

Capítulo 6: Visualizador de Rotaciones Multidimensionales

La imaginación es más importante que el conocimiento.

– Albert Einstein

En este capítulo se describe el desarrollo de un visualizador de rotaciones multidimensionales. La finalidad de esto, es presentar de forma gráfica los resultados de las ecuaciones y algoritmos presentados en esta investigación. Por medio del visualizador es posible observar los fenómenos de las rotaciones en un espacio n -dimensional proyectados en el monitor de la computadora.

6.1 Características

El visualizador se desarrolló en lenguaje de programación Borland Delphi 7, que utiliza el compilador Object Pascal. Las principales características implementadas en este sistema son:

- Generación de polítopos regulares nD
 - Hipercubo
 - Simplex
 - Polítopo Cruz
- Proyecciones
 - Perspectiva
 - Paralela
- Definición de las direcciones de proyección para el caso de la proyección paralela y de los centros de proyección para la proyección perspectiva.
- Rotaciones principales (Rotación alrededor de los hiperplanos principales)

- Definición de un eje $(n-2)$ -dimensional de rotación.
- Definición de un plano de rotación.
- Generación del eje $(n-2)$ -dimensional de rotación a partir del plano de rotación.
- Generación del plano de rotación a partir del eje $(n-2)$ -dimensional de rotación.

La siguiente imagen, muestra la pantalla principal del visualizador, que contiene los controles de las diferentes funciones implementadas.

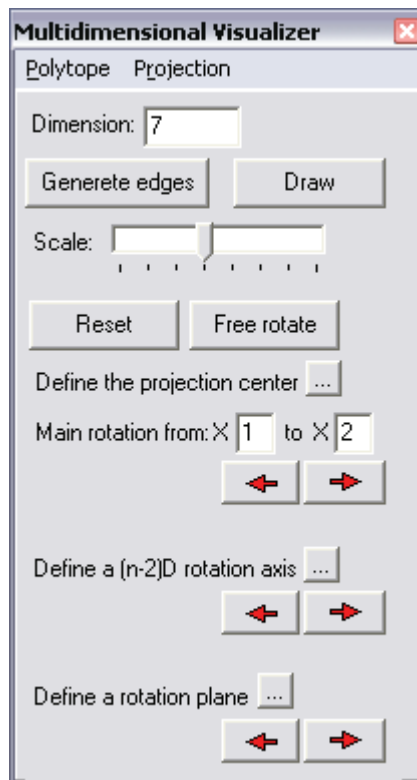


Figura 6.1 Controles principales del visualizador.

6.2 Descripción

A continuación se describen las diferentes funciones con las que cuenta el visualizador.

6.2.1 Trazo de Politopos

Los algoritmos presentados en la Sección 2.3, para la generación automática de vértice y aristas fueron implementados para poder crear politopos de cualquier dimensión. A continuación se presentan ejemplos de la generación de los tres politopos implementados en el sistema, para el caso del espacio 5D.

