

Capítulo 2

Características No Lineales del Llanto

Los llantos son señales no estacionarias con una parte no lineal, esto es causado por las intermitencias y partes explosivas; las señales no estacionarias son las que presentan un cambio variable en el tiempo de sus propiedades estadísticas y contenido de frecuencia. Por ejemplo, este tipo de señales se pueden encontrar en áreas de geología sobre eventos sísmicos, en las telecomunicaciones en la modulación de frecuencia, en el radar del cambio de frecuencia de la señal de eco y en la biomedicina sobre estudios de la variabilidad del ritmo cardíaco (HVR), la caracterización del electroencefalograma (EEG), por mencionar algunos.

Las características que representan a los llantos se extrajeron mediante dos métodos: el primero de ellos consistió en el cálculo de coeficientes de predicción lineal (LPC) por medio de la optimización hereditaria [Monin and Salut, 1996a], el segundo se basa en las

series de Volterra.

El cálculo hereditario de la función de correlación de la señal, nos da la posibilidad de determinar los parámetros de variación en el tiempo (*time varying parameters*) entre las ventanas de tiempo automáticamente sin *windowing* ni *overlapping*. Esta tarea de adaptación se lleva a cabo por medio de una estructura ARMA (Autorregressive moving average), que emplea el error proyectado de la señal estimada como la entrada del modelo. [Etcheverry and Reyes-García,]

Las Series de Volterra son una herramienta, similar a la serie de Taylor, que sirve para modelar el comportamiento no lineal de una señal. Su principal ventaja es que tiene un efecto de “memoria”, es decir, la salida depende en todo momento de la entrada del sistema.

El algoritmo que se utilizará para extraer las características, tanto lineales como no lineales; pertenece a [Etcheverry et al., 2010]. Este algoritmo está escrito en MATLAB y contiene una estructura ARMA de predicción que estima los coeficientes del modelo sin utilizar una técnica de optimización no lineal, la estructura ARMA se expresa de la siguiente manera:

$$\hat{y}_t = \sum_{i=1}^n a_i \hat{y}_{t-i} + \sum_{j=1}^n b_j \tilde{y}_{t-j} \quad (2.1)$$

donde $\tilde{y}_t = y_t - \hat{y}_t$ y a_i, b_i son los coeficientes auto regresivos y de entrada, respectivamente.

La mayor característica de esta estructura es que evade los errores de cálculo provocados por condiciones de correlación incompletas que se obtienen con métodos de estimación

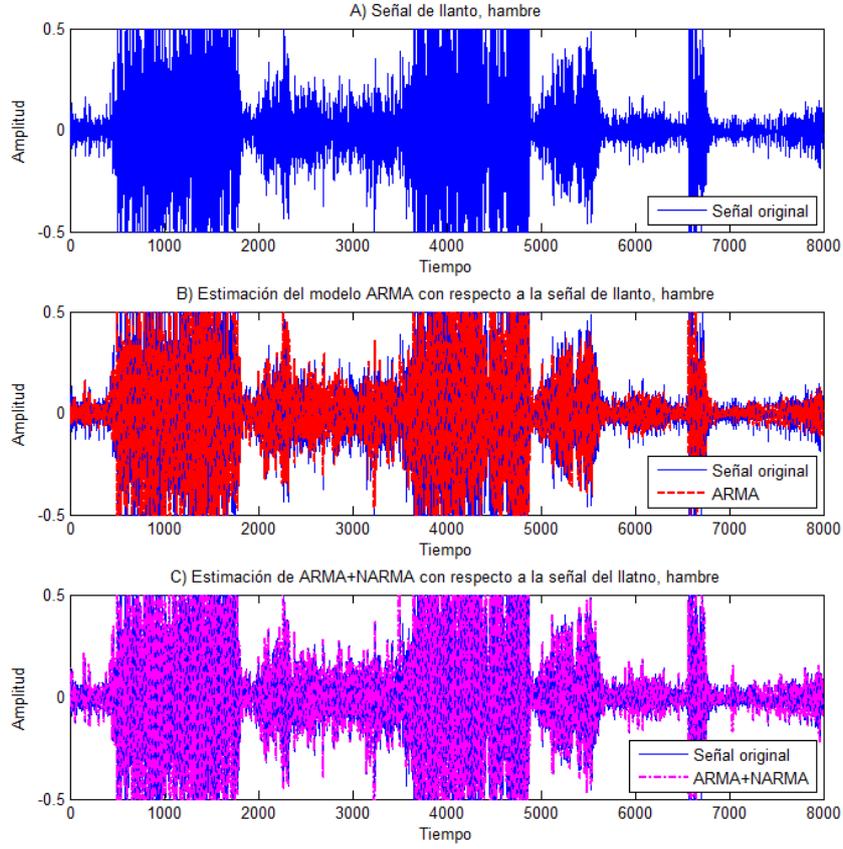


Figura 2.1: Señal de un llanto, Señal ARMA y NARMA

estándar. Para lograr esto, el recálculo de las pruebas pasadas de τ se desarrolla utilizando los parámetros que se obtienen en el tiempo t .

