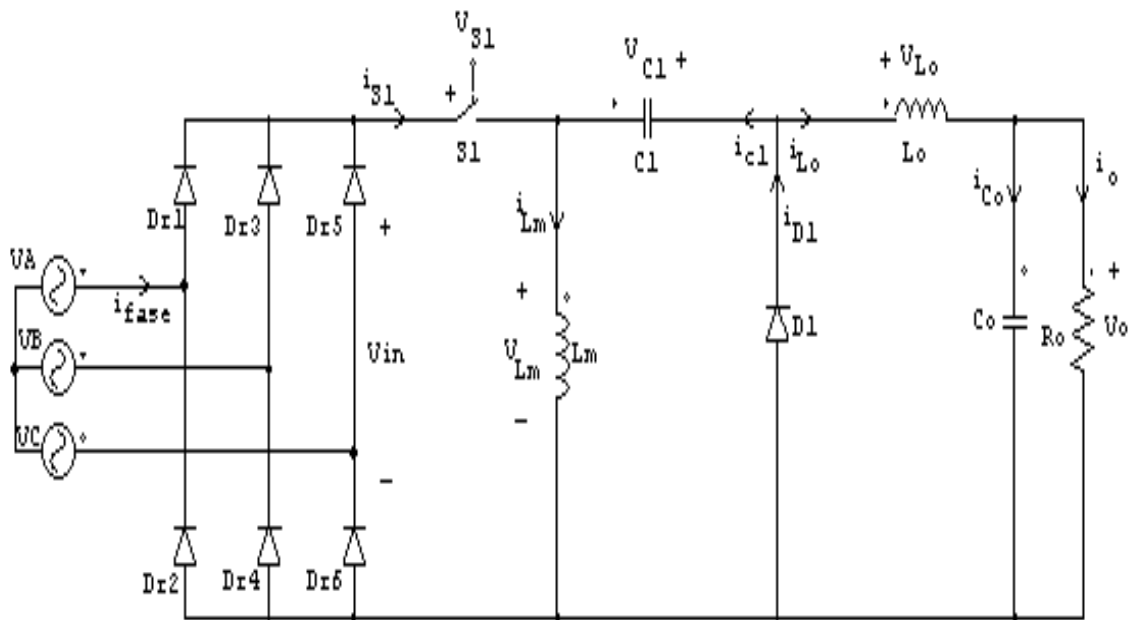


Fig.3.5 Convertidor ZETA CA-CD referido al primario

3.2.1 Estados de Operación

La operación del circuito se analizará para los dos estados de operación del interruptor S1:

- Estado I interruptor S1 cerrado
- Estado II interruptor S1 abierto.

En la fig. 3.6 se muestran los dos estados de operación del interruptor S1 y las formas de onda principales de corrientes de las inductancias L_m y L_o , interruptor S1 y diodo D1, así como de voltajes tanto del diodo D1 como del interruptor S1.

$i_{L_o m}$ corriente mínima en la inductancia de salida L_o

$i_{L_o p}$ corriente máxima o pico en la inductancia de salida L_o

$i_{L_m m}$ corriente mínima en la inductancia magnetizante L_m

$i_{L_m p}$ corriente máxima o pico en la inductancia magnetizante L_m

$i_{S1 m}$ corriente mínima en el interruptor S1

$i_{D1 m}$ corriente mínima en el diodo D1

Las figs. 3.7 y 3.8 muestran los circuitos equivalentes referentes a los estados de funcionamiento considerando ωt entre 30° y 90° , así también los sentidos de las tensiones y corrientes son representados.

