

CAPITULO 2

¿QUÉ ES LA MODULACIÓN DE COHERENCIA LUMINOSA?

INTRODUCCIÓN.

La modulación de coherencia se basa en la introducción de retardos ópticos entre los paquetes de ondas emitidas por una fuente óptica de baja coherencia, permitiendo la transmisión de señales codificadas en forma de un retardo óptico. La detección de dicho retardo se hace midiendo la autocorrelación de la señal óptica.

La generación de retardos ópticos se realiza a través de una fuente óptica de baja coherencia y con dispositivos capaces de introducir grandes retardos (> 1 mm.), de tipo interferométrico de dos ondas, por ejemplo, el interferómetro de Michelson y el interferómetro de polarización.

En este capítulo se describe con detenimiento el principio de operación de la modulación de coherencia, así como la función de la coherencia óptica (base para el estudio de retardos ópticos). También se describe el principio de modulación de coherencia mediante retardos ópticos, que permite concebir sistemas de transmisión.

2.1. AUTOCORRELACIÓN LUMINOSA.

La modulación de coherencia [1] es una técnica que se basa en la introducción de retardos ópticos entre los paquetes de ondas de una fuente óptica de baja coherencia. Las propiedades de coherencia de la luz se pueden analizar en base a la estadística del proceso de emisión luminosa, tanto en el dominio temporal como en el frecuencial. En el dominio temporal, la autocorrelación óptica permite determinar sus propiedades de coherencia.

Para definir la autocorrelación luminosa, se considera que una fuente luminosa óptica emite paquetes de ondas aleatorios en fase y amplitud. La figura 21 ilustra un paquete de una onda, presentando una longitud de coherencia l_c .

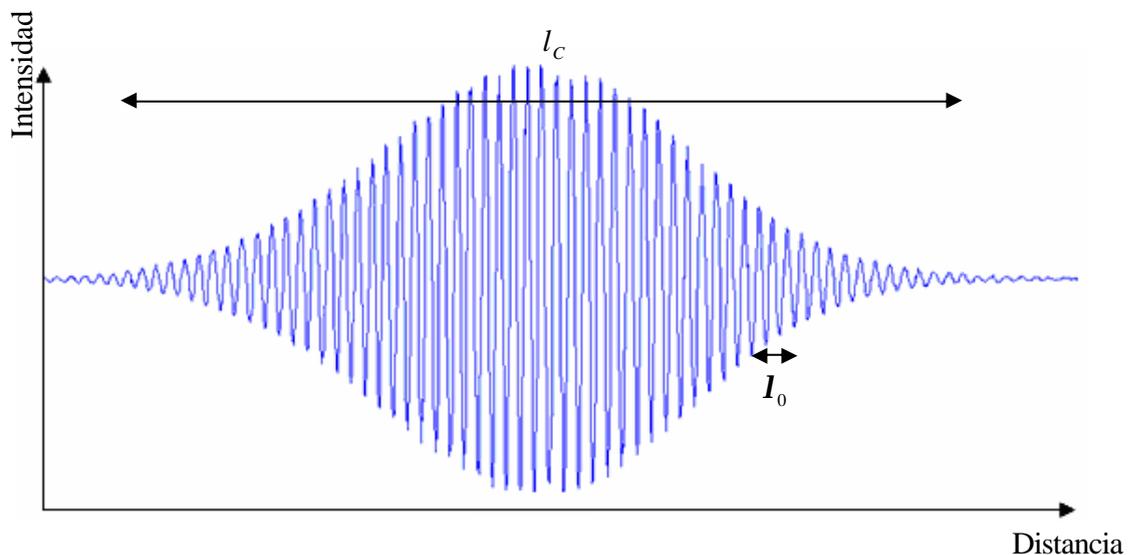


Figura 2.1. Tiempo de coherencia l_c de una fuente óptica a una longitud de onda I_0 .

La función de autocorrelación de una función óptica $u(r,t)$ es el promedio del producto de $u^*(t)$ y $u(t - \tau)$, en función de un retardo τ , es decir,

$$G(\mathbf{t}) = \langle u^*(t)u(t-\mathbf{t}) \rangle. \quad (2.1)$$

La medida de la coherencia está dada por la función de autocorrelación normalizada [1],

$$g(\mathbf{t}) = \frac{G(\mathbf{t})}{G(0)} = \frac{\langle u^*(t)u(t-\mathbf{t}) \rangle \langle u^*(t)u(t-\mathbf{t}) \rangle}{\langle u^*(t)u(t) \rangle I_0}, \quad (2.2)$$

donde I_0 es la intensidad promedio de $u(t)$.

La magnitud $|g(\mathbf{t})|$ es una cantidad que representa el grado de correlación entre $u(t)$ y $u(t-\mathbf{t})$. Cuando la luz es monocromática, es decir; $u(t) = A \exp(j2\pi V_0 t)$ y $g(\mathbf{t}) = \exp(j\mathbf{w}_0 \mathbf{t})$, $|g(\mathbf{t})| = 1$. Esto indica que $u(t)$ y $u(t-\mathbf{t})$ están siempre correlacionadas.

En general, para cualquier función, el tiempo de coherencia t_c es el ancho de la función $|g(\mathbf{t})|$, donde $(0 \leq |g(\mathbf{t})| \leq 1)$ y se define como,

$$t_c = \int_{-\infty}^{\infty} |g(\mathbf{t})|^2 dt, \quad (2.3)$$

la distancia [3]:

$$l_c = Ct_c, \quad (2.4)$$

es conocida como la longitud de coherencia, donde $C=3 \times 10^8$ m/s es la velocidad de la luz.