Después de eso, el error de \tilde{y}_t^1 , el cual se obtiene de sustraer el estimador ARMA de las series tiempo medidas y_t ; es aproximado mediante un Kernel de Volterra de tercer grado (cúbico), el cual se representa con las siguientes ecuaciones:

$$\hat{y}_t = y_t - \hat{y}_t^t = \sum_{\tau_1=1}^t \sum_{\tau_2=1}^{\tau_1} \sum_{\tau_3=1}^{\tau_2} K_3(t, \tau_1, \tau_2) \tilde{y}_{\tau_1} \tilde{y}_{\tau_2} \tilde{y}_{\tau_3} \quad (2.2)$$

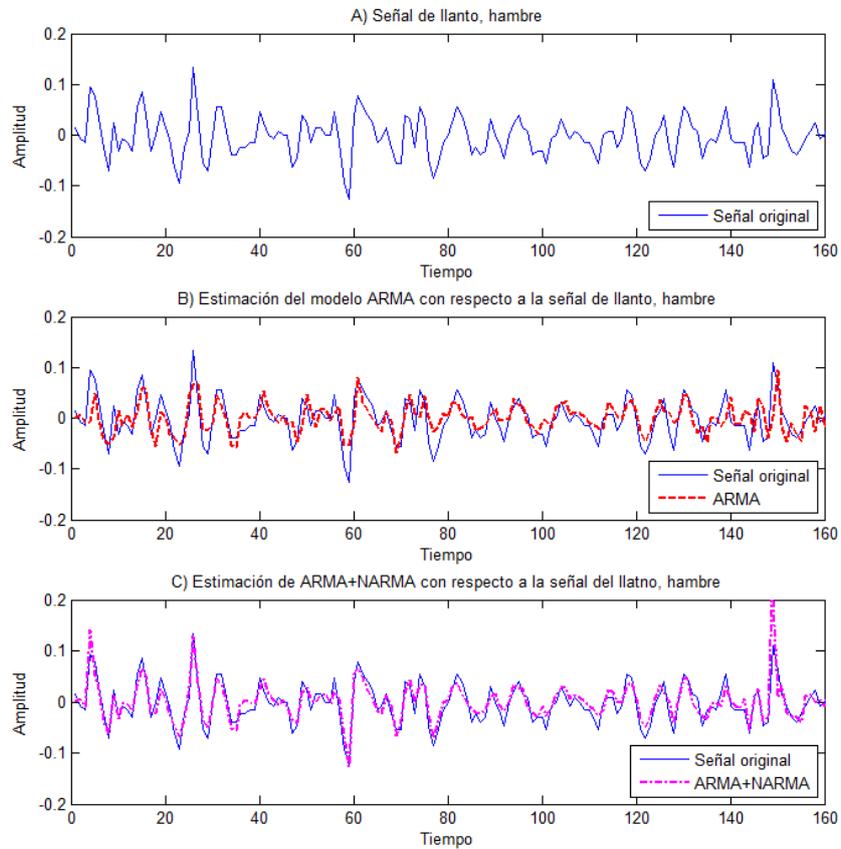


Figura 2.2: Señal de un llanto, Señal ARMA y NARMA

En donde K es el kernel y t, τ_1, τ_2 representan las capas de tiempo utilizadas para calcular el grado cúbico. Sin embargo, es conocido que utilizar una serie de Volterra para modelar una señal no lineal provoca un rápido crecimiento del número de coeficientes. [Thyssen et al., 1994]. Para resolver este problema, una estructura bilineal es utilizada para que la serie de Volterra genere kernels separados de manera recursiva, produciendo pocos parámetros y permitiendo elegir el grado no lineal de estimación. [Rugh, 1980].