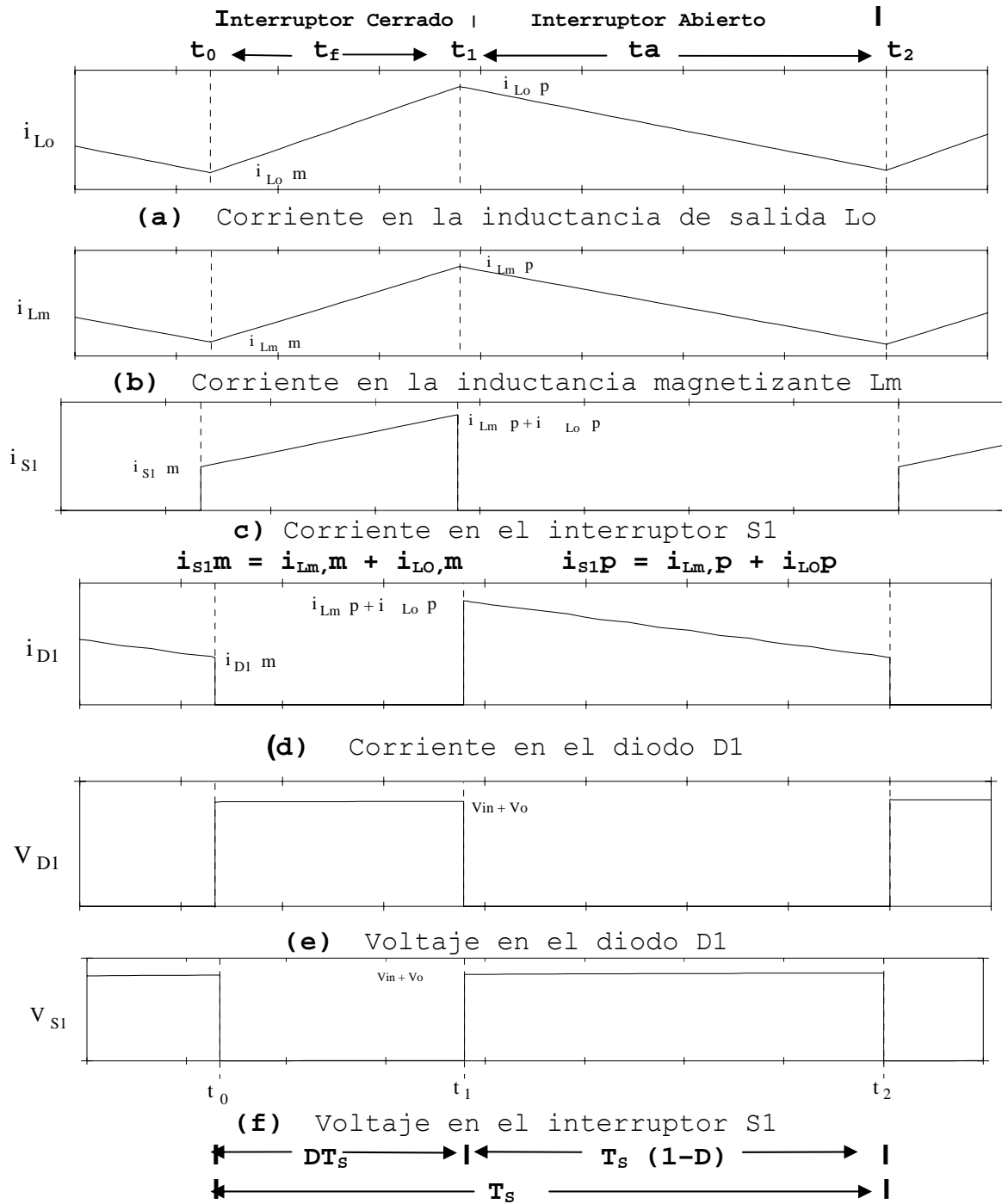


Fig. 3.6 Formas de ondas principales

3.2.1.1 Primer Estado (t_0 , t_1), interruptor cerrado

En la fig. 3.7 se tiene que en el instante t_0 el interruptor S1 se habilita y la corriente i_{s1} circula, creciendo linealmente. El diodo D1 se mantiene bloqueado con tensión inversa igual a $-(V_{in} + V_o)$, por lo que, la corriente i_{s1} es la suma de las corrientes de $i_{Lm} + i_{Lo}$. La pendiente en la forma de las corrientes i_{Lm} e i_{Lo} es proporcional a las relaciones de $\frac{V_{in}}{Lm}$ y

$\frac{V_{in}}{L_0}$. Las corrientes i_{Lm} e i_{Lo} crecen linealmente. La fuente de

alimentación proporciona energía a la inductancia magnetizante L_m , y el capacitor C1 transfiere energía a la inductancia L_0 .

En éste estado, el capacitor C1 se descarga y el capacitor C_o se carga y sus tensiones V_{Co} y V_{C1} respectivamente son consideradas constantes e iguales a V_o .

V_{in} queda definido como: $V_{in} = V_A - V_B$, como se indica en el anexo A.

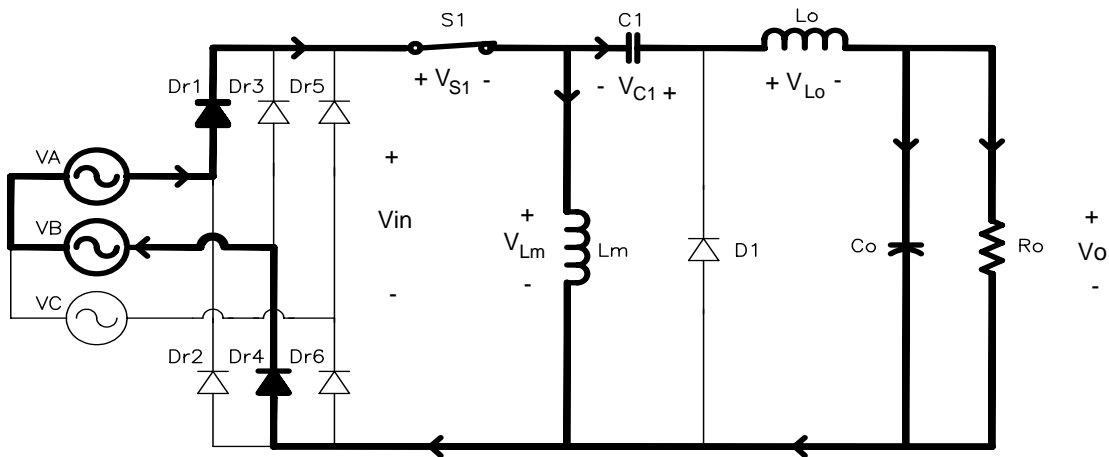


Fig. 3.7 Circuito equivalente al Primer Estado (t_0, t_1), con interruptor cerrado

3.2.1.2 Segundo Estado (t_1, t_2), interruptor abierto

En la fig. 3.8, se tiene que en el instante t_1 , el interruptor S1 se abre, y el diodo D1 entra en conducción permitiendo que L_m y L_0 transfieran la energía almacenada en sus devanados a los capacitores C1 y C_0 respectivamente. Las corrientes i_{L_m} e i_{L_0} decrecen linealmente según las relaciones $-\frac{V_o}{L_m}$ y $-\frac{V_o}{L_o}$. En este estado, no hay circulación de energía en la línea trifásica principal. La tensión sobre el interruptor S1 es igual a la suma de $V_o + V_{in}$.

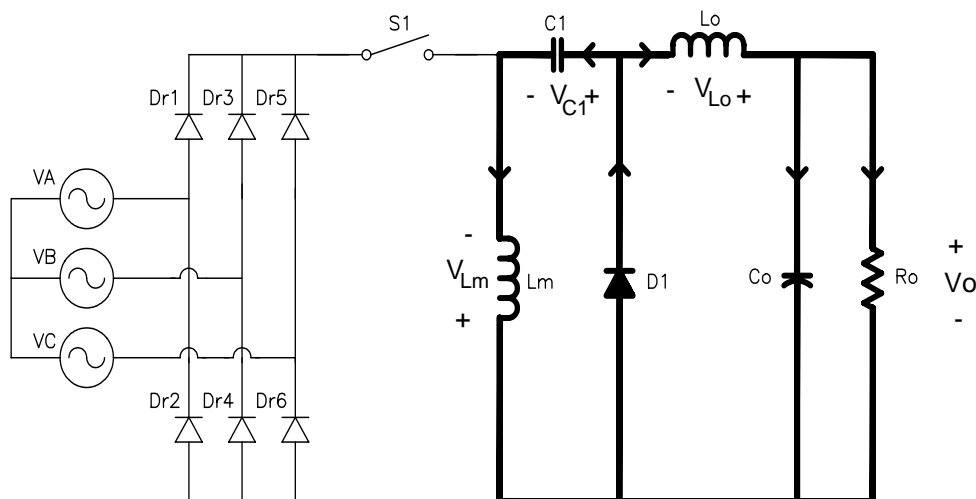


Fig. 3.8 Circuito equivalente al Segundo Estado (t_1, t_2), con interruptor abierto

3.3 Análisis de los estados de operación

Para llevar a cabo el análisis cuantitativo de los circuitos mostrados en las figs.3.7 y 3.8 referentes a los dos estados de funcionamiento de la estructura ZETA en modo de conducción continuo en el inductor, es necesario definir algunos parámetros y ecuaciones que se utilizarán en la evaluación de cada estado, para lo cual de la fig. 3.6 obtenemos algunos de ellos y son los siguientes:

- T_s Período de conmutación
- D Ciclo de trabajo o razón cíclica
- DT_s Tiempo en que el interruptor permanece cerrado
- $T_s (1 - D)$ Tiempo en que el interruptor permanece abierto

$$t_f = t_1 - t_0 = D T_S \quad (3.1)$$

$$t_a = t_2 - t_1 = T_S - t_f = T_S (1 - D) \quad (3.2)$$

$$T_S = \frac{1}{f_S} \quad (3.3)$$

$$D = \frac{t_f}{T_S} = \frac{t_1 - t_0}{T_S} \quad (3.4)$$

$$V_{in} = \sqrt{3} V_p \text{sen}(\omega t) \quad \text{Para } (\omega t) \text{ variando de } \frac{\pi}{3} \text{ a } \frac{2\pi}{3} \quad (3.5)$$

V_{in} Representa el voltaje rectificado de entrada al convertidor zeta (Ver Anexo A).

