

Apéndice A

Apéndice A. Simulación de Sistemas

El término sistema se ha utilizado regularmente con diversos significados, lo que ha implicado que se dificulte la definición de esta palabra; Sin embargo, podemos definir el término sistema como un conjunto de cosas que se relacionan de manera ordenada entre sí para contribuir a la solución de un objeto determinado. Se puede pensar que ésta es una definición muy sencilla, pero nos da una visión general a lo que se refiere el enfoque sistemático, el cual se puede interpretar como la contemplación del todo y no las partes de forma aislada (Barceló, 1996).

Por otra parte el término simulación se define como: "El proceso de diseñar un modelo de un sistema real y llevar a cabo experiencias con el mismo con la finalidad de comprender el comportamiento del sistema o de evaluar nuevas estrategias dentro de los límites impuestos por un criterio o conjunto de ellos, para el funcionamiento del sistema" (Shannon, 1988).

A.1 Simulación en confiabilidad

Formalmente, como ya se mencionó en el capítulo III de este documento, la confiabilidad es la condición de probabilidad que se le da a un sistema de interactuar correctamente sin fallos y satisfacer los requerimientos durante un intervalo de tiempo $[0,t]$ cuando es usado de una manera y para el propósito que tiene la operación bajo

diferentes medios ambientes que contienen diferentes niveles de estrés. Existen algunos conceptos que se utilizan como parámetros para obtener el éxito en la simulación de un proyecto (Jonson y Malek, 1988):

- **Disponibilidad instantánea:** Es la probabilidad que tiene un sistema de realizar correctamente sus actividades en un tiempo determinado.
- **Disponibilidad de estado constante:** Es la probabilidad que un sistema tiene de asegurar su operación en un tiempo, el cual será “random”, y se expresa como la fracción prevista del tiempo de que un sistema es operable durante el periodo de tiempo que se le requiera.

Otros conceptos que ya fueron definidos en el capítulo II y que se utilizan en los procesos de simulación de sistemas son: confiabilidad, disponibilidad y reparación. Todos estos términos definen el modelo básico usado en la evaluación de herramientas de los sistemas que pueden llegar a ser reparables o no reparables. Un sistema reparable es aquél que si en algún momento llega a fallar, éste será reemplazado o reparado dependiendo de la naturaleza del elemento en cuestión. En cambio, un sistema no reparable, se centraliza en el hecho de si el sistema llega a fallar, tardará mucho tiempo o simplemente será imposible la recuperación de este sistema. La evaluación de herramientas implica el uso de múltiples tipos de modelos, los cuales se utilizan para resolver un problema y mantener información en base de datos que posteriormente no tendrá que ser recalculada.

Ahora definamos el significado de un modelo, lo cual es una abstracción de diferentes suposiciones sobre el comportamiento de los sistemas y en las cuales se muestra la relación matemática o lógica que existe entre los modelos. Si se obtienen datos que sean entradas suficientemente simples, entonces se permite la solución de los modelos de manera analítica, mientras mas realidad se va añadiendo, las soluciones pueden llegar a ser intratables y la simulación nace como una opción razonable para determinar las características de operación del modelo.

Para llevar a cabo la simulación de un modelo, es necesaria la construcción de éste, es decir una representación manipulable matemáticamente: Comienza por la creación de un modelo conceptual del sistema, cuyas etapas de construcción se muestran en la figura 4.1 (Barceló, 1996). El proceso de construcción de un modelo implica:

- Identificación de las entidades principales del sistema y de sus atributos característicos.
- Identificación y representación de las reglas que gobiernan el sistema que se quiere simular.
- Captar la naturaleza de las interacciones lógicas del sistema que se modela.
- Verificación de que las reglas incorporadas al modelo son una representación válida de las del sistema que se modela.
- Representación del comportamiento aleatorio.

Existen diferentes tipos de modelos que se pueden utilizar para la simulación de datos, algunos tipos de modelos que se tratarán en ésta sección son los siguientes (Jonson y Malek, 1988):

Dependiendo de las entradas que el sistema reciba:

- Tasa de costo de reparación, servicio y tiempo.

Por el comportamiento que realiza el sistema (Cancela, 2000)

- Método de Monte Carlo
- Cadenas de Markov

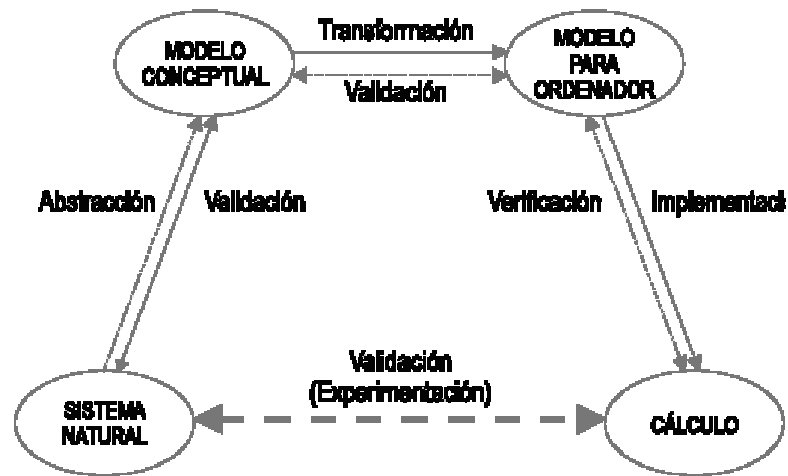


Figura A.1 Etapas de la construcción de un modelo (Barceló, 1996).