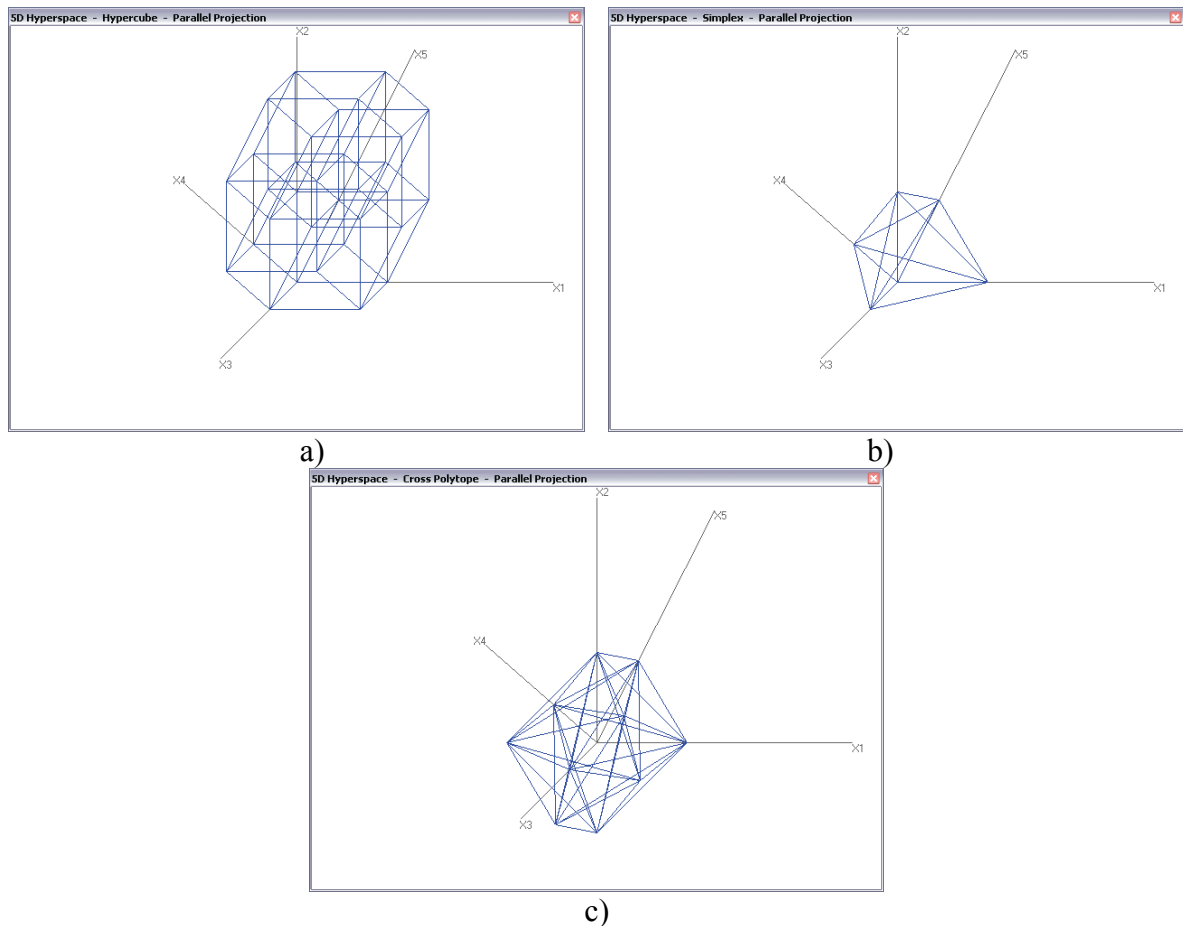


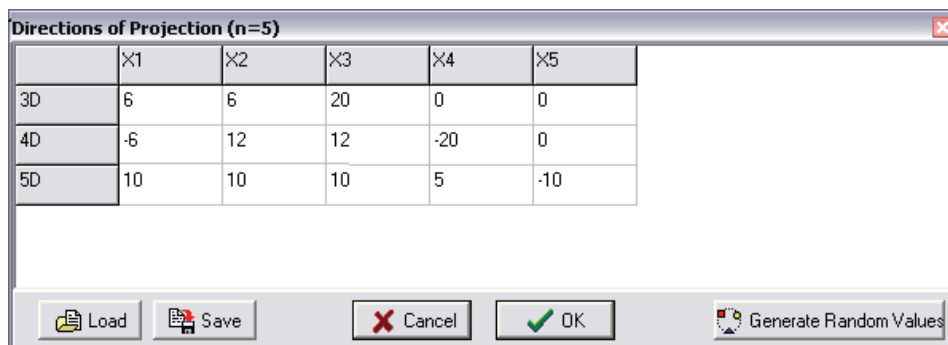
Figura 6.2 Ejemplos de generación de politopos 5D: a) Hipercono, b) Simplex, c) Polítopo Cruz.

6.2.2 Proyecciones

Se implementaron las proyecciones paralelas y perspectivas, mediante la técnica de proyecciones sucesivas analizadas en la Sección 5.7. Se pueden definir los valores para las direcciones de proyección en el caso de proyecciones paralelas, o los centros de proyección en el caso de proyecciones perspectivas. Aunque en la Sección 5.8 se propusieron las ecuaciones para la proyección directa $nD \rightarrow 2D$ tanto paralela como perspectiva, en el visualizador se permite especificar independientemente los valores para cada proyección, ya que esto permite obtener vistas desde diferentes ángulos de visión.