3.3.1 Evaluando Primer Estado de operación con interruptor cerrado $(t_0 \leq t_f \leq t_1)$

Las condiciones iniciales son:

$$i_{Lm}(t=0) = i_{Lm0}$$

$$i_{Lo}(t=0) = i_{Lo0}$$

$$V_{Lm}(t=0) = V_{in}$$

$$V_{Lo}(t=0) = V_{in}$$

Las ecuaciones que se obtienen a partir del circuito equivalente de la fig. 3.7 son:

$$V_{Lm}(t) = L_m \cdot \frac{di_{Lm}(t)}{dt} = V_{in} \quad (3.6)$$

Sustituyendo el valor de V_{in} en la ec. (3.6):

$$V_{L_m}(t) = L_m \cdot \frac{di_{L_m}(t)}{dt} = \sqrt{3} V_p \text{sen}(\omega t) \quad (3.7)$$

Trabajando con las ecuaciones (3.6) y (3.7) podemos expresar la corriente en la inductancia magnetizante $i_{L_m}(t)$ como :

$$i_{L_m}(t) = \sqrt{3} \frac{V_p}{L_m} \cdot t \cdot \text{sen}(\omega \cdot t) + i_{L_m m} \quad (3.8)$$

Para la inductancia de salida L_o del circuito de la fig.3.7 tenemos:

$$V_{L_o}(t) = L_o \frac{di_{L_o}(t)}{dt} \quad (3.9)$$

$$V_{L_o}(t) = V_{in} \quad (3.10)$$

Trabajando de igual manera el mismo procedimiento anterior, se obtiene la corriente en la inductancia de salida $i_{L_o}(t)$:

$$i_{L_o}(t) = \sqrt{3} \cdot \frac{V_p}{L_o} \cdot t \cdot \text{sen}(\omega \cdot t) + i_{L_o m} \quad (3.11)$$

La corriente a través del interruptor S1 está expresada por la suma de las corrientes en las inductancias L_m y L_o resultando: $i_{s1}(t) = i_{L_m}(t) + i_{L_o}(t)$ y sustituyendo valores

de (3.8) y (3.11) queda expresada la corriente en el interruptor $i_{s1}(t)$ como:

$$i_{s1}(t) = \frac{1}{L_{equiv}} \cdot \sqrt{3} \cdot V_p \cdot t \cdot \text{sen}(\omega \cdot t) + i_{Lm} + i_{Lo} \quad (3.12)$$

De donde
$$\frac{1}{L_{equiv}} = \frac{1}{L_m} + \frac{1}{L_0} \quad (3.13)$$

3.3.2 Evaluando Segundo Estado de operación con interruptor abierto ($t_1 \leq ta \leq t_2$)

Las condiciones iniciales son:

$$i_{Lm}(t = DT_s) = i_{LmP}$$

$$i_{Lo}(t = DT_s) = i_{LoP}$$

$$V_{Lm}(t = DT_s) = V_o$$

$$V_{Lo}(t = DT_s) = V_o$$

Para el circuito equivalente de la fig. 3.8 se obtienen las ecuaciones siguientes:

$$V_{Lm}(t) = L_m \cdot \frac{di_{Lm}(t)}{dt} \quad (3.14)$$

$$V_{Lm}(t) = -V_o \quad (3.15)$$

A través de estas dos ecuaciones obtenemos la corriente en la inductancia magnetizante $i_{Lm}(t)$ como:

$$i_{L_m}(t) = i_{L_m} p - \frac{V_o(t-t_1)}{L_m} \quad (3.16)$$

Retomando la ec. 3.8 y tomando $t = t_f$ tenemos:

$$i_{L_m} p = \frac{\sqrt{3} \cdot V_P \cdot t_f}{L_m} \cdot \text{sen}(\omega \cdot t) + i_{L_m} m \quad (3.17)$$

Sustituyendo (3.17) en (3.16) resulta la corriente en la inductancia magnetizante $i_{L_m}(t)$:

$$i_{L_m}(t) = \frac{\sqrt{3} \cdot V_P \cdot t_f}{L_m} \cdot \text{sen}(\omega \cdot t) - \frac{V_o}{L_m}(t-t_1) + i_{L_m} m \quad (3.18)$$

Para la inductancia de salida L_o del circuito en la fig. 3.8 tenemos:

$$V_{L_o}(t) = L_o \frac{d_{i_{L_o}}(t)}{dt} \quad (3.19)$$

$$V_{L_o}(t) = -V_o \quad (3.20)$$

Sustituyendo (3.20) en (3.19) y resolviendo la diferencial, resulta:

$$i_{L_o}(t) = i_{L_o} p - \frac{V_o(t-t_1)}{L_o} \quad (3.21)$$

Evaluando la ecuación (3.11) en $t = t_f$ y sustituyendo en (3.21) se tiene que:

$$i_{L_o}(t) = \frac{\sqrt{3} \cdot V_P}{L_o} \cdot t_f \cdot \text{sen}(\omega t) - \frac{V_o}{L_o} (t - t_1) + i_{L_o m} \quad (3.22)$$

La corriente en el diodo está dada por la suma de las corrientes a través de las inductancias L_m y L_o por lo tanto:

$$i_{D1}(t) = i_{L_m}(t) + i_{L_o}(t) \quad \text{sustituyendo (3.18) y (3.22) resulta:}$$

$$i_{D1}(t) = \frac{\sqrt{3} \cdot V_P \cdot t_f}{L_{equiv}} \cdot \text{sen}(\omega t) - \frac{V_o}{L_{equiv}} (t - t_1) + i_{L_m m} + i_{L_o m} \quad (3.23)$$

Retomando la ec. (3.22), podemos decir que para un tiempo $t = t_a$, el valor de la corriente i_{L_o} sería mínima lo que implica que $i_{L_o} = i_{L_o m}$ por lo que al sustituir en la ecuación

$$(3.22) \text{ queda: } \frac{\sqrt{3} \cdot V_P \cdot t_f}{L_o} \cdot \text{sen}(\omega t) - \frac{V_o}{L_o} t_a = 0$$

$$\text{Por lo que desarrollando tenemos: } \frac{\sqrt{3} \cdot V_P \cdot t_f}{L_o} \cdot \text{sen}(\omega t) = \frac{V_o}{L_o} t_a$$

y despejando t_a nos queda:

$$t_a = \frac{\sqrt{3} \cdot V_P \cdot t_f}{V_o} \cdot \text{sen}(\omega t) \quad (3.24)$$

