

Capítulo 1

Introducción

Creencias, estados de creencia, cómo ocurren las modificaciones a tales estados y las creencias que racionalmente pueden inferirse a partir de los estados, son conceptos teóricos que interactúan en sistemas que pretenden dar su propia explicación del fenómeno llamado *dinámica de creencias*¹. En filosofía y ciencias computacionales, el estudio de la dinámica de creencias consiste en crear sistemas de representación de estados de creencia² y especificar la dinámica que rige la transición de cierto estado de creencia a otro [2, 1]. Al campo de estudio de la dinámica de creencias también se le conoce como *revisión de creencias*, *teoría del cambio de creencias*, *dinámica de creencias*, entre otros nombres [2].

Dentro del área de la revisión de creencias existen varias teorías o modelos que, siguiendo ciertos criterios o principios, dictan lo que en cada una constituye la dinámica de creencias [2, 1, 3]. El desarrollo de diferentes modelos tiene consecuencias tanto teóricas como prácticas, en filosofía y en ciencias computacionales: la dinámica de creencias permite explicar el concepto de *causalidad* y la semántica de las *proposiciones condicionales* [1, 4]; el problema de actualizar bases de datos lógicas se encuentra fuertemente relacionado con la dinámica de creencias [1, 2].

La teoría dominante de revisión de creencias en las ciencias computacionales es la que propusieron Alchourrón, Gärdenfors y Makinson [2]. La teoría o modelo AGM de revisión de creencias asume un sistema de representación de estados de creencia por medio de conjuntos consistentes de fórmulas de un lenguaje formal cerrados bajo consecuencia lógica y que la lógica subyacente para hacer inferencias es supraclásica [5, 1]. Esta teoría gira en torno a definir tres operadores de cambio de creencias, que son la

¹Como en [1].

²Incluyendo en el sistema de representación una explicación de lo que es una creencia y cuáles inferencias pueden hacerse.

especificación de su dinámica de creencias: *expansión*, *contracción* y *revisión* [5, 1]. Definir el primero de ellos es trivial, mientras que para los otros dos es necesario realizar un proceso más elaborado. El problema de describir tales dos operadores es dividido en dos fases para cada uno: la enunciación de un conjunto de postulados de racionalidad³ y la elaboración de construcciones que sean equivalentes con las condiciones que imponen los postulados⁴ [5]. Se puede demostrar que ambos conjuntos de postulados, de contracción y revisión, son equivalentes utilizando dos identidades: la *identidad de Levi* y la *identidad de Harper* [5, 1]. Tal equivalencia significa que un operador de contracción puede ser obtenido a partir de un operador de revisión y viceversa, usando las mismas dos identidades [5, 1].

El concepto de *lógica* es fundamental en el modelo AGM, dada la representación de estados de creencia mediante conjuntos de fórmulas consistentes y cerrados bajo una relación de consecuencia lógica [1]; podemos explicar tal concepto filosófico y matemático, muy breve e inexactamente, como *formas particulares de hacer inferencias*. A pesar del énfasis puesto en lógica clásica en esta teoría, en el sentido de que se desarrolla sin hablar de la posibilidad de cambiarla por otra lógica, existen otras que son interesantes en ámbitos computacionales dado que permiten modelar ciertas inferencias que no son posibles bajo el pensamiento clásico. Entre tales lógicas no clásicas se pueden encontrar las *paraconsistentes* (una contradicción no trivializa una teoría [6]) y las *intermedias* (que básicamente rechazan el principio del medio excluido [7]); de la primera familia se pueden mencionar la *lógica paraconsistente de tres valores* y G'_3 , mientras que en la segunda familia están la *lógica intuicionista* y G_3 [8, 9].

1.1. Descripción del problema

Ante la existencia de lógicas no clásicas, un camino natural para el desarrollo de la teoría AGM es hacia manejar una variedad de lógicas diferentes dentro de su sistema de representación de creencias; sin embargo, existe una relativamente poca cantidad de trabajos que tratan de lograr esto. A partir de ello es que surge un interés teórico por contribuir a llevar la teoría AGM a lógicas no clásicas: cambiar la lógica subyacente en el sistema de representación de creencias mientras se mantiene sin o con muy pocos cambios la definición de sus tres operadores de cambio de creencias. Y ya que hay aplicaciones interesantes de las lógicas paraconsistentes e intermedias (como en [10, 11]),

³Divididos en postulados *básicos* y *suplementarios*.

⁴Equivalentes en el sentido de que siendo $*$ la construcción para un operador, se tiene en efecto el operador deseado (de revisión o contracción) si y sólo si satisface ciertos postulados.

hace automáticamente su aparición la necesidad teórica particular de descubrir si la teoría AGM puede, en ese mismo sentido, funcionar reemplazando a la lógica clásica con lógicas de tales familias; especialmente interesantes son la lógica paraconsistente de tres valores, la lógica intuicionista, G_3 y G'_3 .