Un punto importante que cabe aclarar, es que si el usuario selecciona la proyección paralela, todas las proyecciones sucesivas serán paralelas, lo mismo para el caso de la proyección perspectiva. Es decir, no se manejan proyecciones paralelas y perspectivas combinadas en una misma visualización.

A continuación se presenta la pantalla donde se pueden especificar los valores para las direcciones o centros de proyección. Los valores se pueden introducir manualmente, o se tiene la posibilidad de generar valores aleatorios. También se cuenta con la opción de salvar y cargar archivos que contienen estos datos.



	x1	x2	x3	x4	x5
3D	6	6	20	0	0
4D	-6	12	12	-20	0
5D	10	10	10	5	-10

Figura 6.3 Pantalla de captura de direcciones o centros de proyección (ejemplo de caso 5D).

Modificando los datos la dirección o centros de proyección, se pueden obtener vistas desde diferentes ángulos de visión en el espacio nD . La Figura 6.4 muestra diferentes proyecciones de un simplex 5D en el plano 2D de la pantalla de la computadora.

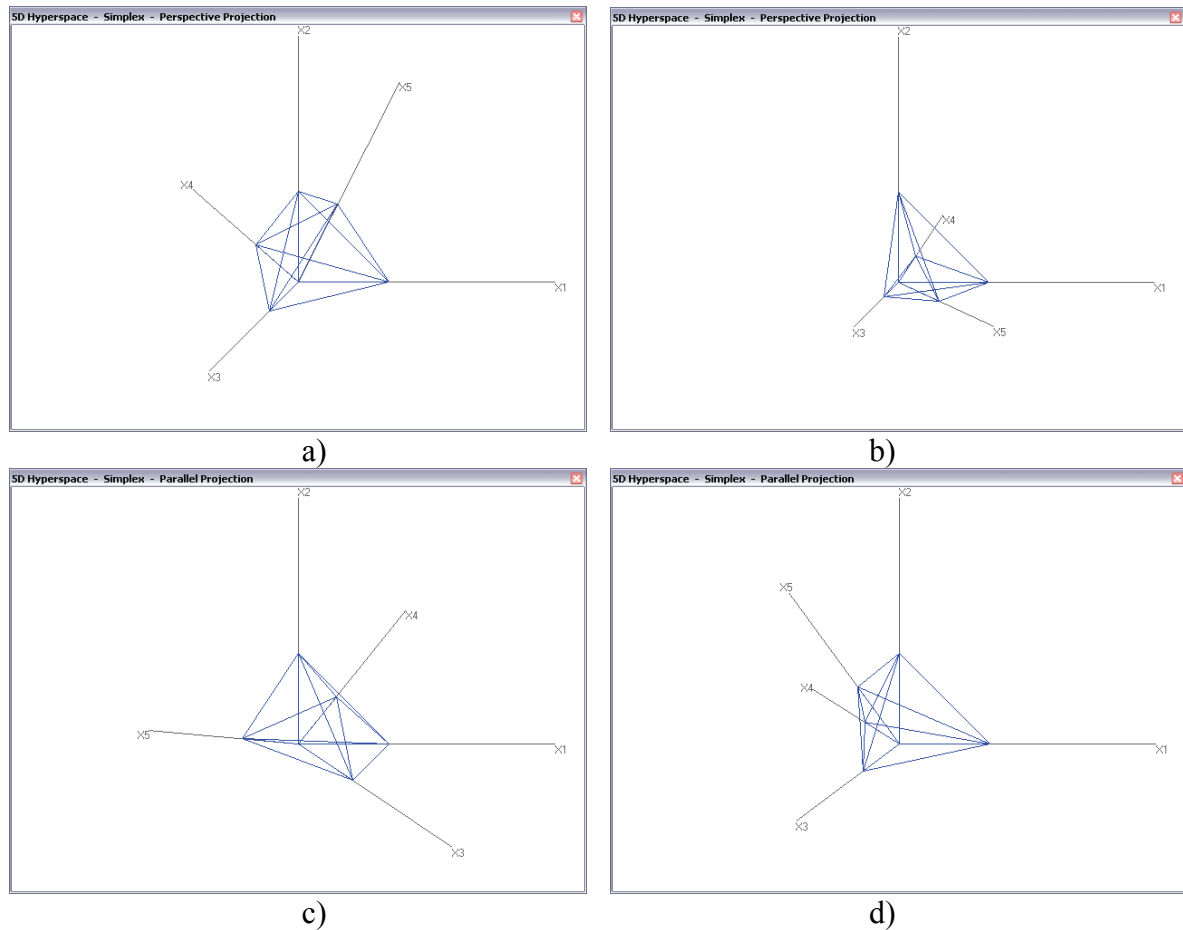


Figura 6.4 Ejemplos de proyecciones de un simplex 5D: a) y b) proyección perspectiva, c) y d) proyección paralela

6.2.3 Rotaciones Principales

Para el caso de rotaciones principales, se implementó la Ecuación 3.19: Matriz general de rotaciones principales nD [Duffin 94]. Para ello, en la pantalla principal en el control “*Main rotacion from*”, se especifica la dirección del giro, de un eje X_a a un X_b , y la animación se lleva a cabo al presionar los botones con las flechas junto este control. La

flecha a la derecha realiza el giro positivo (del eje X_a al X_b), la flecha hacia la izquierda realiza el giro negativo (del eje X_b al X_a).

La Figura 6.5 muestra un ejemplo, con cuatro imágenes de la rotación principal del eje X_1 al eje X_5 de un hipercubo 5D. Observando con atención, se puede ver que la parte del hipercubo que cae sobre el volumen principal $X_2X_3X_4$, queda fijo durante la rotación.