2.2. DENSIDAD ESPECTRAL DE POTENCIA Y FUNCIÓN DE AUTOCORRELACIÓN.

La función de auto correlación $G(t)$ de la señal óptica definida por (2.1) y la densidad espectral $S(\nu)$, se pueden relacionar mediante la transformada de Fourier [1],

$$S(\nu) = \int_{-\infty}^{\infty} G(t) \exp(-j2\pi\nu t) dt. \quad (2.5)$$

Esta relación es conocida como el teorema de Wiener-Khintchine, que relaciona las propiedades temporales con las propiedades espectrales de la fuente óptica.

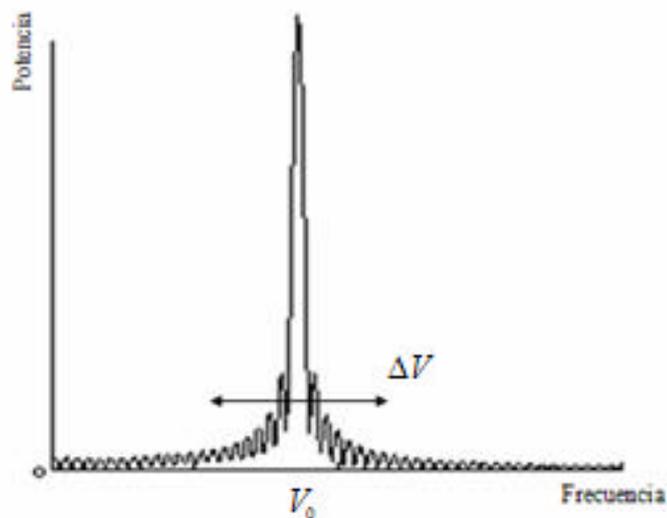


Figura 2.2. Espectro de una señal senoidal [3].

En correspondencia con el perfil temporal $G(t)$ de ancho t_c , el espectro de la señal está centrada alrededor de una frecuencia óptica central V_0 , con un ancho espectral

$$\Delta V = \frac{1}{t_c}$$

correspondiente a la densidad espectral $S(\nu)$, como se puede observar en la

Figura 2.2, donde se presenta el espectro de una señal senoidal.

2.3. SISTEMA BÁSICO PARA LA GENERACIÓN Y DETECCIÓN DE RETARDOS ÓPTICOS.

El principio de generación-detección de retardos ópticos, el cual se puede utilizar como portador de información, se muestra esquemáticamente en la Figura 2.3, el retardo debe ser mayor que el tiempo de coherencia de la fuente ($t > t_c$). De acuerdo con la Figura 2.3, una señal óptica $u(t)$ de baja coherencia se inyecta al bloque modulador, el cual introduce un retardo óptico [3].

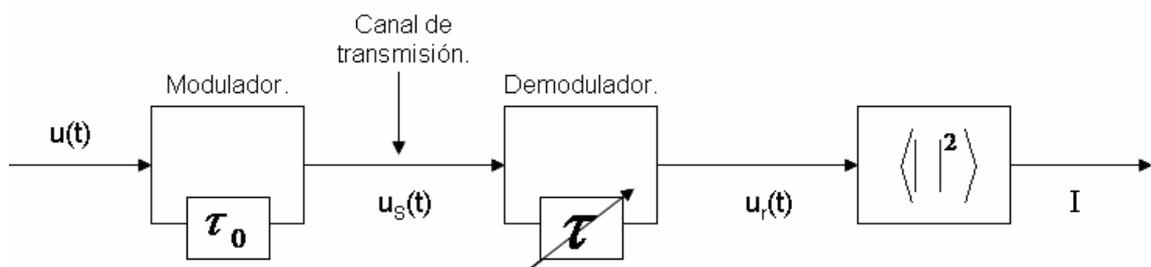


Figura 2.3. Sistema básico para modulación y demodulación de coherencia.

A la salida del bloque modulador, se tiene:

$$u_s(t) = \frac{1}{2}u(t) + \frac{1}{2}u(t - \mathbf{t}_0). \quad (2.6)$$

La señal $u_s(t)$ se transmite al bloque demodulador, el cual consiste de un segundo retardador variable en \mathbf{t} . Por lo tanto, a la salida del demodulador se obtiene [1]:

$$u_r(t) = \frac{1}{2}u_s(t) + \frac{1}{2}u_s(t - \mathbf{t}), \quad (2.7)$$

sustituyendo,

$$u_r(t) = \frac{1}{4}u(t) + \frac{1}{4}u(t - \mathbf{t}_0) + \frac{1}{4}u(t - \mathbf{t}) + \frac{1}{4}u(t - \mathbf{t} - \mathbf{t}_0). \quad (2.8)$$

Si esta señal es detectada en intensidad, se expresa por:

$$I = \left\langle \left| \frac{1}{4}u(t) + \frac{1}{4}u(t - \mathbf{t}_0) + \frac{1}{4}u(t - \mathbf{t}) + \frac{1}{4}u(t - \mathbf{t}_0 - \mathbf{t}) \right|^2 \right\rangle, \quad (2.9)$$

desarrollando y agrupando términos que genera la ecuación (2.9), se tiene:

$$I = I_0 \left(\begin{array}{c} \frac{1}{4} + \frac{1}{8}G(\mathbf{t}_0) + \frac{1}{8}G^*(\mathbf{t}_0) + \frac{1}{8}G(\mathbf{t}) + \frac{1}{8}G^*(\mathbf{t}) + \\ \frac{1}{16}G(\mathbf{t} + \mathbf{t}_0) + \frac{1}{16}G^*(\mathbf{t} + \mathbf{t}_0) + \frac{1}{16}G(\mathbf{t} - \mathbf{t}_0) + \frac{1}{16}G^*(\mathbf{t} - \mathbf{t}_0) \end{array} \right). \quad (2.10)$$

Finalmente se obtiene:

$$I = I_0 \left(\begin{array}{l} \frac{1}{4} + \frac{1}{4} |G(t_0)| \cos[2pv t_0] + \frac{1}{4} |G(t)| \cos[2pv t] + \\ \frac{1}{8} |G(t + t_0)| \cos[2pv(t + t_0)] + \frac{1}{8} |G(t - t_0)| \cos[2pv(t - t_0)] \end{array} \right). \quad (2.11)$$

Gráficamente la ecuación (2.11) se observa en la Figura 2.4.