Para investigar si en la teoría AGM puede reemplazarse la lógica subyacente por alguna lógica no clásica, se puede (i) asumir que la lógica no clásica deseada forma parte del sistema de representación de creencias, y luego (ii) demostrar que se mantienen las condiciones originales de la teoría; tales condiciones son, (a) la racionalidad de las características de la especificación de los operadores⁵ y de las identidades que los relacionan, y (b) las múltiples relaciones de implicación entre elementos de la teoría⁶. Siguiendo estos pasos para la investigación, luego de asumir alguna lógica no clásica, para demostrar las condiciones originales es posible: (i) elegir una forma de especificación de los operadores (postulados o construcciones); (ii) verificar que los operadores definidos por la especificación elegida tienen características racionales bajo la lógica asumida; (iii) demostrar las relaciones de implicación que existen en la teoría AGM original entre los elementos de la especificación elegida; (iv) encontrar la otra especificación (racional) para los operadores y demostrar su equivalencia entre ambas especificaciones; finalmente, (v) demostrar cualquier otra relación de implicación que hiciera falta.

Ya que los postulados son precisamente la codificación de las características que racionalmente se esperan de un operador, consideramos que son la especificación de los operadores que debe estudiarse primero. Luego de comprobarse la racionalidad de los postulados originales en una lógica no clásica, sería necesario demostrar que siguen siendo válidas las relaciones de implicación originales entre postulados. Ya que existen varias de ellas en la teoría AGM contando solamente las relaciones de implicación entre postulados, debe hacerse la elección de cuáles relaciones de implicación demostrar primero. Consideramos que se debe comenzar estudiando las relaciones de implicación que existen entre los postulados suplementarios cuando se asume la *identidad de Levi* por ser un problema teóricamente interesante; esto en el sentido de que su relación de equivalencia⁷ requiere en la teoría AGM demostraciones que demandan varias asunciones sobre la lógica subyacente, mientras que la equivalencia entre los postulados básicos

⁵Es decir, la racionalidad de los postulados y de las construcciones.

⁶*Relación de implicación* en el sentido de que un elemento de la teoría, tal vez junto con algunas otras asunciones que se hacen en la misma teoría, es suficiente para deducir algún otro elemento. Por ejemplo, es posible demostrarse, asumiendo la *identidad de Levi* y que la lógica subyacente es clásica, que si un operador de contracción \div satisface todos los postulados de contracción básicos, el operador de revisión obtenido a partir de \div por medio de *Levi* satisface los postulados básicos de revisión (véase teorema 4.11 en la página 75).

⁷Por *relación de equivalencia* queremos decir que existen dos relaciones de implicación que permiten afirmar que un elemento de la teoría es el caso si y sólo si otro elemento de la teoría es el caso.

requiere (como veremos en la subsección 4.3.3.3) mínimas asunciones sobre la lógica de la teoría.

Volviendo entonces al problema de descubrir si la teoría AGM funciona con las lógicas paraconsistente de tres valores, intuicionista, G_3 y G'_3 , consideramos que para contribuir a resolverlo se debía resolver primero el problema que se enuncia como:

¿Es válida la equivalencia entre los postulados de revisión y de contracción suplementarios de la teoría AGM, por medio de la *identidad de Levi*, asumiendo que se reemplaza a la lógica clásica por alguna de las lógicas paraconsistente de tres valores, intuicionista, G_3 o G'_3 en el sistema de representación de creencias?

1.2. Objetivos

Para resolver el problema se creó un proyecto de investigación cuyos objetivos fueron los siguientes.

1.2.1. Objetivo general

Estudiar bajo qué condiciones las relaciones de implicación originales entre los postulados AGM suplementarios de contracción y revisión, que se demuestran asumiendo la *identidad de Levi*, son válidas en el contexto de la lógica intuicionista, paraconsistente trivaluada, G_3 y G'_3 .

1.2.2. Objetivos específicos

Se consideró adecuado fijar algunos objetivos específicos adicionales a aquellos que solamente contribuyeran a alcanzar el objetivo general; esto porque consideramos importante la existencia de difusión de problemas teóricos de actualidad entre la comunidad estudiantil.

1. Encontrar, estudiar y aislar condiciones suficientes para que las relaciones de implicación sean válidas bajo cada una de las lógicas mencionadas en el objetivo general.
2. Siempre que el objetivo anterior no se cumpliera, documentar toda información relevante sobre la investigación realizada y proponer (a manera de problema abierto) condiciones adicionales que pudieran permitir la validez de las relaciones de implicación.

