Capítulo 5

Conclusiones

A lo largo de este trabajo se han presentado algunos de los procesos interpolatorios más conocidos, y se han expuesto las técnicas de selección que cada uno emplea para alcanzar su finalidad. Se probaron los teoremas de existencia y unicidad fundamentales, y se ilustraron los algoritmos de cada método mediante la exposición de ejemplos en cada caso. Sin embargo, al final debe quedar claro que todo lo anterior gira alrededor del concepto central y por tanto imprescindible de esta Tesis: la elección de la base adecuada.

Desde las primeras secciones, se vio que la única diferencia entre la interpolación de Lagrange y la de Newton es la base elegida para expresar el polinomio que interpola la función o los datos dados, y dependiendo de las circunstancias una facilita el trabajo y la otra lo complica. En esos mismos detalles reside la gran importancia del método expuesto en el Capítulo 4: la conveniencia de trabajar con bases espectrales en vez de con cualquier otra base en casi todos los casos le otorga una preeminencia única. La razón de este hecho se encuentra en lo simple que resulta calcular una base espectral, en especial mediante la relación expuesta en la Sección 4.1, ya que en esencia lo único que se necesita hacer es invertir una matriz numérica. Cuando se desea interpolar una función sin considerar valores de la derivada, los métodos de Lagrange y las bases espectrales no difieren mucho en sencillez; lo mismo pasa con la interpolación osculatoria. No obstante, en cuanto se empiezan a tomar en cuenta derivadas de más alto orden, el método clásico de Hermite se complica rápidamente. Esto no sucede al calcular los nilpotentes e idempotentes que conforman la base espectral, puesto que todo se sigue reduciendo a trabajo con matrices.

A pesar de todo lo anterior, se había mencionado en la introducción que los mayores beneficios de esta técnica no iban a estar en la interpolación de Hermite tradicional, sino que habría que esperar a considerar las posibilidades de generalización que brinda la estructura de idempotentees y nilpotentes. En efecto, la construcción estándar del método hermitiano no hace albergar muchas esperanzas de poder extender los conceptos al caso en que se tiene una infinidad de nodos. El enfoque alternativo de las bases espectrales, como se pudo ver en la Sección 4.3, permite tal extensión; no solo eso, sino que además lo hace de una manera bastante accesible en cuanto a los algoritmos empleados, como se pudo apreciar en los ejemplos presentados de este tema. También es de resaltar que en esta generalización se matiene el principio de poder ajustar el orden de las derivadas que coinciden con la función a interpolar, tan solo con elevar la función que proporciona los nodos a la potencia deseada.

Por último, vale la pena mencionar que esta no es la única aplicación de las bases espectrales ni mucho menos. Al iniciarse en el estudio de estas interesantísimas estructuras, es difícil siquiera imaginarse la extensión de los temas para los cuales pueden ser utilizadas. El método de la interpolación de Hermite con bases espectrales es sólo un ejemplo de aplicación, entre los que se cuentan la interpolación en varias dimensiones, algunos temas sobre operadores lineales como los polinomios característicos y el álgebra geométrica.