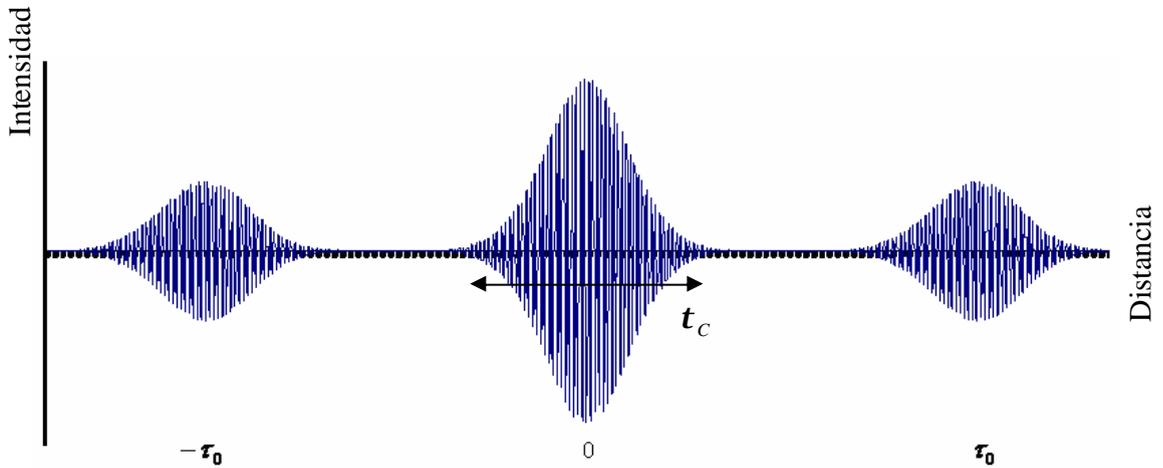


Figura 2.4. Autocorrelación medida con el sistema básico generación-detección de retardos ópticos, utilizando una fuente de baja coherencia.

Como se puede observar en la Figura 2.4, se muestran las franjas de interferencia en $t = 0$ y $t = \pm t_0$, generadas por la autocorrelación de la fuente y por los retardos inducidos por el bloque modulador. Además, cabe mencionar que se demuestra que existe una baja coherencia entre los paquetes de franjas, lo que ayuda a distinguir el retardo óptico generado, gracias a que se inyecta una señal de baja coherencia a la entrada del bloque modulador. Si una señal de información se aplica al modulador, entonces la información transmitida se puede recuperar en $t = \pm t_0$ [3].

La autocorrelación continua tomada de una fuente que no cumple con la condición de baja coherencia (p. ej. láser), como se describe en la Figura 2.5, provoca que no se puedan identificar los paquetes de franjas centrales de los paquetes de franjas laterales que representan el retardo óptico inducido. Para este tipo de luz incoherente la función de onda compleja $U(r,t)$ varía en tiempo como en posición, por lo tanto, la intensidad $|U(r,t)|^2$ es también aleatoria y definida como [3]:

$$I(r,t) = \langle |U(r,t)|^2 \rangle \quad (2.12)$$

donde el símbolo $\langle \rangle$ denota el promedio de la función aleatoria, t es el tiempo y r es la posición.

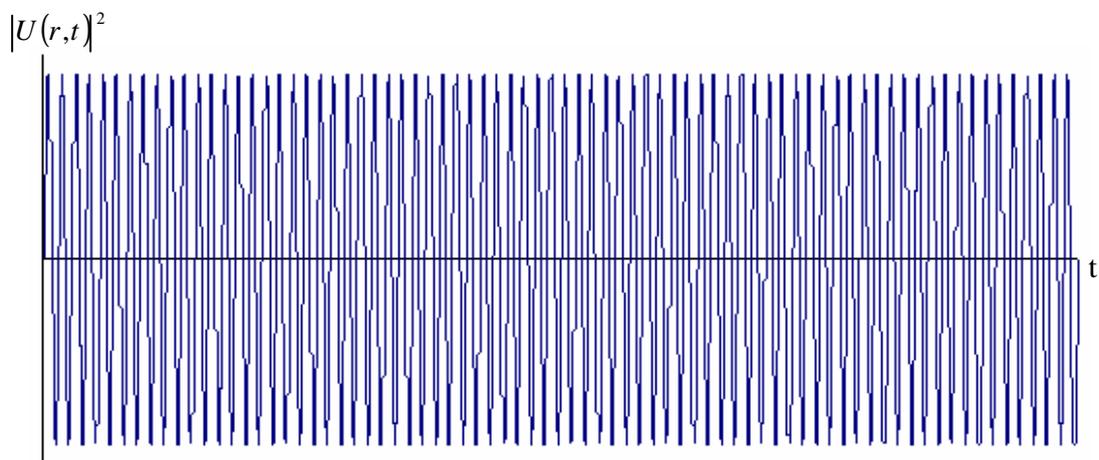


Figura 2.5. Autocorrelación medida con el sistema básico generación-detección de retardos ópticos, utilizando una fuente de alta coherencia.