Observando que $\sqrt{3} V_p \text{sen}(\omega t)$ es igual a la ecuación (3.5) que representa a V_{in} , y además el parámetro t_a es constante; entonces, el voltaje V_{in} debe ser substituido por su valor

medio, o sea: $V_{in,med} = \frac{3}{\pi} \int_{\frac{\pi}{3}}^{\frac{2\pi}{3}} \sqrt{3} V_p \text{sen}(\omega t)$ y desarrollando

la integral queda (Ver anexo A):

$$V_{in,med} = \frac{3\sqrt{3}}{\pi} (V_p) \quad (3.25)$$

Sustituyendo (3.25) en (3.24) obtenemos:

$$ta = \frac{3\sqrt{3} V_p}{\pi V_o} (t_f) \quad (3.26)$$

Observando la ecuación anterior, esta puede reducirse todavía

debido a que la relación $\frac{\sqrt{3} V_p}{V_o}$ se define como la razón de

transformación de los valores del voltaje promedio, representándola por:

$$\frac{\sqrt{3} V_p}{V_o} = \alpha \quad (3.27)$$

$$\text{Siendo } \frac{1}{\alpha} = \frac{V_o}{\sqrt{3} V_p} = G \quad (3.27a)$$

la cual se conoce como la ganancia estática G.

Sustituyendo la ec. (3.27) en la ec. (3.26) tenemos ta en

función de t_f :

$$ta = \frac{3\alpha}{\pi} (t_f) \quad (3.28)$$

3.4 Análisis para un periodo de conmutación

Con el fin de simplificar el análisis, la tensión de entrada es considerada constante para un periodo de conmutación. Esto hace posible reescribir la ecuación (3.24)

$$t_a = \frac{\sqrt{3} \cdot V_p \cdot t_f}{V_o} \cdot \text{sen}(\omega \cdot t)$$

Despejando V_o y considerando las ecuaciones 3.1 y 3.2 para la

relación $\left(\frac{D}{1-D}\right) = \frac{t_f}{t_a}$ quedando de la siguiente forma:

$$V_{o_s} = \sqrt{3} V_p \text{sen}(\omega t) \left(\frac{D}{1-D}\right) \quad (3.29)$$

Siendo V_{o_s} el valor de tensión instantánea de salida, es decir, no se está definiendo V_o para un periodo de V_{in} , esto quiere decir, que para cada valor de $\text{sen}(\omega t)$ podemos obtener un valor de V_o diferente. Luego entonces, la corriente instantánea de salida i_{o_s} resulta:

$$i_{o_s} = \frac{V_{o_s}}{R_o} = \frac{\sqrt{3} V_p}{R_o} \text{sen}(\omega t) \left(\frac{D}{1-D}\right) \quad (3.30)$$

Esta ecuación es importante ya que será usada para determinar el valor de la corriente mínima en el interruptor S1, en el diodo D1 y en los inductores L_o y L_m

3.4.1 Corriente media en: interruptor S1, diodo D1, inductor Lm e inductor Lo

- Ahora bien, de la forma de onda de la corriente en el interruptor S1 en la fig. 3.6, observamos que para un período de conmutación tenemos que la corriente media del interruptor S1 denotada por $i_{S1}med_s$ es:

$$i_{S1}med_s = \left(\frac{i_{S1}P_S - i_{S1}m_S}{2} + i_{S1}m_S \right) D \quad (3.31)$$

Del análisis de las etapas de operación, obtenemos:

$$i_{S1}P_S = \frac{\sqrt{3} V_p t_f}{L} \text{sen}(\omega t) + i_{S1}m_S \quad (3.32)$$

Sustituyendo (3.32) en (3.31), resulta:

$$i_{S1}med_s = \frac{\sqrt{3} V_p D^2}{2 L f_s} \text{sen}(\omega t) + i_{S1}m_S D \quad (3.33)$$

Donde: $i_{S1}m_S = i_{Lo}m_S + i_{Lm}m_S$

Para obtener la corriente media en el diodo D1, procedemos del análisis de las etapas de operación, obteniéndose:

$$i_{D1}med_s = \left[\frac{\sqrt{3} V_p D}{2 L f_s} \text{sen}(\omega t) + i_{D1}m_S \right] (1 - D) \quad (3.34)$$

Donde $i_{D1}m_S = i_{S1}m_S$

- La corriente media en el inductor L_m , se obtiene igual que el mismo procedimiento anterior y el resultado es

$$i_{L_m} \text{ med }_s = \frac{\sqrt{3} V_p D}{2 L_m f_s} \text{sen}(\omega t) + i_{L_m} m_s \quad (3.35)$$

- La corriente media instantánea en el inductor L_o , se obtiene con el mismo procedimiento anterior y el resultado es:

$$i_{L_o} \text{ med }_s = \frac{\sqrt{3} V_p D}{2 L_o f_s} \text{sen}(\omega t) + i_{L_o} m_s \quad (3.36)$$

3.4.2 Corriente mínima instantánea en: diodo D1, interruptor S1, inductor L_o e inductor L_m

Aquí utilizaremos la ec. (3.30) junto con las ecuaciones (3.36) y (3.34) para obtener los cálculos de la corriente mínima instantánea de los componentes S1 y D1.

- Relacionando (3.34) con (3.30) y despejando $i_{D1} m_s$ se obtiene la corriente mínima instantánea en el Diodo D1 indicada en la ecuación (3.37), esta ecuación nos ayudará a obtener la Inductancia Equivalente L_{equiv} . en la sección 3.5.7:

$$i_{D1} m_s = \sqrt{3} V_p D \text{sen}(\omega t) \left[\frac{1}{R_o(1-D)^2} - \frac{1}{2L_{equiv} f_s} \right] \quad (3.37)$$

- La corriente mínima instantánea en el interruptor i_{S1m_s} es la misma que la corriente mínima instantánea en el diodo $D1$, por lo tanto, tenemos:

$$i_{S1m_s} = i_{D1m_s} = \sqrt{3} V_p D \text{sen}(\omega t) \left[\frac{1}{R_o(1-D)^2} - \frac{1}{2L_{equiv}fs} \right] \quad (3.37^a)$$

- La corriente mínima instantánea en el inductor L_o se obtiene igualando la ec. (3.36) con la ec. (3.30) denotada por $i_{L_o m_s}$, simplificando operaciones resulta:

$$i_{L_o m_s} = \sqrt{3} V_p D \text{sen}(\omega t) \left[\frac{1}{R_o(1-D)} - \frac{1}{2L_o fs} \right] \quad (3.38)$$

- La corriente mínima instantánea en el inductor L_m , la obtenemos debido a que $i_{S1m_s} = i_{L_o m_s} + i_{L_m m_s}$, por lo tanto; despejando $i_{L_m m_s} = i_{S1m_s} - i_{L_o m_s}$ y sustituyendo (3.37) y (3.38) y simplificando operaciones resulta que:

$$i_{L_m m_s} = \sqrt{3} V_p D \text{sen}(\omega t) \left[\frac{D}{R_o(1-D)^2} - \frac{1}{2L_m fs} \right] \quad (3.39)$$

3.5 Análisis para un período del voltaje V_{in}

Para este análisis, se deberá tomar en cuenta una ondulación resultante de la rectificación, es decir, todas las magnitudes a calcular llevarán en consideración una ondulación en la tensión V_{in} .