El sistema bilineal homogéneo que realiza el kernel cúbico de Volterra $K_3(t, \tau_1, \tau_2)$ se

representa de la siguiente manera:

$$\begin{aligned}
x_t^1 &= A_t^1 x_{t-1}^1 + B_t \tilde{y}_t \\
x_t^2 &= A_t^2 x_{t-1}^2 + D_t^2 x_t^1 \tilde{y}_t \\
x_t^3 &= A_t^3 x_{t-1}^3 + D_t^3 x_t^2 \tilde{y}_t \\
\hat{y}_t^3 &= C_t x_t^3
\end{aligned} \tag{2.3}$$

con

$$B_t^1 = \begin{bmatrix} b_{n_1,t}^1 & \dots & b_{1,t}^1 \end{bmatrix}^T$$

$$D_t^k = \begin{bmatrix} d_{n_k, n_{k-1}, t}^k & \dots & \dots & d_{n_k, 1, t}^k \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ d_{2, n_{k-1}, t}^k & \dots & \dots & d_{2, 1, t}^k \\ 0 & \dots & 0 & 1 \end{bmatrix}; \forall k = 2 \dots d$$

$$A_t^k = \begin{bmatrix} 0 & \dots & \dots & 0 & a_{n_k, t}^k \\ 1 & \ddots & & \vdots & \vdots \\ 0 & \ddots & \ddots & \vdots & \vdots \\ \vdots & \ddots & \ddots & 0 & \vdots \\ 0 & \dots & 0 & 1 & a_{1, t}^k \end{bmatrix}; \forall k = 1 \dots d$$

$$C = \begin{bmatrix} 0 & \dots & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

donde $x_t^k \in \mathfrak{R}^{n_3}$ y $A_t^k \in \mathfrak{R}^{n_3 \times n_3}$, $\forall k = 1 \dots 3$, $D_t^k \in \mathfrak{R}^{n_3 \times n_2}$, $\forall k = 2, 3$, $C_t \in \mathfrak{R}^{n_3}$ y

$B_t \in \mathfrak{R}^{n_1}$ y n_3, n_2, n_1 son las dimensiones de los subsistemas, k el grado no lineal

Este tipo de estructura no es adecuada para poder adaptarse a la parte hereditaria, de modo que la matriz en forma canónica en (2.3) tuvo que ser reescrita para terminar con una expresión NARMA (Non-Linear Auto Regressive Moving Average) de la siguiente forma:

$$\begin{aligned}\hat{y}_t^1 &= \sum_{i=1}^{n_1} a_{i,t}^1 \hat{y}_{t-i}^1 + \sum_{i=1}^{n_1} b_{i,t}^1 \tilde{y}_{t-i+1} \\ \hat{y}_t^2 &= \sum_{i=1}^{n_2} a_{i,t}^2 \hat{y}_{t-i}^2 + \hat{y}_t^1 \tilde{y}_t + \sum_{i=2}^{n_2} \sum_{j=1}^{n_1} d_{i,j,t}^2 \hat{y}_{t-i-j+2}^1 \tilde{y}_{t-i+1} \\ \hat{y}_t^3 &= \sum_{i=1}^{n_3} a_{i,t}^3 \hat{y}_{t-i}^3 + \hat{y}_t^2 \tilde{y}_t + \sum_{i=2}^{n_3} \sum_{j=1}^{n_2} d_{i,j,t}^3 \hat{y}_{t-i-j+2}^2 \tilde{y}_{t-i+1}\end{aligned}\quad (2.4)$$

La expresión para cualquier grado no lineal (2.3) y la derivación de (2.4) se puede encontrar en [Etcheverry et al., 2006].

A manera de resumen se puede explicar la manera en la que el algoritmo trabaja de la siguiente forma :

1. Estimar la parte lineal de la señal mediante el uso de un estimador, tomando como criterio de optimización el error cuadrado promedio.
2. Obtener y aproximar el error resultante en (2.2) haciendo uso del estimador (2.4) en el tiempo t :

$$\begin{aligned}\hat{y}_\tau^{1,t} &= \sum_{i=1}^{n_1} a_{i,t}^1 \hat{y}_{\tau-i}^{1,t} + \sum_{i=1}^{n_1} b_{i,t}^1 \tilde{y}_{\tau-i+1} \\ &\dots \\ \hat{y}_\tau^{3,t} &= \sum_{i=1}^{n_3} a_{i,t}^3 \hat{y}_{\tau-i}^{3,t} + \hat{y}_\tau^{2,t} \tilde{y}_t + \sum_{i=2}^{n_3} \sum_{j=1}^{n_2} d_{i,j,t}^3 \hat{y}_{\tau-i-j+2}^{2,t} \tilde{y}_{\tau-i+1}\end{aligned}\quad (2.5)$$