Todo esto debido a que el ancho espectral para este tipo de fuentes es muy pequeño y, por lo tanto, el tiempo de coherencia obtenido es muy amplio, lo cual confirma la relación $\Delta V = \frac{1}{t_c}$ descrita anteriormente. De tal manera que no se cumple con la especificación $t > t_c$, así que este tipo de fuentes no se pueden utilizar como portadores de información.

2.4. MODULACIÓN Y DEMODULACIÓN DEL RETARDO ÓPTICO.

Una señal moduladora permite la variación del retardo óptico. Esta señal será detectada como una variación proporcional a la intensidad de la señal luminosa recibida. Si t_0 es modulado por una información $v(t)$, entonces se genera un retardo modulado como:

$$t_m = t_0 + \Delta t(t), \quad (2.13)$$

donde,

$$\Delta t(t) = K v(t),$$

y K (seg/volt) es una constante de proporcionalidad.

Por lo tanto, la señal óptica modulada es [1]:

$$u_s(t) = \frac{1}{2}u(t) + \frac{1}{2}u(t - t_m). \quad (2.14)$$

La transformada de Fourier de esta expresión, se puede asociar a la amplitud $u_s(t)$ de la señal óptica con la densidad espectral de energía transmitida por el interferómetro:

$$u_s(t) \Leftrightarrow u_s(\mathbf{s}). \quad (2.15)$$

La densidad espectral de energía está dada por [1]:

$$u_s(\mathbf{s}) = \frac{1}{2} \{u^*(\mathbf{s}) + u(\mathbf{s}) \exp(j2\mathbf{p}\mathbf{s}ct)\} \times \frac{1}{2} \{u(\mathbf{s}) + u^*(\mathbf{s}) \exp(-j2\mathbf{p}\mathbf{s}ct)\}, \quad (2.16)$$

$$u_s(\mathbf{s}) = \frac{1}{2} I(\mathbf{s}) [1 + \cos(2\mathbf{p}\mathbf{s}ct)],$$

donde $I(\mathbf{s}) = u^*(\mathbf{s})u(\mathbf{s})$ representa la densidad espectral de energía de la fuente óptica y $C=3 \times 10^8$ m/s es la velocidad de la luz.

De la expresión (2.16), se observa que la densidad espectral de energía en la salida del interferómetro, representa el espectro de emisión de la fuente con un perfil acanalado, Figura 2.6.

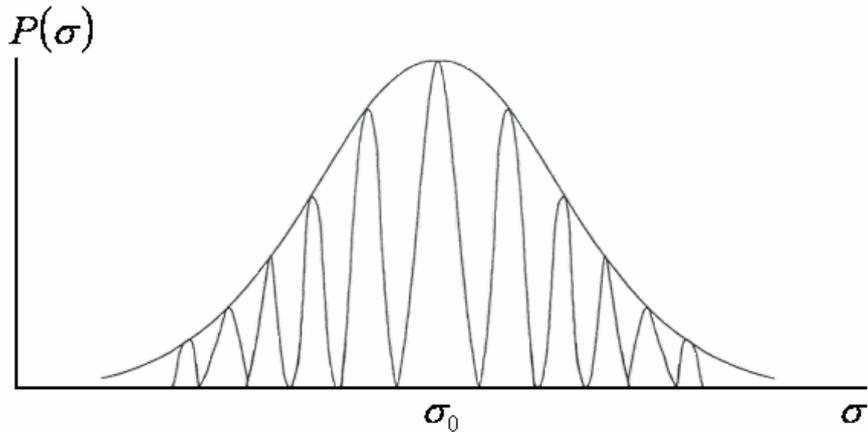


Figura 2.6. Espectro acanalado producido por el retardo óptico [1].

Se debe mencionar que la respuesta espectral de un retardo óptico t generado al usar una fuente de baja coherencia (Figura 2.6), permite identificar claramente las regiones de mayor y menor intensidad, sin variaciones bruscas y con una distancia proporcional entre los paquetes de ondas, lo que accede a que este tipo de retardos se utilicen como portadores de información.

La intensidad detectada a la salida del demodulador, el cual introduce un retardo variable t , está dada por:

$$I = I_0 \left(\begin{array}{l} \frac{1}{4} + \frac{1}{4} |G(t_m)| \cos[2pv t_m] + \frac{1}{4} |G(t)| \cos[2pvt] + \\ \frac{1}{8} |G(t + t_m)| \cos[2pv(t + t_m)] + \frac{1}{8} |G(t - t_m)| \cos[2pv(t - t_m)] \end{array} \right). \quad (2.17)$$

Para detectar el mensaje transmitido, el demodulador se tiene que fijar en t_0 . En esta posición, la intensidad detectada está dada por los términos:

$$I = I_0 \left(\frac{1}{4} + \frac{1}{8} |G(t_0 - t_0 - \Delta t(t))| \cos[2p\nu(t_0 - t_0 - \Delta t(t))] \right), \quad (2.18)$$

$$I = I_0 \left(\frac{1}{4} + \frac{1}{8} \cos[2p\nu\Delta t(t)] \right). \quad (2.19)$$

La ecuación (2.19) muestra el término dinámico de modulación $\Delta t(t)$, alrededor de las variaciones de intensidad (I) en t_0 . Dicha intensidad se puede observar gráficamente en la Figura 2.7.