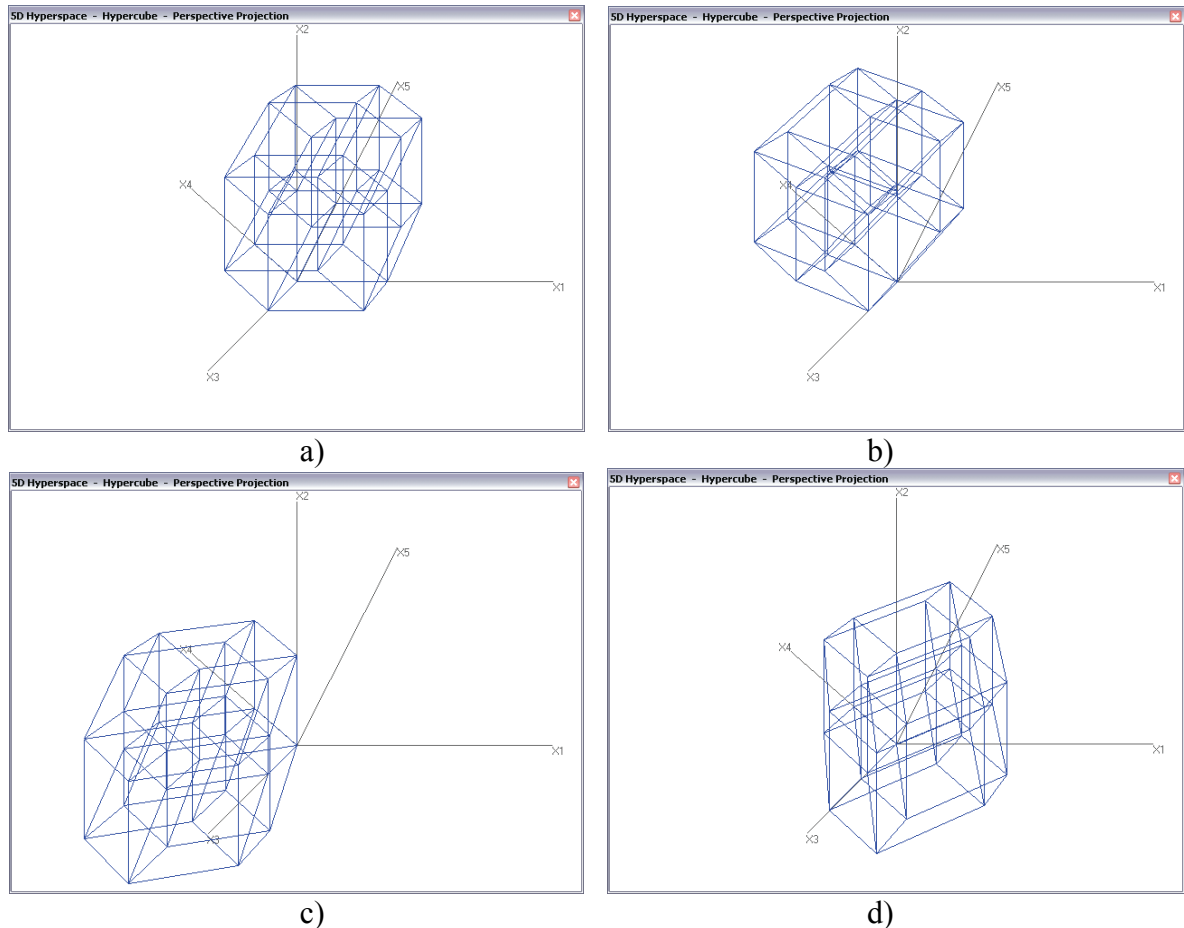


Figura 6.5 Ejemplo de rotación principal de un hipercubo 5D, del eje X_1 al eje X_5 : a) 0° , b) 70° , c) 190° , d) 300° .

6.2.4 Rotación Alrededor de un Hiperplano $(n-2)$ -dimensional.

La implementación del algoritmo Aguilera-Perez presentado en la Sección 3.6.5 , permite llevar a cabo las rotaciones alrededor de un hiperplano $(n-2)$ -dimensional, proporcionando $n-1$ puntos no cohiperplanares para definirlo.

A continuación se presenta la pantalla donde se pueden especificar los valores para los vértices que forman del hiperplano o eje $(n-2)$ -dimensional de rotación. Estos valores pueden ser introducidos manualmente, o pueden ser generados a partir de los valores