Describiendo las etapas en la construcción de un modelo tenemos que un sistema natural es aquel que realiza sus cálculos matemáticos de manera simple, un modelo conceptual es aquel que toma al sistema natural para definir sus cálculos de manera abstracta, a su vez valida las entradas y salidas que se puedan tener, un modelo para ordenador es aquel que se modifica para poder procesarlo a través de una computadora.

En las etapas anteriormente descritas se tiene que tomar en cuenta que ningún modelo es mejor que las hipótesis que encierra. Traducir cualquier modelo a un modelo específico para procesarlo en la computadora consiste en poder representar el modelo conceptual mediante un lenguaje apto al problema específico en cuestión. Regularmente se han utilizado muchos tipos de modelos en el análisis de sistemas, para el propósito que nos interesa, en esta descripción vamos a considerar únicamente los modelos matemáticos, los cuales son la representación formal que pueden ser entendidos por una computadora.

En un modelo matemático las entidades de un sistema y sus atributos se representan mediante variables matemáticas, clasificadas en variables de control y variables no controlables, según los valores que puedan tomar puedan ser el resultado de una decisión o también puede que vengan determinados por las características del propio sistema. Las actividades que cambian el estado del sistema se describen por medio de funciones matemáticas que interrelacionan las variables.

A.2 Tasa de costo de reparación, servicio y tiempo

En el momento que un sistema es designado a reparación existen tres importantes parámetros que intervienen para estimar su costo. Los parámetros de los cuales dependen son:

1. El número de reparaciones que van a hacer efectuadas.
2. Las horas utilizadas en el servicio.
3. El costo de las partes requeridas para su mantenimiento.

Estos parámetros son usados para calcular el costo de servicio por la empresa que va a realizar el mantenimiento. Las acciones de reparación que se pueden dar en un mes para un sistema son representadas por:

$$RA_{\text{imes}} = A(i) \lambda(i) + G(i), \text{ donde} \quad (1)$$

Donde:

i = Mes actual

$A(i)$ = Composición de varios factores de la aplicación

$\lambda(i)$ = Tiempo variante de la tasa de falla

$G(i)$ = Numero de veces que se realiza un ajuste para corregir una condicion de fallo + el numero de veces que no se localiza el problema

El total de las reparaciones para la vida de un sistema se calculará de la siguiente manera:

$$RA_{\text{vida}} = \sum_{i=1}^z RA_{\text{imes}}, \text{ donde} \quad (2)$$

Z = Número de meses de vida del sistema

El significado total de la acción de reparación por mes para la vida de un sistema se calculan:

$$RA_{\text{Total/Mes}} = \frac{1}{Z} RA_{\text{vida}} \quad (3)$$

Existe mucha similitud entre el cálculo del costo de reparación y la tasa de fallas, pero bajo ciertas condiciones, podrían llegar a ser las mismas.

A.3 Método Monte Carlo

El método de Monte Carlo es un método que se basa en un modelo de redes, este método puede otorgar una estimación de las medidas de confiabilidad. El empleo de este método se utiliza para la estimación de los parámetros de confiabilidad y se basa en la idea de generar una muestra aleatoria que corresponda al tamaño que se encuentra en el vector(N) del estado(X) que se está utilizando (índice $R_k(G)$). El mecanismo que genere tales muestras, tendrá que llegar a ser capaz de producir variables aleatorias de diferentes tipos, las cuales pueden ser continuas o discretas.

Formalmente, estimamos $R_k(G)$ con el estimador sin sesgo $WY(G)$ que se encuentra dado por:

$$WY(G) = \frac{1}{N} \sum Y^{(i)} = \frac{1}{N} \sum \Phi(X^{(i)}), \text{ donde} \quad (4)$$

$X(i)$ = Vector aleatorio con componentes independientes entre sí

N = Tamaño del vector

$WY(G)$ = Estimador sin sesgo

La calidad de la desviación se evalúa, mediante el cálculo de intervalos de confianza, cuya amplitud es proporcional a la varianza del estimador, la cual es:

$$\text{Var}(WY(G)) = \text{Var}\left(\frac{\Phi(X^{(i)})}{N}\right) = \frac{R_k(G(1-R_k))}{N}, \text{ donde} \quad (5)$$

$R(k)$ = Es el índice deseado

y un modelo no sesgado se define de la siguiente manera:

$$V = \frac{1}{N(N-1)} \sum (Y^{(i)} - WY(G))^2 = WY(G) \frac{(1 - WY(G))}{N-1} \quad (7)$$

El algoritmo de simulación consiste en repetir N veces de manera independiente, lo siguiente:

Tomar una muestra de cada variable para formar una muestra del vector del estado X. Se emplea un algoritmo en el cual el más profundo es el que se va a buscar, para checar si los nodos terminales K están conectados entre sí en el subgrafo resultante G. El problema de Monte Carlo estándar es de tamaño N de la muestra requerida lo cual es muy grande cuando la red es altamente confiable.