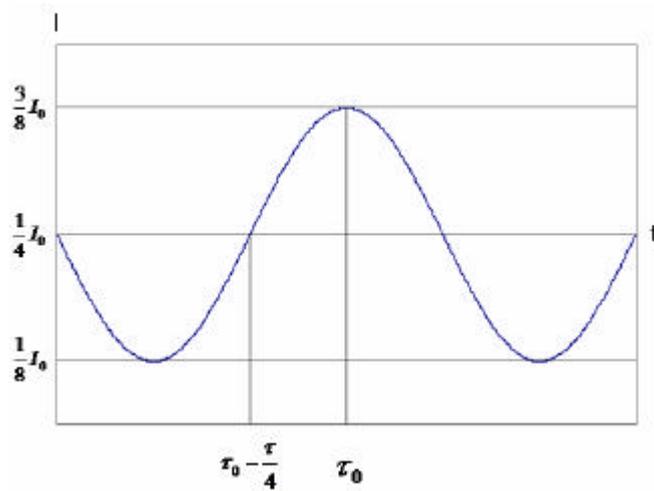


Figura 2.7. Ajuste del modulador de coherencia para la detección de una señal de modulación.

Una detección lineal se tiene cuando el demodulador se ajusta alrededor de:

$$t = t_0 - \frac{t}{4}, \quad (2.20)$$

y en la Figura 2.8 se puede apreciar este Rango de Detección lineal en la onda óptica de una mejor forma, demostrando que sólo en este intervalo es posible lograr una demodulación lineal [4].

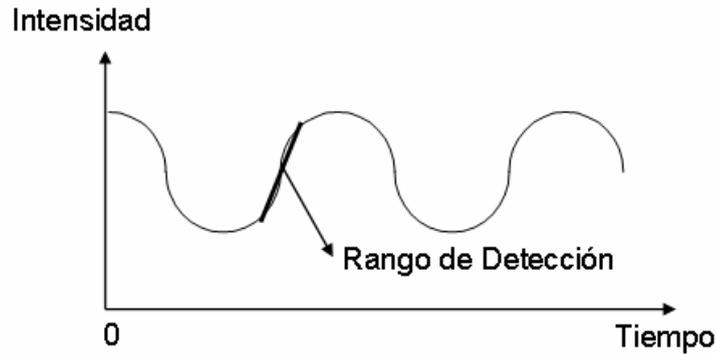


Figura 2.8. Rango de detección lineal.

La condición mostrada en las Figuras 2.7 y 2.8, permite detectar una variación lineal de la intensidad producida por la medición de la correlación en la recepción. Esto se puede traducir como:

$$I \approx \frac{I_0}{4} + \frac{I_0}{8} \cos\left(2p\nu\Delta t(t) - \frac{t}{4}\right) = \frac{I_0}{4} \left[1 + \frac{1}{2} \text{sen}(2p\nu\Delta t(t))\right]. \quad (2.21)$$

Si el argumento es pequeño, se tiene:

$$I \approx \frac{I_0}{4} \left[1 + \frac{1}{2} K\nu(t)\right]. \quad (2.22)$$

La ecuación (2.22) indica que una señal de información $v(t)$, puede ser recuperada como una variación lineal de la intensidad óptica a la salida del demodulador [3].

2.5. GENERACIÓN DE RETARDOS ÓPTICOS.

Por medio de la interferometría de dos ondas se pueden introducir y detectar retardos ópticos. Existen diferentes tipos de interferómetros de dos ondas, pero para efectos de este trabajo, la generación-detección de retardos ópticos de manera práctica puede realizarse por interferometría de Michelson o de polarización.

2.5.1. INTERFERÓMETRO DE MICHELSON.

En la Figura 2.9 se puede observar un arreglo de interferómetros Michelson para la generación y detección de retardos ópticos. En esta figura se observa que la luz emitida por una fuente óptica en forma de paquetes de ondas, se transmite a través de un primer interferómetro de Michelson. Si uno de los espejos es desplazado de su posición original, variando la diferencia de camino óptico, se produce un retardo óptico (t) en el paquete de onda de entrada.

Si los espejos (Móvil y Fijo) estuviesen situados a la misma distancia del divisor de haz, entonces, despreciando las diferencias debidas al espesor del espejo, los haces se recombinarían en fase, y no se obtendría ningún patrón de interferencia (franjas de interferencia) [1].

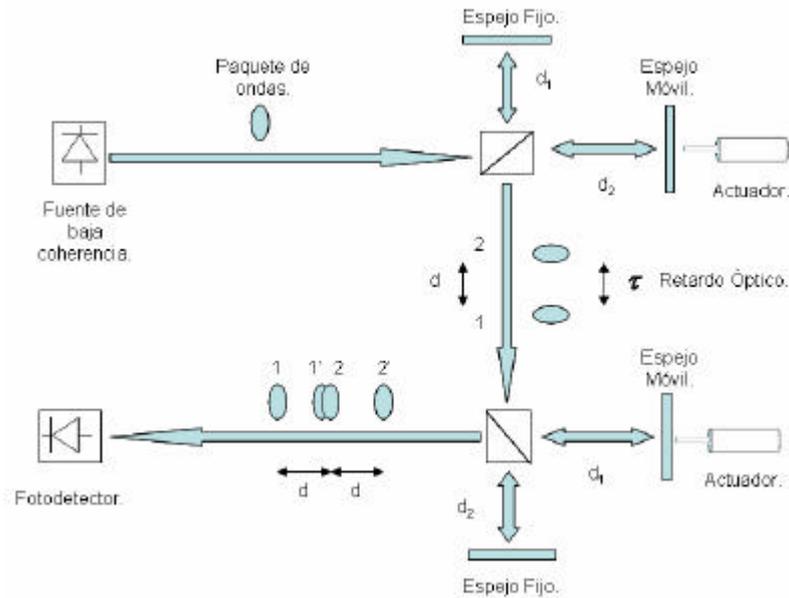


Figura 2.9. Dos interferómetros de Michelson, generando y detectando un retardo óptico [1].

