

### Capítulo 3: Teoría del memristor

Desde el punto de vista de teoría de circuitos, los tres elementos eléctricos ya conocidos se definen en términos de la relación entre dos de las cuatro variables eléctricas fundamentales, la corriente, el voltaje, la carga y el flujo magnético. De las 6 posibles combinaciones, cinco han llevado a relaciones ampliamente conocidas. Dos de estas relaciones están dadas por  $i = \frac{dq(t)}{dt}$ , relacionando corriente con carga y  $v = \frac{d\phi(t)}{dt}$ , la cual relaciona voltaje y flujo. Otras tres relaciones se dan, respectivamente, por la definición de los tres elementos básicos en teoría de circuitos, es decir, la resistencia (definida por la relación entre  $v$  e  $i$ ), el inductor (definidos por la relación entre  $\phi$  e  $i$ ) y el capacitor (definido por la relación entre  $q$  y  $v$ ).

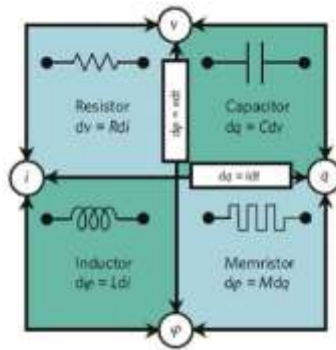


Figura 3.1 – Relación entre las variables eléctricas, igualmente se muestra el dibujo que representa al memristor en un circuito eléctrico.

Una relación había faltado hasta que Chua se dio cuenta de esto, la cual es la relación entre  $\phi$  y  $q$ ; Chua definió a este elemento como memristor, pues se comporta como una resistencia con memoria no lineal. De forma agregada, Chua también propuso el símbolo eléctrico para este nuevo elemento, al igual que la curva  $\phi -q$ . En la figura 3.1 se puede observar la relación entre las distintas variables mencionadas anteriormente.

#### 3.1 - Propiedades eléctricas del memristor

La palabra memristor, como ya sabemos, proviene de la contracción memoria con resistencia (memory resistor). Es un dispositivo pasivo que relaciona al flujo y carga. Chua lo define como un elemento de circuito de dos terminales en el cual el flujo entre sus dos terminales es una función de la cantidad de carga eléctrica que ha pasado a través del dispositivo. El memristor no

es un dispositivo capaz de almacenar energía. El símbolo para representar al memristor se muestra en la figura 3.1.

Se dice que un memristor es controlado por carga si la relación entre la carga y el flujo es expresada como una función de la carga eléctrica. Similarmente, se dice que un memristor es controlado por flujo si la relación entre carga y flujo se expresa como una función del flujo de enlace.

Para un memristor controlado por carga,

$$\varphi = f(q) \quad (1)$$

Se puede obtener la siguiente expresión si se derivan ambos lados de la ecuación 1.

$$\frac{d\varphi}{dt} = \frac{df(q)}{dq} \frac{dq}{dt'} \quad (2)$$

Si definimos al voltaje como  $v(t) = \frac{d\varphi}{dt}$  obtendremos la siguiente equivalencia

$$v(t) = M(q)i(t) \quad (3)$$

Donde  $M(q) = \frac{df(q)}{dq}$  es la memristancia la cual es medida en ohm, al igual que una resistencia convencional. La memristancia define la relación lineal entre el voltaje y la corriente, en tanto la carga no varíe. De esta forma, si M es constante, el memristor se comporta como una resistencia.

De forma análoga, un memristor controlado por flujo se define por la ecuación 4,

$$q = f(\varphi) \quad (4)$$

Se puede obtener la siguiente expresión si se derivan ambos lados de la ecuación 4

$$\frac{dq}{dt} = \frac{df(\varphi)}{d\varphi} \frac{d\varphi}{dt'} \quad (5)$$

Si definimos la corriente como  $i(t) = \frac{dq}{dt}$ , obtendremos la siguiente equivalencia

$$i(t) = W(\varphi)v(t) \quad (6)$$

Donde  $W(\varphi) = \frac{df(\varphi)}{d\varphi}$  es la memductancia del elemento y tiene unidades de conductancia.