del plano de rotación (ver Sección 6.2.5). En caso de que los vectores a y b que definen al plano de rotación sean linealmente dependientes, el sistema mandará un mensaje de error. En esta pantalla, también se cuenta con la opción de salvar y cargar archivos que contienen los datos del hiperplano.

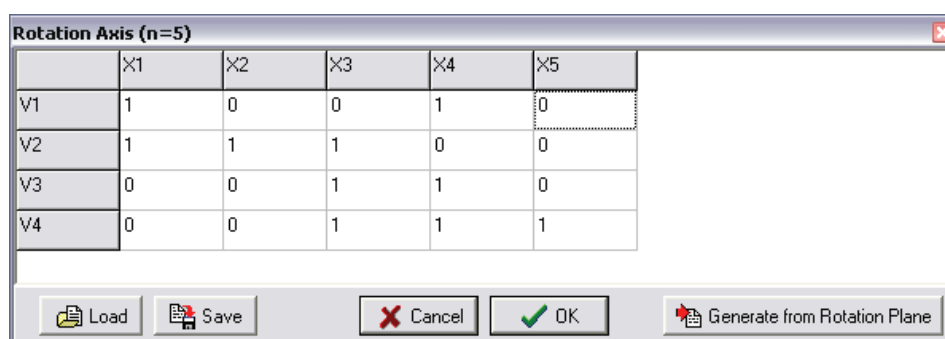


Figura 6.6 Pantalla de captura del hiperplano $(n-2)$ -dimensional de rotación (ejemplo de caso 5D).

La Figura 6.7 muestra un ejemplo, con cuatro imágenes de la rotación de un politopo cruz 5D, alrededor del hiperplano 3D definido por los puntos de la Figura 6.6. En el sistema, se puede apreciar que el hiperplano $(n-2)$ D de rotación está representado con líneas de color rojo.