El segundo interferómetro de la Figura 2.9 recibe los paquetes de ondas 1 y 2 retardados por el primer interferómetro. Estos paquetes al pasar por el segundo interferómetro generan un segundo retardo entre ellos en función de la diferencia de camino óptico entre sus brazos respectivos. Cuando la diferencia de camino óptico en el segundo interferómetro coincide con el valor impreso por el primero, dos de los cuatro paquetes (1' y 2) se superponen entre sí, produciendo franjas de interferencia.

Las franjas o bandas de interferencia mostradas en la Figura 2.10, dependerán tanto de la distancia entre los espejos (camino óptico) como de la longitud de onda de la fuente utilizada, por ejemplo, diodos de superluminiscencia, láseres, etc. Por esta razón, los interferómetros de Michelson se utilizan tanto para determinar distancias como para determinar longitudes de onda.

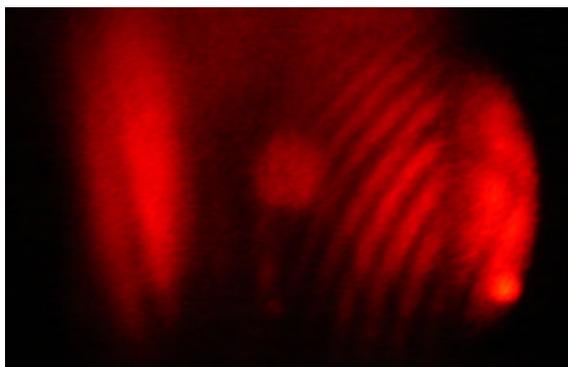


Figura 2.10. Anillos de interferencia óptica.

2.5.2. INTERFERÓMETRO DE POLARIZACIÓN.

El arreglo interferométrico de polarización, como se observa en la Figura 2.11, consta de un cristal birrefringente (por ejemplo, niobato de Litio) situado entre dos polarizadores. El principio de operación consiste en inyectar luz de baja coherencia polarizada linealmente a 45° con respecto a los ejes X y Z del cristal asociados a su birrefringencia [1]. Cuando la onda óptica incide en el cristal, se proyectan las componentes del campo luminoso sobre los ejes X y Z, permitiendo que se propaguen simultáneamente. Se puede suponer, de manera práctica, que la proyección en X, asociada al índice ordinario (n_o) es u_x y para la proyección en Z, asociada al índice extraordinario (n_e), es u_z . Debido a la birrefringencia, la velocidad de propagación de cada proyección a lo largo del cristal es diferente, generándose así un retardo t_o , en función de la longitud del cristal (L). Por lo tanto, a la salida las proyecciones propagadas son recombinadas a una sola dirección por un segundo polarizador externo, orientado a 45° con respecto a X y Z, el cual produce u'_x y u'_z .

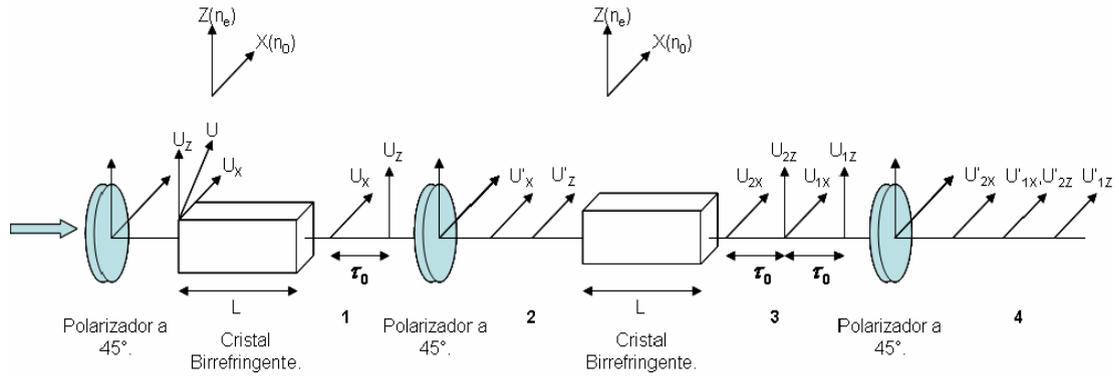


Figura 2.11. Interferómetro de polarización usando dos cristales birrefringentes para generar y detectar un retardo óptico [1].

Para detectar el retardo óptico t_0 , se utiliza un segundo cristal birrefringente, el cual introduce un retardo idéntico t_0 . En la Figura 2.11 se muestra que a la salida del polarizador en el punto 2, las proyecciones orientadas a 45° ($u'_x=u_2$ y $u'_z=u_1$), inciden al segundo cristal de manera que cada una se proyectan sobre los ejes X y Z nuevamente. A la salida del segundo cristal en el punto 3, se obtienen cuatro componentes retardadas (u'_{1x} , u'_{1z} , u'_{2x} y u'_{2z}), las cuales pasan por un tercer polarizador reorientándolas a 45° para su posterior interferencia en el punto 4 de la Figura 2.11. Por lo tanto, dos componentes interfieren, detectándose una variación de intensidad en la luz transmitida. A la entrada del primer cristal, el campo luminoso polarizado linealmente se expresa por [1]:

$$u(x, y, z, t) = u(x, z) \exp(-j(\mathbf{b}y + \omega t)), \quad (2.23)$$

donde \mathbf{b} es una constante de propagación.