### ***3.2 – Memristancia y analogía del memristor***

Es importante definir la memristancia, la cual es una propiedad del memristor. Cuando la carga fluye en una dirección a través del circuito, la resistencia del memristor se incrementa; de manera similar, si la carga fluye en sentido contrario a través del circuito, la resistencia disminuye. Si el voltaje aplicado se apaga, impidiendo el flujo de carga, el memristor recuerda su último valor de resistencia. Cuando el flujo de carga vuelve a empezar, la resistencia inicial del elemento será la misma que cuando se dejó inactivo.

Una analogía del memristor se describe a continuación. Una resistencia es análoga a una manguera por donde fluye agua. La presión del agua en la entrada de la manguera es análoga a un voltaje aplicado y el agua es análoga a la carga eléctrica. La tasa con que fluye el agua a través de la manguera es similar a la corriente eléctrica. Si la manguera posee un diámetro mayor, el flujo de agua es más rápido, así como mayor cantidad de corriente fluye a través de una resistencia de pequeño valor. Para hacer una analogía con el memristor ahora pensemos en que el diámetro de la manguera puede variar. El diámetro de la manguera se hace mayor cuando el agua fluye en una dirección, así el agua fluye con más velocidad. Lo contrario le sucede al diámetro de la manguera, disminuyendo si el agua fluye en dirección contraria; el agua fluye ahora de manera más lenta. Si no hay agua circulando a través de la manguera, esta no variará en diámetro hasta que el flujo de agua se restituya. Así la manguera puede “recordar” la cantidad de agua que fluyó a través de la misma anteriormente.

### ***3.3 - Memoria del dispositivo***

Por otro lado, habrá personas que se pregunten ¿Cómo retiene el memristor su valor resistivo? Bueno, esta es la parte interesante, y en propia opinión la razón de ser de este dispositivo. La importancia de retener el valor resistivo (un valor que puede ser alterado controlando la cantidad de carga que fluye a través del dispositivo así como la dirección en que fluye la corriente eléctrica) es de vital importancia para nuevos sistemas electrónicos donde se requiera ahorrar en consumo de energía y tener memorias no volátiles.

Para poder comprender la característica de memoria que posee el memristor es necesario pensar primero en un pulso eléctrico, de duración  $\Delta$ , similar al que se observa en la imagen 3.2. Este pulso nos permitirá polarizar al memristor y colocar su punto de polarización, similar al de un transistor, donde más nos convenga. La razón matemática es muy simple, pues si integramos la función que describe al pulso de voltaje a lo largo del tiempo, obtendremos un valor que ahora será el flujo de enlace. Todo esto basado en la ecuación 7.

$$\varphi(t) = \varphi_0 + \int_{t_0}^t v(t)dt \quad (7)$$

Entonces ahora se obtiene una gráfica  $\varphi$  - $t$  similar a la que se describe la figura 3.2.

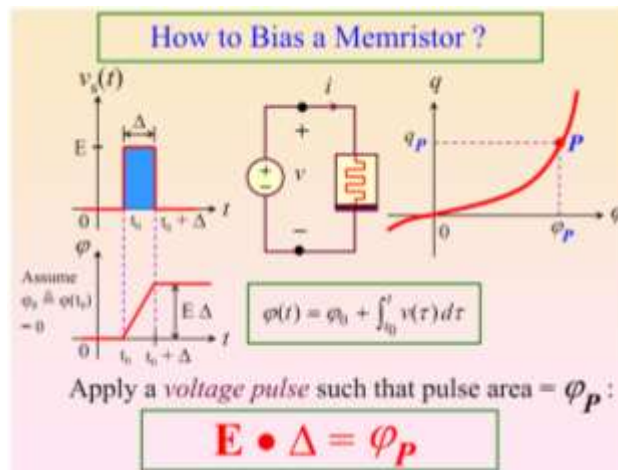


Figura 3.2 – Polarización del memristor, aplicando un pulso eléctrico de duración  $\Delta$ .