3.5.1 Razón cíclica y Ganancia Estática

- Retomando la ecuación(3.28) y sustituyendo en la ecuación (3.2) y simplificando, obtenemos el ciclo de trabajo o

$$\text{razón cíclica } D: D = \frac{1}{1 + \frac{3}{\pi}\alpha} \quad (3.40)$$

Con la expresión anterior podemos generar la gráfica de la fig. 3.9 la cual nos relaciona la razón cíclica **D** con la razón de transformación de voltajes promedio α :

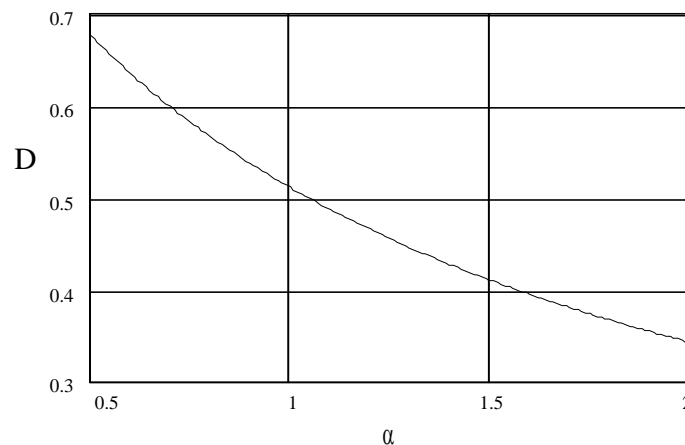


Fig. 3.9 Razón cíclica en función de α

La inversa de α es conocida como ganancia estática

$$G = \frac{1}{\alpha} = \frac{V_o}{\sqrt{3} V_p}$$

Y realizando operaciones algebraicas obtenemos **G** en función de la razón cíclica **D**, siendo su expresión:

$$G = \frac{3D}{\pi(1-D)} \quad (3.41)$$

Con (3.41) se genera la fig. 3.10, la cual nos relaciona la ganancia estática G en función de la razón cíclica D :

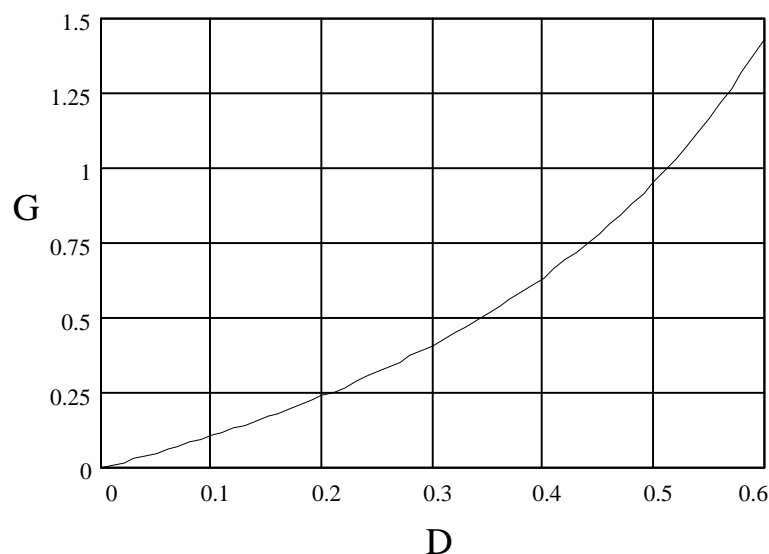


Fig. 3.10 Ganancia estática en función del ciclo de trabajo

3.5.2 Ondulación de corriente en las inductancias: magnetizante L_m y de salida L_o

- Tomando la ec.(3.17) y refiriéndola a valor máximo instantáneo de la corriente en la inductancia magnetizante tenemos:

$$i_{L_m} p_s = \frac{\sqrt{3} V_p \cdot t_f}{L_m} \text{sen}(\omega t) + i_{L_m} m_s \quad (3.42)$$

La variación de esta corriente es máxima cuando $\text{sen}(\omega t) = 1$; si esto ocurre, entonces la ec. (3.42) puede quedar

$$\text{como: } i_{L_m} p - i_{L_m} m = \frac{\sqrt{3} V_p \cdot t_f}{L_m}$$

A partir de aquí observamos que el valor de esta ecuación ya está definido dentro de un periodo de conmutación y dentro de un periodo de V_{in} . Por lo tanto ya no es instantáneo; es decir ya no lleva el subíndice (s).

Ahora puede ser expresada la ondulación de la corriente en la inductancia magnetizante Δi_{Lm} en función del ciclo de trabajo y la frecuencia de conmutación de la siguiente forma y considerando la ecuación (3.17):

$$i_{LmP} = \sqrt{3} \cdot \frac{V_P}{L_m} \cdot t_f \text{sen}(\omega \cdot t) + i_{Lm m} \quad \text{Despejando } i_{Lm m} \text{ queda:}$$

$$i_{LmP} - i_{Lm m} = \frac{\sqrt{3} \cdot V_P \cdot t_f}{L_m} \text{sen}(\omega t) \quad \text{Y cuando la corriente es}$$

máxima tenemos que el $\text{sen}(\omega t) = 1$ ahora bien de las ecuaciones (3.3) y (3.4) obtenemos: $t_f = \frac{D}{f_s}$ y se sustituye obteniéndose

la ondulación de corriente en la inductancia magnetizante, la cual se muestra en la ec. (3.43) a continuación:

$$\Delta i_{Lm} = i_{LmP} - i_{Lm m} = \frac{\sqrt{3} \cdot V_P \cdot D}{L_m \cdot f_s} \quad (3.43)$$

- Para obtener la ondulación de la corriente en la inductancia de salida Δi_{Lo} se procede de forma semejante, resultando:

$$\Delta i_{L_o} = \frac{\sqrt{3} V_p D}{L_o f s} \quad (3.44)$$

3.5.3 Corrientes media y mínima en las inductancias: magnetizante L_m y de salida L_o

- Para obtener la corriente media de la inductancia magnetizante, se sustituye la ecuación (3.39) en la (3.35)

$$i_{L_m} med_s = \frac{\sqrt{3} V_p D}{2 L_m f s} sen(\omega t) + \sqrt{3} V_p D sen(\omega t) \left[\frac{D}{R_o (1-D)^2} - \frac{1}{2 L_m f s} \right]$$