Las proyecciones sobre los ejes x, z del campo luminoso se pueden expresar por:

$$\begin{aligned} u_x(x,t) &= \frac{1}{\sqrt{2}}u(x,y,z,t), \\ u_z(z,t) &= \frac{1}{\sqrt{2}}u(x,y,z,t). \end{aligned} \quad (2.24)$$

A la salida del cristal, las proyecciones x, z están dadas por:

$$\begin{aligned} u_x(x,t) &= \frac{1}{\sqrt{2}}u(x,z)\exp(-j(\mathbf{b}_0y + \mathbf{w}t)), \\ u_z(z,t) &= \frac{1}{\sqrt{2}}u(x,z)\exp(-j(\mathbf{b}_ey + \mathbf{w}t)), \end{aligned} \quad (2.25)$$

donde,

$\mathbf{b}_0 = kn_o$ y $\mathbf{b}_e = kn_e$, son las constantes de propagación ordinaria y extraordinaria, n_o y n_e son los índices de refracción ordinario y extraordinario.

A la salida del cristal birrefringente la constante de propagación está dada por [1]:

$$\Delta\mathbf{b} = \mathbf{b}_0 - \mathbf{b}_e = k(n_o - n_e) = k\Delta n. \quad (2.26)$$

Esta expresión muestra una diferencia de propagación entre las proyecciones (x,z) generadas en el cristal. Por lo tanto, a la salida del cristal las proyecciones (x,z) exhiben un

retardo óptico t_0 proporcional a la longitud (L) del mismo, como se muestra en la ecuación (2.27),

$$t_0 = \frac{(n_0 - n_e)L}{c}. \quad (2.27)$$

Si la ecuación (2.27) se expresa como una diferencia de camino óptico d_m , se obtiene:

$$d_m = ct_0 = (n_0 - n_e)L. \quad (2.28)$$

De acuerdo con la anterior Figura 2.11, en el punto 2, las proyecciones del campo luminoso pasan a través del segundo polarizador, las cuales se expresan por [1]:

$$\begin{aligned} u'_x(x,t) &= u_x(x,t) \cos 315 = \frac{1}{\sqrt{2}} \frac{1}{\sqrt{2}} u(x, y, z, t) = \frac{1}{2} u(x, y, z, t - t_0), \\ u'_z(z,t) &= u_z(z,t) \cos 45 = \frac{1}{\sqrt{2}} \frac{1}{\sqrt{2}} u(x, y, z, t) = \frac{1}{2} u(x, y, z, t). \end{aligned} \quad (2.29)$$

Las proyecciones x , z del campo luminoso retardados entre sí y orientados a 45° , inciden al segundo cristal, el cual permitirá recuperar el retardo óptico. Si se define $u'_x = u_2$ y $u'_z = u_1$, entonces u_1 y u_2 se pueden expresar por sus proyecciones sobre el cristal, es decir,

$$\begin{aligned}
u_1(x, y, z, t) &= u_{1x}(x, t) + u_{1z}(z, t), \\
u_{1x}(x, t) &= \frac{1}{\sqrt{2}} \frac{1}{2} u(x, y, z, t), \\
u_{1z}(z, t) &= \frac{1}{\sqrt{2}} \frac{1}{2} u(x, y, z, t)
\end{aligned} \tag{2.30}$$

y

$$\begin{aligned}
u_2(x, y, z, t - \mathbf{t}_0) &= u_{2x}(x, t - \mathbf{t}_0) + u_{2z}(z, t - \mathbf{t}_0), \\
u_{2x}(x, t - \mathbf{t}_0) &= \frac{1}{\sqrt{2}} \frac{1}{2} u(x, y, z, t - \mathbf{t}_0), \\
u_{2z}(z, t - \mathbf{t}_0) &= \frac{1}{\sqrt{2}} \frac{1}{2} u(x, y, z, t - \mathbf{t}_0).
\end{aligned} \tag{2.31}$$

Las proyecciones u_{1x} , u_{1z} , u_{2x} y u_{2z} sobre el segundo cristal, se propagan de la siguiente manera, u_{1x} y u_{2x} sobre el índice ordinario, las cuales se retardaran en \mathbf{t}_0 , u_{1z} y u_{2z} sobre el índice extraordinario. A la salida del cristal (en el punto 3 de la Figura 2.11) se pueden expresar estas proyecciones por [1]:

$$\begin{aligned}
u_{1x}(x, t - \mathbf{t}_0) &= \frac{1}{\sqrt{2}} \frac{1}{2} u(x, y, z, t - \mathbf{t}_0), \\
u_{1z}(z, t) &= \frac{1}{\sqrt{2}} \frac{1}{2} u(x, y, z, t),
\end{aligned} \tag{2.32}$$

y

$$\begin{aligned}
u_{2x}(x, t - \mathbf{t}_0 - \mathbf{t}_0) &= \frac{1}{\sqrt{2}} \frac{1}{2} u(x, y, z, t - \mathbf{t}_0 - \mathbf{t}_0), \\
u_{2z}(z, t - \mathbf{t}_0) &= \frac{1}{\sqrt{2}} \frac{1}{2} u(x, y, z, t - \mathbf{t}_0).
\end{aligned} \tag{2.33}$$