3. Que los resultados obtenidos se plasmaran de manera accesible para el estudiante de licenciatura de sistemas computacionales, matemáticas y áreas afines.
4. Aplicar y documentar técnicas de investigación por computadora.

1.3. Alcances

Los alcances del proyecto, que restringen y dan forma al trabajo realizado, fueron los siguientes.

1. Toda relación de implicación entre los postulados AGM debía ser analizada suponiendo como lógica subyacente cada una de las siguientes lógicas: *lógica intuicionista*, *paraconsistente trivaluada*, G_3 y G'_3 .
2. Por lo menos cuatro relaciones de implicación, las que son posibles entre los postulados suplementarios al asumir la *identidad de Levi*, debían ser analizadas:
 - a) Las dos posibles entre los postulados (+7) y (-7).
 - b) Las dos posibles entre los postulados (+8) y (-8).
3. No se intentarían contra-demostraciones en aquellos casos en los que una prueba para la relación de implicación no fuera encontrada.
4. Al analizar si una fórmula dada es un teorema de cierta lógica, bastaría usar y apelar a software y técnicas conocidas⁸ para resolver tal problema decidible.

1.4. Diseño de la investigación

En vista de la falta de referencias relevantes que indiquen cuál es el estado de la teoría AGM bajo las lógicas *intuicionista*, *paraconsistente trivaluada*, G_3 y G'_3 , para alcanzar los objetivos del proyecto se decidió diseñar una investigación *matemática* de tipo *exploratoria* con la siguiente metodología:

1. Revisar el estado del arte del campo de la revisión de creencias, en particular del modelo AGM.
2. Revisar el estado del arte de las lógicas no clásicas pertinentes, sus teorías formales y propiedades.

⁸Tablas de verdad en conjunto con teoremas de validez y completez.

3. Recuperar demostraciones relevantes sobre las relaciones de implicación entre los postulados suplementarios.
4. Detallar las pruebas originales y *aislar las hipótesis* de cada prueba de forma tal que permita compararlas en el paso siguiente; por *aislar las hipótesis* queremos decir que, para cada una de las hipótesis que aparecen en los pasos de las demostraciones originales, se encuentran condiciones suficientes de la lógica subyacente (como son axiomas o características del sistema de prueba en el que se expresa la lógica) o de los postulados AGM que permitan deducir tales hipótesis. Al aislar las hipótesis se facilita descubrir si, junto con algunas asunciones sobre las características de algún operador AGM, bajo cierta lógica una misma demostración de una relación de implicación es válida o no, porque las hipótesis de la demostración se reducen a características de la lógica.
5. Comparar y, de ser posible, modificar y verificar las hipótesis aisladas en el paso anterior de tal forma que la demostración original utilice solamente propiedades de las lógicas de interés.
6. De completarse el paso anterior, formular teoremas que enuncien el resultado obtenido.

1.5. Estructura del documento

El trabajo realizado para alcanzar los objetivos y la resultante tesis del proyecto se presentan de acuerdo a la siguiente estructura:

Capítulo 2. En él se introducen los conceptos y convenciones generales que tienen atinencia en el resto del trabajo y forman la mayor parte del marco conceptual del marco teórico. Se establecen las bases que soportan los tres conceptos fundamentales de *relación de consecuencia, lógica y teoría formal*.

Capítulo 3. Aquí se contextualizan y presentan las lógicas establecidas por el objetivo general. En la exposición de las lógicas se hace énfasis en su motivación filosófica, histórica y práctica para hacer ver su utilidad, motivar el interés del lector y cumplir la función didáctica de la obra. Además, se extiende el marco conceptual introduciendo el concepto de *matriz lógica*⁹.

⁹Que es de hecho la formalización de lo que usualmente se conoce como *tablas de verdad*.

Capítulo 4. Se introducen los dos objetos de estudio principales del campo de la dinámica de creencias. Posteriormente se presenta la teoría más popular de esta área, el modelo AGM, como una teoría de dinámica de creencias particular: se exponen sus partes más importantes y se hace énfasis en los postulados de racionalidad que rigen el comportamiento de los operadores de cambio de creencias de revisión y contracción. Completamos el marco teórico mencionando algunos otros modelos y también algunas de las aplicaciones del estudio de los cambios de creencias.

Capítulo 5. En éste enunciamos nuestra tesis y los resultados que la soportan. El razonamiento que se siguió para obtener la tesis se expone en dos partes: primero presentamos las hipótesis que fueron aisladas de demostraciones existentes y luego las pruebas de los teoremas que forman parte de la tesis.

Capítulo 6. La evaluación de los resultados y trabajo a futuro se presentan aquí. Se evalúa su aportación y relevancia de la tesis; además se plantean algunas posibles soluciones que permitan alcanzar los objetivos particulares y finalmente llegar al objetivo general en proyectos posteriores.