Simplificando la suma:

$$i_{L_m} med_s = \frac{\sqrt{3} V_p D^2}{R_o (1-D)^2} sen(\omega t)$$

se sustituye en (3.45) y se efectúa la integral:

$$i_{L_m} med = \frac{3}{\pi} \int_{\frac{\pi}{3}}^{\frac{2\pi}{3}} i_{L_m} med_s d(\omega t) \quad (3.45)$$

$$i_{L_m} med = \frac{3\sqrt{3} V_p D^2}{\pi R_o (1-D)^2} \int_{\frac{\pi}{3}}^{\frac{2\pi}{3}} sen(\omega t) d(\omega t) = \frac{3\sqrt{3} V_p D}{\pi R_o (1-D)^2}$$

Utilizando la ec. (3.40) y la relación: $\frac{V_p}{R_o} = \frac{\alpha i_o}{\sqrt{3}}$

Sustituyendo y reduciendo queda:

$$i_{L_m} med = \frac{\pi i_o}{3 \alpha} \quad (3.46)$$

- La corriente media de la inductancia de salida es igual a i_o , es decir:

$$i_{L_0} \text{ med} = i_o \quad (3.47)$$

- La corriente mínima en la inductancia magnetizante i_{Lm} se obtiene por el cálculo del valor medio de $i_{Lm} m_s$, para un periodo de v_{in} , efectuando una integración semejante a la ecuación (3.45):

$$i_{Lm} m = \frac{3}{\pi} \int_{\frac{\pi}{3}}^{\frac{2\pi}{3}} i_{Lm} m_s d(\omega t) \quad \text{y sustituyendo la ec. (3.39) en la}$$

integral y efectuando operaciones tenemos que:

$$i_{Lm} m = \frac{3}{\pi} \int_{\frac{\pi}{3}}^{\frac{2\pi}{3}} \frac{\sqrt{3} V_p D^2}{R_0 (1-D)^2} \text{sen}(\omega t) d(\omega t) - \frac{3}{\pi} \int_{\frac{\pi}{3}}^{\frac{2\pi}{3}} \frac{\sqrt{3} V_p D}{2 L_m f_s} \text{sen}(\omega t) d(\omega t)$$

el primer término corresponde a la corriente media de la inductancia magnetizante ec.(3.46), sustituyéndola y procediendo a calcular la integral del segundo término obtenemos:

$$i_{Lm} m = i_{Lm} \text{ med} - \frac{3\sqrt{3} V_p D}{2 \pi L_m f_s}$$

Sustituyendo la ec. (3.46) se obtiene la corriente mínima en la inductancia magnetizante como se indica en (3.48)

$$i_{Lm} m = \frac{\pi i_o}{3 \alpha} - \frac{3\sqrt{3} V_p D}{2 \pi L_m f_s} \quad (3.48)$$

- La corriente mínima en la inductancia de salida $i_{Lo\text{m}}$ se obtiene utilizando el mismo procedimiento anterior y se llega a:

$$i_{Lo\text{m}} = i_0 - \frac{3\sqrt{3} V_p D}{2\pi L_o f_s} \quad (3.49)$$

3.5.4 Corriente de pico en las inductancias: magnetizante L_m y de salida L_o

- La corriente de pico en la inductancia magnetizante $i_{Lm\text{P}}$ se obtiene utilizando las ecuaciones (3.39) y (3.42), además, haciendo $\text{sen}(\omega t) = 1$:

$$\text{ec. (3.39)} \quad i_{Lm\text{m}_s} = \sqrt{3} V_p D \text{sen}(\omega t) \left[\frac{D}{R_o (1-D)^2} - \frac{1}{2 L_m f_s} \right]$$

$$\text{ec. (3.42)} \quad i_{Lm\text{p}_s} = \frac{\sqrt{3} V_p t_f}{L_m} \text{sen}(\omega t) + i_{Lm\text{m}_s}$$

$$\text{Desarrollando la ec. (3.39):} \quad i_{Lm\text{m}_s} = \left[\frac{\sqrt{3} V_p D^2}{R_o (1-D)^2} - \frac{\sqrt{3} V_p D}{2 L_m f_s} \right]$$

la cual se sustituye en la (3.42) quedando como:

$$i_{Lm\text{p}_s} = \frac{\sqrt{3} V_p t_f}{L_m} + \left[\frac{\sqrt{3} V_p D^2}{R_o (1-D)^2} - \frac{\sqrt{3} V_p D}{2 L_m f_s} \right]$$

ahora utilizaremos para simplificar las siguientes relaciones:

$$t_f = \frac{D}{f_s} \quad \frac{\pi}{3\alpha} = \frac{D}{(1-D)} \quad \frac{V_p}{R_o} = \frac{\alpha i_0}{\sqrt{3}}$$

y sustituyéndolas obtenemos:

$$i_{Lm}p = \frac{\pi^2 i_o}{9 \alpha} + \frac{\sqrt{3} V_p D}{2 L_m f s} \quad (3.50)$$

- La corriente de pico en la inductancia de salida $i_{Lo}p$ se obtiene utilizando un procedimiento similar al anterior y se llega a:

$$i_{Lo}p = \frac{\pi i_o}{3} + \frac{\sqrt{3} V_p D}{2 L_o f s} \quad (3.51)$$

3.5.5 Corriente media y de pico en el interruptor S1, en el diodo D1 y en los diodos del puente rectificador

- La corriente media en el interruptor S1 es igual a la corriente media en la inductancia magnetizante cuya ecuación es (3.46)

$$i_{Lm} med = \frac{\pi i_o}{3 \alpha} = i_{S1} med \quad (3.52)$$

Si se normaliza esta ecuación, queda definida como:

$$\overline{i_{S1} med} = \frac{i_{S1} med}{i_o} \quad (3.53)$$

Sustituyendo la ec. (3.52) en la ec. (3.53), resulta:

$$\overline{i_{S1} med} = \frac{\pi}{3 \alpha} \quad (3.54)$$

Con esta ecuación se genera la fig. 3.11 la cual nos relaciona la corriente media normalizada del interruptor S1 con la razón de transformación de voltajes promedio α :