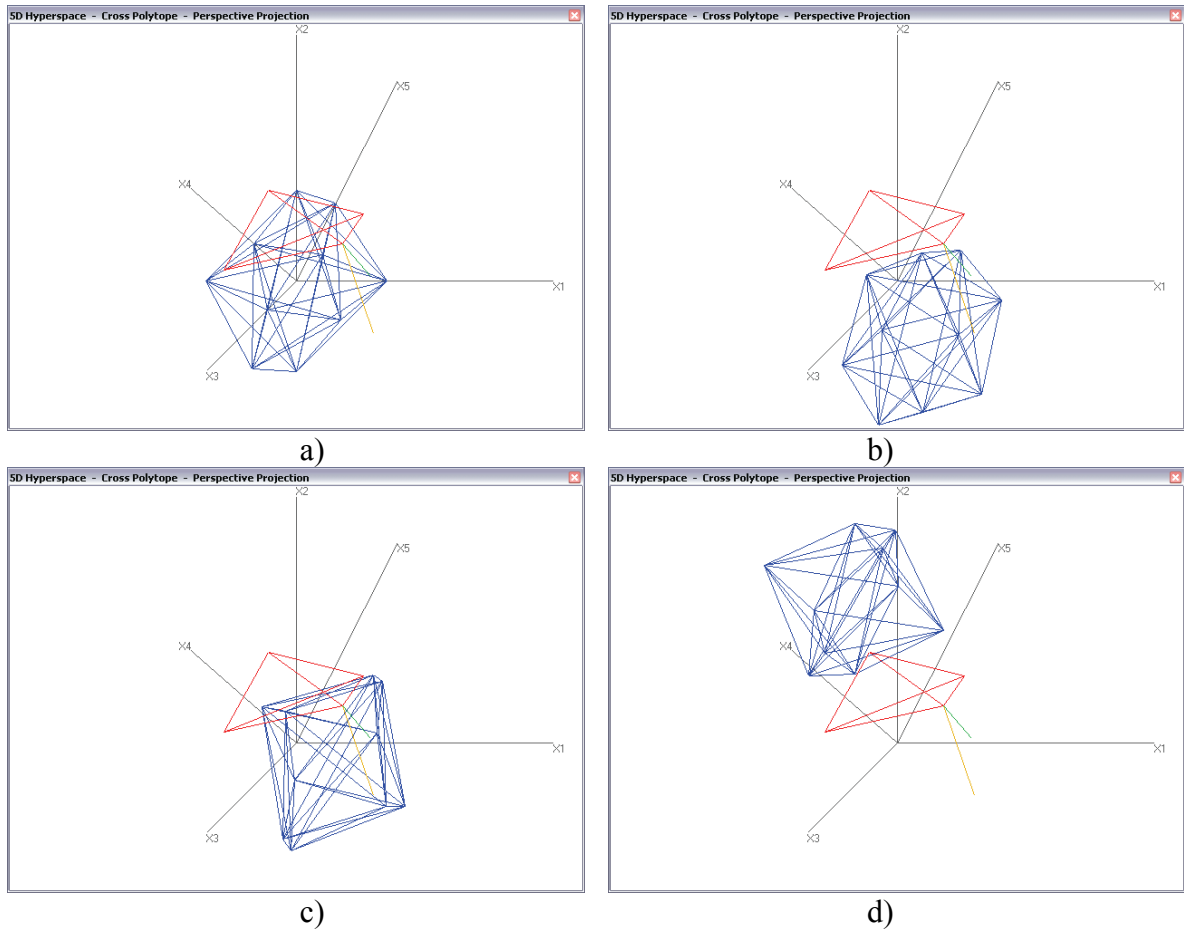


Figura 6.7 Ejemplo de rotación de un politopo cruz 5D alrededor de un hiperplano arbitrario 3D: a) 0°, b) 30°, c) 140°, d) 260°.

6.2.5 Rotación en un Plano de Rotación.

La implementación de la Ecuación 4.7: Fórmula para la rotación general de un vector x en nD ., permite llevar a cabo las rotaciones en un plano de rotación definido por dos vectores ortonormales a y b y su punto de aplicación.