### 3.4 – Propiedades del memristor

#### 3.4.1 – Curva $\varphi$ - $q$ característica del memristor

La curva  $\varphi$ - $q$  del memristor es monótonamente creciente. La memristancia  $M(q)$  es la pendiente de la curva  $\varphi$ - $q$ . Basándonos en la condición de pasividad del memristor, definida por Chua, el memristor es pasivo si y sólo si la memristancia  $M(q)$  es no negativa. Si  $M(q) \geq 0$ , entonces la potencia instantánea disipada por el memristor  $p(i) = M(q)i(t)^2$ , es siempre positiva. Así el memristor es un dispositivo pasivo, puramente disipativo como una resistencia. De esta forma la

curva  $\varphi$ - $q$  de un memristor es siempre una función monótonamente creciente. En la figura 3.3 se muestran ejemplos de curvas características de un memristor.

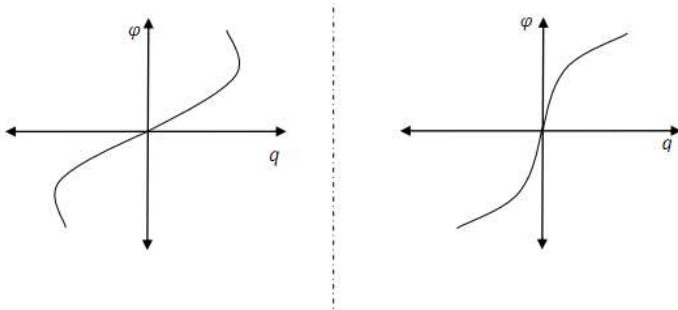


Figura 3.3 – Curva  $\varphi$ - $q$  característica de un memristor.

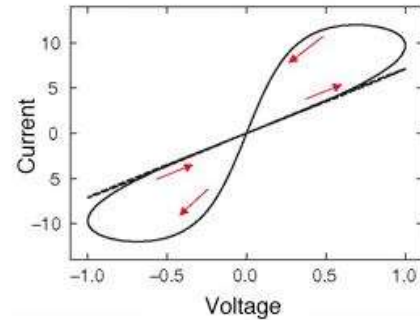


Figura 3.4 – Curva  $v$ - $i$  característica de un memristor.

### 3.4.2 – Curva $v$ - $i$ característica del memristor

Un sello importante del memristor es su característica curva de histéresis de  $v$ - $i$ . Para un memristor excitado por una señal periódica (cuadrada, senoidal, etc.), cuando el voltaje  $v(t)$  es cero, la corriente  $i(t)$  es igualmente cero y viceversa. Así el voltaje y corriente deben cumplir con idéntico cruce por cero. Si cualquier dispositivo posee una curva como la mostrada en la figura 3.4, entonces se está hablando de un memristor o un sistema memristivo. Otra característica del memristor es que la curva se vuelve cada vez más pequeña con el aumento en la frecuencia; es más, cuando la frecuencia aplicada crece hasta el infinito, el memristor se comporta como una resistencia. Posteriormente se comprobará esta característica por medio de una simulación en Matlab.

### 3.5 – Sistemas memristivos

En 1976, cinco años después de que Chua publicara su paper sobre memristors, él y Kang publicaron un paper definiendo una clase más amplia de sistemas, a los cuales llamaron sistemas memristivos. Estos son descritos por las ecuaciones 8 y 9.

$$v = M(w, i)i \quad (8)$$

$$\frac{dw}{dt} = f(w, i) \quad (9)$$

Donde  $w$  es un conjunto de variables de estado,  $M$  y  $f$  pueden ser funciones de tiempo al mismo tiempo que  $v$  e  $i$  son voltaje y corriente respectivamente.

El teorema fundamental de un sistema memristivo establece que “todo dispositivo de dos terminales, el cual exhiba un lazo cerrado de histéresis en el plano  $v$ - $i$  cuando un voltaje de CD y/o de CA de cualquier frecuencia sea aplicado, es un sistema memristivo.