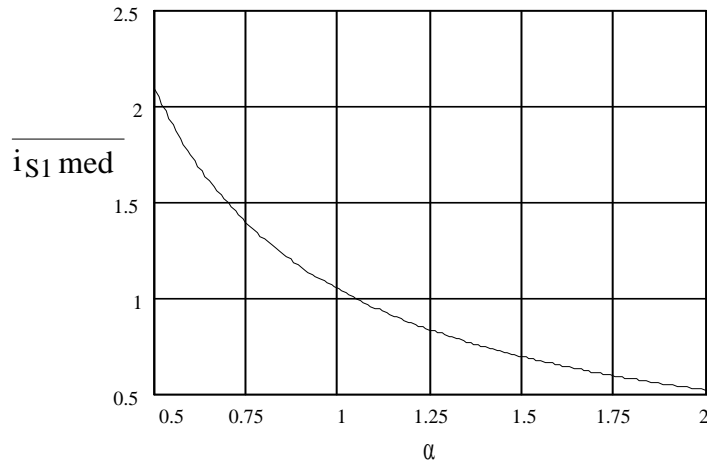


Fig. 3.11 Corriente media del interruptor S1 normalizada

- Por cada diodo del puente rectificador circulará una corriente media dada por la integral siguiente:

$$i_{Dr\ med} = \frac{1}{2\pi} \int_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{5\pi}{6}} i_{S1\ med} d(\omega t) \quad (3.55)$$

Resolviendo dicha integral resulta:

$$i_{Dr\ med} = \frac{\pi i_o}{9\alpha} \quad (3.56)$$

Procediendo a la normalización de la ecuación anterior queda definido:

$$\overline{i_{Dr\ med}} = \frac{i_{Dr\ med}}{i_o} \quad (3.57)$$

y sustituyendo (3.56) en la ecuación (3.57), resulta:

$$\overline{i_{Dr\ med}} = \frac{\pi}{9\alpha} \quad (3.58)$$

Con la ecuación (3.58) se genera la fig. 3.12 la cual nos relaciona a la corriente media normalizada en los diodos del puente rectificador con α :

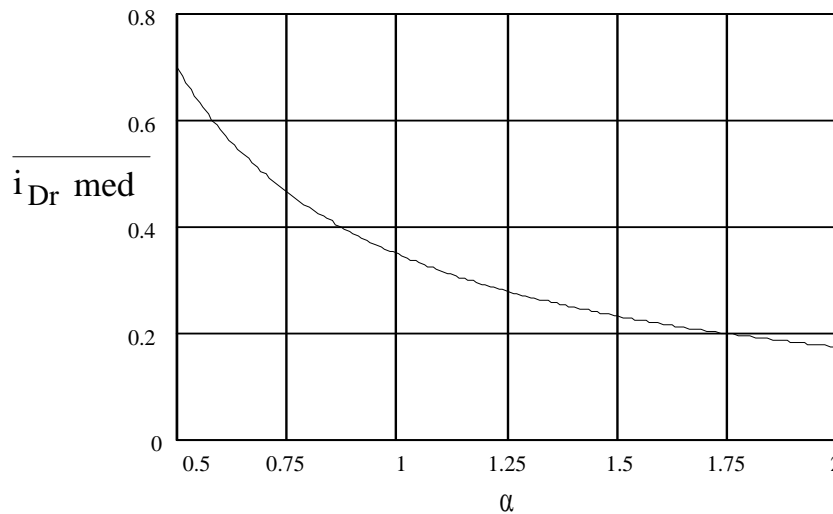


Fig. 3.12 Corriente media normalizada en los diodos del puente rectificador en función de α

- La corriente de pico en el interruptor S1 se halla sustituyendo la ecuación (3.37^a) en la ecuación (3.32) y haciendo $\text{sen}(\omega t) = 1$, resulta:

$$i_{s1p} = \frac{\pi i_o}{3(1-D)} + \frac{\sqrt{3} V_p D}{2 L f s} \quad (3.59)$$

- La corriente de pico en el diodo D1 es igual a la corriente de pico en el interruptor S1 indicada en la ecuación (3.59) anterior, quedando:

$$i_{S1p} = i_{D1p} = \frac{\pi i_o}{3(1-D)} + \frac{\sqrt{3} V_p D}{2 L f s} \quad (3.60)$$

- La corriente de pico en los diodos del puente rectificador es igual a la corriente de pico en el interruptor S1 indicada en la ecuación (3.59), como se muestra:

$$i_{Drp} = i_{S1p} = \frac{\pi i_o}{3(1-D)} + \frac{\sqrt{3} V_p D}{2 L f s} \quad (3.61)$$

3.5.6 Ondulación de tensión en los capacitores: de acoplamiento C1 y de salida Co

- La ondulación de tensión ocurre en el capacitor de acoplamiento C1 cuando este absorbe la energía de la inductancia magnetizante o cuando esta energía es transferida a la carga. Asimismo, se obtiene la ondulación a la frecuencia de conmutación. Esta ondulación puede ser hallada por la siguiente integración:

$$V_{C1m} = V_{C1M} - \frac{1}{C_1} \int_0^{t_f} i_{Lo,meds} dt \quad (3.62)$$

Usaremos la ecuación (3.38) y la (3.36) para efectuar la integral señalada en la ecuación (3.62) y lograr obtener la ondulación ΔV_{C1} de la tensión del capacitor C1.

Sustituyendo la ecuación (3.38) en (3.36) se obtiene:

$$i_{Lo,med,s} = \frac{\pi i_o}{3} \text{sen}(\omega t) \quad (3.63)$$

Sustituyendo (3.63) en (3.62) y efectuando la integral resulta:

$$\Delta V_{C1} = V_{C1M} - V_{C1m} = \frac{\pi i_o D}{3 C1 f_s} \quad (3.64)$$

Aquí tenemos que recordar que $\text{sen}(\omega t)$ es constante para un periodo de conmutación, su valor fue considerado igual a **1** a fin de obtener la máxima ondulación de tensión (a 90° eléctricos o $\frac{\pi}{2}$). Ignorándose el efecto de la resistencia serie equivalente (presente en todo condensador real) denominada **RSE₁** del capacitor C1 para fines del proyecto de la etapa de potencia del convertidor.

- Ondulación de tensión en el capacitor de salida.

Hay que considerar que existe una ondulación a la frecuencia de 360 Hz y otra a la frecuencia de conmutación. Además, la especificación del rizo de 360 Hz (ΔV_o) define a la capacitancia, en cuanto que la especificación de rizo en la frecuencia de conmutación (ΔV_{o_s}) define la Resistencia Serie Equivalente (**RSE_o**) del capacitor.

Admitiéndose que toda componente alterna de corriente que provenga del inductor L_0 circulará por el capacitor C_0 . Por lo que se puede determinar de forma aproximada, el rizo a 360 Hz en función de la capacitancia C_0 .