A continuación se presenta la pantalla donde se pueden especificar los valores para los vectores que definen al plano de rotación. Estos valores se pueden ser introducidos manualmente, o pueden ser generados a partir de los valores del hiperplano de rotación (ver Sección 6.2.4). En caso de que algunos de los puntos del hiperplano de rotación sean linealmente dependientes, el sistema mandará un mensaje de error.

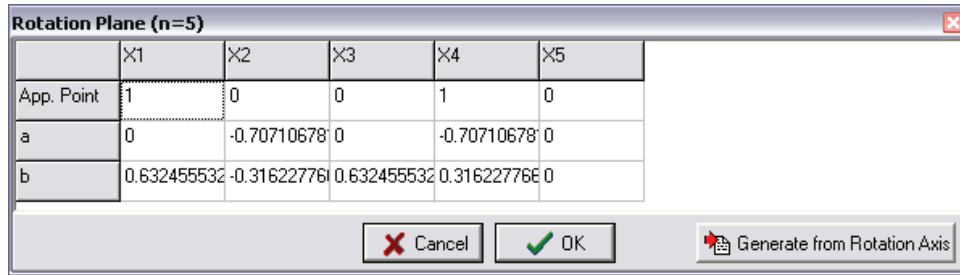


Figura 6.8 Pantalla de captura del hiperplano $(n-2)$ -dimensional de rotación (ejemplo de caso 5D).

La Figura 6.8 presenta los datos para los vectores a , b y su punto de aplicación, generados a partir de los datos de la Figura 6.6. En la Figura 6.7 se puede apreciar dibujado el plano de rotación el cuál es ortogonal al hiperplano 3D de rotación. En el sistema, se puede apreciar al vector a mediante una línea de color amarilla, y al vector b mediante una línea de color verde. El fenómeno de la rotación sobre este plano tiene el mismo comportamiento que la rotación alrededor del hiperplano del cual se generó.

A continuación se presenta el ejemplo contrario, definiendo manualmente los datos del plano de rotación y enseguida generando los valores del hiperplano de rotación.

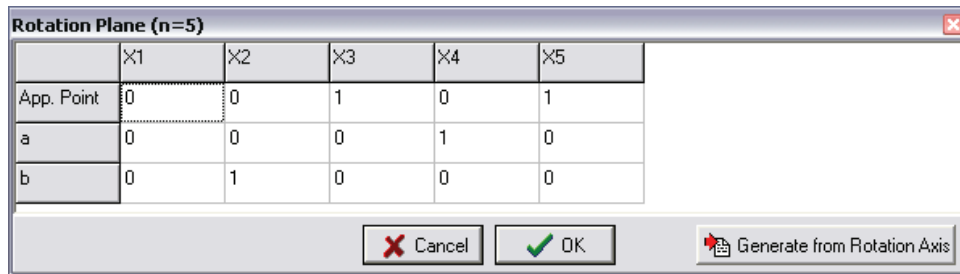


Figura 6.9 Ejemplo de plano de rotación 5D.

Con los datos de un plano de rotación, es posible generar automáticamente, los puntos de un hiperplano $(n-2)$ -dimensional que sea ortogonal a este plano de rotación. Para el caso de los datos de la Figura 6.9, los valores del hiperplano de rotación generados se muestran en la siguiente figura.

	X1	X2	X3	X4	X5
V1	0	0	1	0	1
V2	-1	0	1	0	1
V3	0	0	2	0	1
V4	0	0	1	0	0

Figura 6.10 Ejemplo de hiperplano de rotación 3D, generado a partir de un plano de rotación 5D.

De esta forma, la Figura 6.11 muestra cuatro imágenes de la rotación de un hipercubo 5D, en el plano definido en la Figura 6.9 (o alrededor del hiperplano de la Figura 6.10). En ambos casos el fenómeno de la rotación es el mismo.