donde $\hat{y}_\tau^{1,t-1}$ and $\hat{y}_\tau^{3,t-1}, \forall \tau = 1, \dots, t-1$ se obtuvieron al minimizar el criterio:

$$J_T^{t-1} = E_T^{t-1}[(\tilde{y}_t - \hat{y}_*^{3,t-1})^2] = \frac{1}{T+t-1} \sum_{\tau=T}^{t-1} (\tilde{y}_t - \hat{y}_*^{3,t-1})^2 \quad (2.6)$$

y T es el período de tiempo de *la parte hereditaria*.

3. Obtener los coeficientes del kernel.

2.1. Resultados

Como se mencionó anteriormente, en el transcurso de este experimento se utilizó una Toolbox creada por el Dr. Gibran Etcheverry [Etcheverry et al., 2010], este algoritmo contiene dos funciones *IDherARMAcor* y *VoltIDy*, las cuales se utilizan para extraer las características lineales y no lineales necesarias respectivamente.

Cada una de las grabaciones en la base de datos es ingresada al programa de MATLAB mediante el comando *load*, una vez realizado esto se procede a iniciar las funciones antes mencionadas. En este punto cabe mencionar que ambos programas piden por parámetros el número de ventanas (NW) y el número de puntos (PW), estos datos fueron establecidos de modo que cada muestra de llanto se dividiera en segmentos de 20 ms ya que se conoce que así se obtienen los mejores resultados debido a la estacionariedad de los segmentos.

Para comprobar la efectividad con la que funcionó la estructura ARMA, se calcula el *fit*, el cual es un porcentaje que representa que tan bien el algoritmo logró modelar la señal original del llanto. Al final se calcula el *fit* total que se obtiene al unir la parte lineal y las Series de Volterra cúbicas, en la Tabla 2.1 se pueden observar algunos ejemplos del

fit obtenido para 10 llantos, en esta etapa del experimento se excluyeron los llantos cuyo *fit* de la parte lineal fuera superior al 95 %, debido a que entonces su aportación sería mínima o nula a la hora de hacer su clasificación con la parte no lineal. En la Figura 2.1, se puede observar 3 señales, la primera de ellas (de color azul) es la señal original de un llanto causado por hambre, en la segunda ventana se puede observar una señal azul y una señal rojo que representa la predicción que hace el ARMA para modelar la señal original. Por último, se puede observar la señal azul de la señal original, unto con una señal verde que representa la estimación realizada por el modelo ARMA más la parte cúbica de las Series de Volterra.

Así mismo, en la Figura 2.2 podemos observar las mismas señales pero con un zoom en el eje “*x*” de 0 a 160. Examinando la última ventana, podemos observar como la señal verde(producida por la suma de la estimación ARMA más el Kernel cúbico) es casi igual que la señal original.

| Dolor | | Hambre | |
|-----------|---------------|-----------|---------------|
| Lineal | Lineal+Cúbica | Lineal | Lineal+Cúbica |
| 90.1451 % | 99.7461 % | 82.988 % | 98.8935 % |
| 93.2639 % | 99.5963 % | 76.1991 % | 95.8176 % |
| 94.1023 % | 99.5114 % | 68.3573 % | 95.4567 % |
| 92.7522 % | 99.2626 % | 74.2603 % | 97.5602 % |
| 86.1932 % | 98.7049 % | 77.0422 % | 99.5021 % |

Tabla 2.1: Fit obtenido para los llantos de dolor y hambre utilizando la estructura ARMA y las series de Volterra cúbicas

Una vez que el IDherARMAcor y VoltID terminan sus operaciones, se procede a guardar las variables llamadas COEF y COEFV, estas dos matrices contienen la información requerida para hacer la clasificación; sin embargo, los datos más significativos se encuen-

tran al final de cada una de las ventanas, por lo que se escribió un algoritmo que mediante un ciclo nos ayudara a guardar en una matriz diferente la información más importante. La matriz formada tiene un tamaño de 11x50, en donde las 10 primeras filas representan las características lineales y la onceava fila la parte no lineal de un solo llanto. Finalmente, se concatenan todas las matrices individuales para formar una estructura de tamaño 11x2500 que contiene la información de todos los llantos, la cual será utilizada como datos de entrada en la etapa de clasificación; este proceso se repite para los demás tipos de llantos.