Conociendo que $i_{L_0 \text{ med } s} = \frac{\pi i_0}{3} \text{sen } (\omega t)$; entonces se calcula la corriente máxima para $\omega t = \frac{\pi}{2}$ y mínima para $\omega t = \frac{\pi}{3}$ en el inductor L_0 , por lo tanto, se realizan las siguientes operaciones:

$$i_{\max, L_0} \left(\omega t = \frac{\pi}{2} \right) = \frac{\pi i_0}{3}$$

$$i_{\min, L_0} \left(\omega t = \frac{\pi}{3} \right) = \frac{\pi i_0}{2\sqrt{3}}$$

$$\text{Definiéndose: } \Delta i_{C_0} = i_{\max, L_0} - i_{\min, L_0} = \frac{\pi i_0}{6} (2 - \sqrt{3})$$

Admitiendo que i_{C_0} sea senoidal, entonces

$$X_{C_0} = \frac{1}{12 \pi \text{ fr } C_0} \text{ y finalmente se obtiene:}$$

$$\Delta V_0 = \Delta i_{C_0} (X_{C_0}) = \frac{i_0 (2 - \sqrt{3})}{72 \text{ fr } C_0} \quad (3.65)$$

El rizo en la frecuencia de conmutación, en función de RSE_o , es obtenido por la ecuación $\Delta V_{o_s} = RSE_o \times \Delta i_{L_o}$ una vez que toda la ondulación de corriente pasa por el capacitor C_o . Si se sustituye el valor de Δi_{L_o} que está indicado en la ec. (3.44) resulta:

$$\Delta V_{o_s} = RSE_o \frac{\sqrt{3} V_p D}{L_o f_s} \quad (3.66)$$

3.5.7 Inductancia Equivalente L_{equiv} .

La inductancia equivalente L_{equiv} resulta de la asociación en paralelo de los inductores L_o y L_m , como ya fue definido en la

ec. (3.13) como:
$$\frac{1}{L_{equiv}} = \frac{1}{L_o} + \frac{1}{L_m}$$

El modo de operación del convertidor depende del valor de la inductancia equivalente L_{equiv} . Si la corriente mínima en el interruptor S_1 es mayor de cero, el convertidor está operando en modo de conducción continua.

Retomando la ecuación (3.37) y admitiendo que esta sea mayor o igual a cero, resulta:

$$i_{D_1} m_s = \sqrt{3} V_p D \sen(\omega t) \left[\frac{1}{R_o (1-D)^2} - \frac{1}{2 L f_s} \right] = 0$$

Simplificando, obtenemos:

$$\left[\frac{1}{R_o (1 - D)^2} = \frac{1}{2 L_{equiv} f_s} \right] \quad \text{Despejando } L_{equiv}$$

$$L_{equiv} \geq \frac{R_o (1 - D)^2}{2 f_s} \quad (3.67)$$

A través de esta ecuación, se observa que la inductancia L_{equiv} debe ser de un valor mayor al resultado que se obtenga, porque así es como se estaría en el modo de operación continuo.

Con eso se define R_{oMax} o R_{CCM} que es el máximo valor de R_o para lo cual se garantiza operación en modo de conducción continuo. Ahora bien, de la ecuación (3.30) obtenemos:

$$R_{o \ Max} = \frac{V_o}{(\%)(i_o)} \quad (3.68)$$

y sustituyéndola en la ec. (3.67) tenemos la inductancia equivalente:

$$L_{equiv} \geq \frac{V_o (1 - D)^2}{2 (\% i_o) f_s} \quad (3.69)$$

En la tabla 3.1, se muestra un vaciado de parámetros analizados, indicando su número de ecuación, símbolo, dependencia con otros parámetros y lo que significa para el estudio del convertidor zeta.

Tabla 3.1 Relación de parámetros analizados del convertidorZeta

Número de Ecuación	Nombre del parámetro	Símbolo	Dependencia	Significado en el Convertidor Zeta
3.25	Tensión rectificadora	$V_{in, med}$	V_P $sen(\omega t)$	Tensión de entrada
3.27a	Ganancia estática	G	$\frac{1}{\alpha}$	Eficiencia
3.28	Intervalo de tiempo del interruptor S1 abierto	t_a	α, t_f	Segundo estado de operación
3.30	Corriente instantánea de salida	i_{0s}	D, R_o , V_P $sen(\omega t)$	Para hallar las corrientes mínimas en S1, D1, Lo, Lm
3.40	Ciclo de trabajo o razón cíclica	D	α	Para hallar $L_{equiv.}, L_o, C1,$ $i_{Lm m}, i_{Lo m},$ $i_{Lm p}, i_{Lm med},$ $i_{Lo p}, i_{s1 p},$ $i_{Dr p}, \Delta V_{C1}$ $\Delta i_{Lm}, \Delta V_{Co}$ Δi_{Lo}

3.64	Ondulación de la tensión del capacitor C1	ΔV_{C1}	$D, f_s, C1, i_o$	Para obtener el capacitor de acoplamiento C1
3.65	Ondulación de la tensión del capacitor Co	ΔV_{Co}	i_o, f_r	Para obtener el capacitor de salida Co
3.68	Máximo Valor de Ro	R_{oMax}	V_o, i_o	Garantiza operación en modo continuo
3.69	Inductancia equivalente	L_{equiv}	D, f_s, V_o, i_o	Para obtener el valor de Lm
3.44	Ondulación de corriente en la inductancia de salida Lo	Δi_{Lo}	L_o, V_p, f_s, D	Para obtener el valor de Lo
3.60	Corriente pico de S1	i_{s1p}	$V_p, D, f_s, L_{equiv}, i_o,$	Corriente en el primario del transformador

- **Para la selección apropiada del transformador,** deben ser tomados en cuenta los siguientes parámetros: la tensión de pico de línea V_{inp} ; la corriente eficaz del interruptor que circulará por el arrollamiento primario en condiciones

nominales i_{s1ef} ; la razón cíclica D ; la frecuencia de conmutación f_s ; la corriente de pico en la inductancia magnética i_{imp} .

- Cuando el interruptor S_1 es cerrado, el transformador transfiere energía al secundario, como en un convertidor Forward, éste también almacena energía en su inductancia magnetizante. Esa energía será transferida al secundario cuando el interruptor S_1 sea abierto, como en el convertidor Flyback. Por tanto, el entrehierro debe poseer la capacidad de almacenar toda la energía magnética, cuando la corriente magnetizante alcanza su valor pico, limitando la densidad de flujo y evitando la saturación del núcleo.
- Para el capacitor de salida C_o , se debe considerar la tensión de pico, la corriente eficaz y calcular el valor máximo de la resistencia en serie equivalente en base a la ecuación (3.66).

- Para el capacitor de acoplamiento C1, se debe considerar la tensión de pico y la corriente eficaz. Este capacitor posee baja inductancia serie y capacidad para soportar altas corrientes y frecuencias. No debe ser del tipo electrolítico, pues sería una capacitancia muy alta, lo que perjudicaría el dinamismo de la estructura.