Existen métodos de reducción recursiva de la varianza que garantizan una varianza menor a la del método de Monte Carlo estándar y se basan en el estudio recursivo de un procedimiento de partición.

A.4 Modelos Markovianos

El modelo de Markov es un tipo especial de procesos estocásticos de tiempo discreto. Un modelo estocástico es simplemente una descripción de la relación que existe entre sus variables aleatorias (Winston, 1991). El modelo de Markov se utiliza para comprobar la probabilidad condicional de ocurrencia de un evento en un intervalo de tiempo Δt , el cual es constante. Así pues la distribución de la probabilidad es una ocurrencia exponencial la cual se utiliza para realizar la simulación de fallas que viene fuertemente ligada con obtener diferentes muestras de confiabilidad.

Una manera general de poder ver a un modelo de Markov es aquella que se caracteriza por el desarrollo secuencial mediante dos parámetros probabilísticas (Borray, Páez y Wilches, 2001):

- La secuencia de los desarrollos
- El tiempo entre desarrollos sucesivos.

Estos dos parámetros se pueden representar con los conceptos transición y tiempo de permanencia en el estado. Se dice que un proceso es de Markov cuando verifica la propiedad de Markov: la evolución del proceso depende del estado actual y del próximo, y no de anteriores o posteriores.

Un sistema multicomponente con fallas y reparaciones, es aquel que contiene un espacio de estados, el cual se divide en dos conjuntos O y F. El conjunto seleccionado como O es aquel conjunto en el cual los estados del sistema están operando y el conjunto F son los estados del conjunto que se encuentran en estado de falla. Existen diferentes tipos de estados dentro de una cadena de Markov, los estados que puede comprender una cadena son:

- **Estados recurrentes:** estados en los cuales se tiene una probabilidad de mayor a cero de volver al estado
- **Estados transitorios:** estados en los cuales se tiene una probabilidad mayor a cero también pero de nunca volver al estado.

Este sistema se representará a través de una cadena de Markov de tiempo continuo uniforme $X = \{X_t, t \geq 0\}$. Denotamos por $S = O \cup F$ el espacio de estado de X . Las principales medidas de seguridad de funcionamiento de los sistemas más multicomponentes son (Cancela, 2000):

- Disponibilidad instantánea A_t , probabilidad de que el sistema se encuentre en estado operativo en el instante t : $A_t = \text{Prob}(X_t \in O)$.
- Disponibilidad esperada, fracción del intervalo $[0, t]$, en el cual el sistema se encuentra operativo: $E(D_t) = \frac{1}{t} \int_0^t A_s ds$
- Confiabilidad R_t en el instante t , probabilidad de que el sistema este operativo durante todo el período $[0, t]$: $R_t = \text{Prob}(X_s \in O, s \in [0, t])$
- Disponibilidad asintótica $D_\infty = \lim_{t \rightarrow \infty} \frac{D_t}{t}$, es el limite, cuando $t \rightarrow \infty$, del porcentaje de tiempo que el sistema se encuentra en buen funcionamiento.

Ahora bien, en el caso de la simulación de modelos que son altamente confiables, el problema que se encuentra fundamentalmente es por el hecho de que el tiempo de pausa en el estado inicial del sistema suele ser mayor que el intervalo que fue considerado $[0, t]$, luego entonces la cadena permanecerá en el estado inicial durante todo un intervalo en la mayoría de los experimentos, lo consiguiente nos lleva a que solamente se obtendrán estimaciones aceptables si se realiza un numero alto de repeticiones. Esto significa que para que la simulación nos proporcione una muestra aceptable al cabo de un numero razonable de transiciones t debe de ser más grande el tiempo de pausa del estado inicial.

A.5 Simulación de la Confiabilidad en el Software.

En la propuesta original de esta tesis se intentaba realizar la creación de un programa que simulara un sistema que nos arrojara diferentes tipos de datos. Los datos iban a ser procesados y con esto se lograría poder utilizar las diferentes métricas que se investigaron. El problema surgió al momento de empezar a realizar la investigación de cómo poder realizar esta simulación de datos ya que su complejidad sobrepasaba los límites que se tenían pensados al momento de realizar esta tesis por lo cual solamente se realizó una investigación de algunos métodos existentes para realizar la simulación