Las proyecciones descritas en las ecuaciones (2.32) y (2.33) pasan a través del tercer y último (Figura 2.11) polarizador para reorientarse y encontrarse en condiciones de interferencia, como se muestra en el punto 4, las cuales pueden ser expresadas como:

$$\begin{aligned} u'_{1x}(x, t - \mathbf{t}_0) &= \frac{1}{\sqrt{2}} \frac{1}{\sqrt{2}} \frac{1}{2} u(x, y, z, t - \mathbf{t}_0) = \frac{1}{4} u(x, y, z, t - \mathbf{t}_0), \\ u'_{1z}(z, t) &= \frac{1}{\sqrt{2}} \frac{1}{\sqrt{2}} \frac{1}{2} u(x, y, z, t) = \frac{1}{4} u(x, y, z, t), \end{aligned} \quad (2.34)$$

y

$$\begin{aligned} u'_{2x}(x, t - \mathbf{t}_0 - \mathbf{t}_0) &= \frac{1}{\sqrt{2}} \frac{1}{\sqrt{2}} \frac{1}{2} u(x, y, z, t - \mathbf{t}_0 - \mathbf{t}_0) = \frac{1}{4} u(x, y, z, t - \mathbf{t}_0 - \mathbf{t}_0), \\ u'_{2z}(z, t - \mathbf{t}_0) &= \frac{1}{\sqrt{2}} \frac{1}{\sqrt{2}} \frac{1}{2} u(x, y, z, t - \mathbf{t}_0) = \frac{1}{4} u(x, y, z, t - \mathbf{t}_0). \end{aligned} \quad (2.35)$$

Estas últimas proyecciones (2.34 y 2.35) muestran términos que permitirán recuperar el retardo \mathbf{t}_0 , por medio de la intensidad transmitida. Si se considera la ecuación (2.35) solamente de forma temporal, entonces:

$$u_s(t) = \frac{1}{2} u'_z(t) + \frac{1}{2} u'_x(t - \mathbf{t}_0). \quad (2.36)$$

Se transmite al bloque demodulador la señal $u_s(t)$, el cual introduce un retardo \mathbf{t}_0 , por lo tanto se tiene ahora:

$$\begin{aligned}
u_r(t) &= \frac{1}{2}u_s(t) + \frac{1}{2}u_s(t-\mathbf{t}_0), \\
u_r(t) &= \frac{1}{4}u'_{1z}(t) + \frac{1}{4}u'_{1x}(t-\mathbf{t}_0) + \frac{1}{4}u'_{2z}(t-\mathbf{t}_0) + \frac{1}{4}u'_{2x}(t-\mathbf{t}_0-\mathbf{t}_0).
\end{aligned} \tag{2.37}$$

La intensidad detectada a la salida del demodulador está dada por [1]:

$$I = I_0 \left\{ \begin{aligned} &\frac{1}{2} + \frac{1}{8}G(\mathbf{t}_0) + \frac{1}{8}G^*(\mathbf{t}_0) + \frac{1}{8}G(\mathbf{t}_0) + \frac{1}{8}G^*(\mathbf{t}_0) + \\ &\frac{1}{16}G(\mathbf{t}_0 + \mathbf{t}_0) + \frac{1}{16}G^*(\mathbf{t}_0 + \mathbf{t}_0) + \frac{1}{16}G(\mathbf{t}_0 - \mathbf{t}_0) + \frac{1}{16}G^*(\mathbf{t}_0 - \mathbf{t}_0) \end{aligned} \right\} \tag{2.38}$$

reduciendo términos,

$$I = I_0 \left\{ \begin{aligned} &\frac{1}{4} + \frac{1}{4}|G(\mathbf{t}_0)|\cos[2\mathbf{p}\nu\mathbf{t}_0] + \frac{1}{4}|G(\mathbf{t}_0)|\cos[2\mathbf{p}\nu\mathbf{t}_0] + \\ &\frac{1}{8}|G(2\mathbf{t}_0)|\cos[2\mathbf{p}\nu(2\mathbf{t}_0)] + \frac{1}{8}|G(0)|\cos[2\mathbf{p}\nu(0)] \end{aligned} \right\} \tag{2.39}$$

De la ecuación (2.39) se puede observar que los términos $G(\mathbf{t}_0)$ y $G(2\mathbf{t}_0)$ son muy pequeños, ya que $\mathbf{t}_0 \gg \lambda$, por lo tanto:

$$I = I_0 \left(\frac{1}{4} + \frac{1}{8}|G(0)|\cos[2\mathbf{p}\nu(0)] \right). \tag{2.40}$$

Si una señal moduladora se imprime en el retardo $\mathbf{t}_m = \mathbf{t}_0 + \Delta\mathbf{t}(t)$, entonces la ecuación (2.40) se escribe:

$$I = I_0 \left\{ \begin{aligned} & \frac{1}{4} + \frac{1}{4} |G(t_m)| \cos[2pvt_m] + \frac{1}{4} |G(t_0)| \cos[2pvt_0] + \\ & \frac{1}{8} |G(t_0 + t_m)| \cos[2pv(t_0 + t_m)] + \frac{1}{8} |G(t_0 - t_m)| \cos[2pv(t_0 - t_m)] \end{aligned} \right\} \quad (2.41)$$

$$I = I_0 \left(\frac{1}{4} + \frac{1}{8} \cos[2pv\Delta t(t)] \right), \quad (2.42)$$

donde:

$\Delta t(t) = Kv(t)$ es el retardo modulado.

De la ecuación (2.41) también se puede obtener [3]:

$$I \approx \frac{I_0}{4} \left[1 + \frac{1}{2} Kv(t) \right]. \quad (2.43)$$

Por lo tanto, esta última ecuación (2.43) muestra que la señal se recupera como una variación de intensidad alrededor de t_0 .