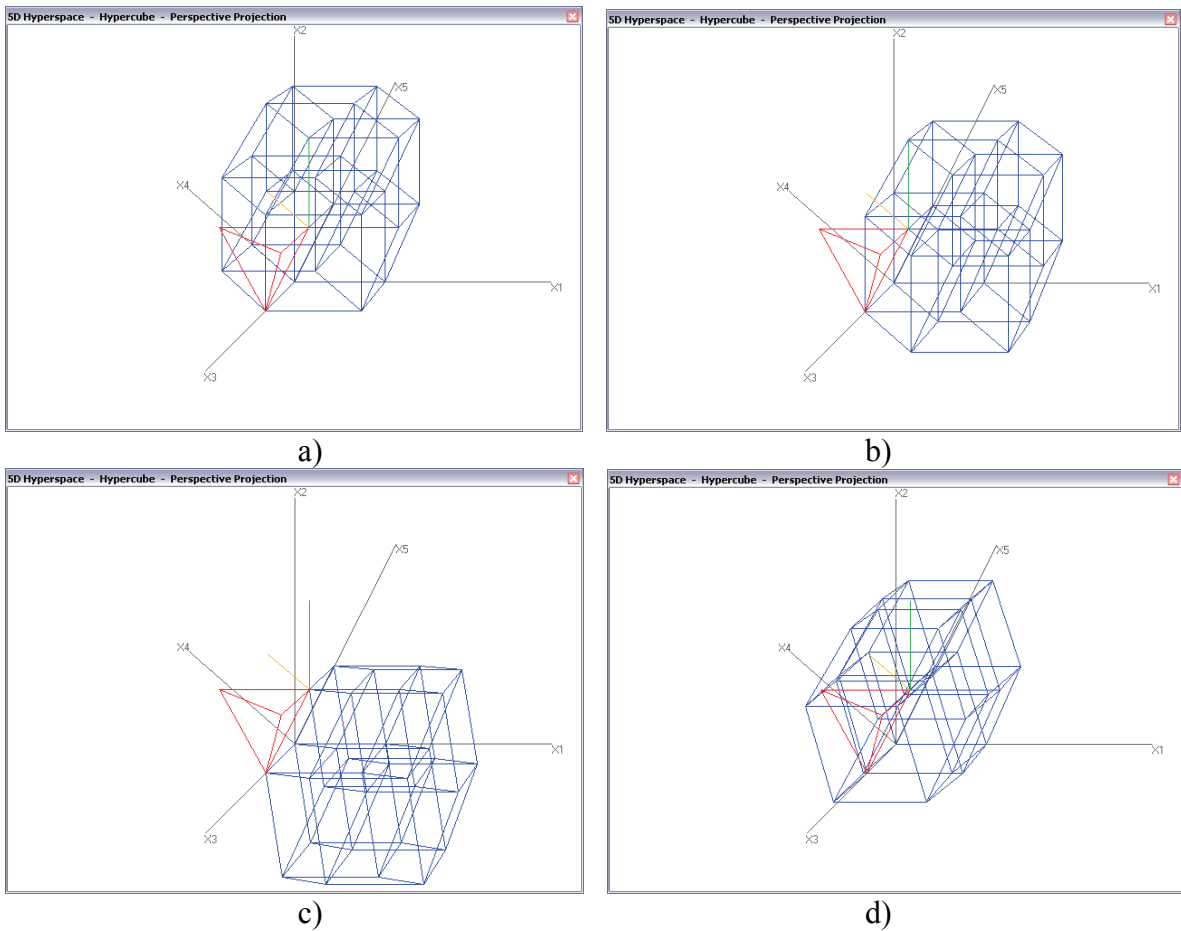


Figura 6.11 Ejemplo de rotación de un hipercubo 5D en un plano de rotación arbitrario: a) 0°, b) 90°, c) 160°, d) 320°.

6.3 Resumen

En este capítulo se ha presentado el desarrollo de un visualizador para rotaciones multidimensionales. Mediante este software es posible visualizar los fenómenos de las rotaciones aplicadas a los polítopos nD en cualquier dimensión definida, manipulando libremente los parámetros para cada proyección sucesiva.

Es posible observar los efectos de las rotaciones principales, o bien, se pueden especificar los valores de los $n-1$ puntos que definen un eje de rotación, y los valores de los vectores ortonormales que definen un plano de rotación. Además es posible obtener el plano de rotación a partir de los datos introducidos en el eje de rotación y viceversa.