

## Capítulo 6. Descripción de fuerzas involucradas en el sistema.

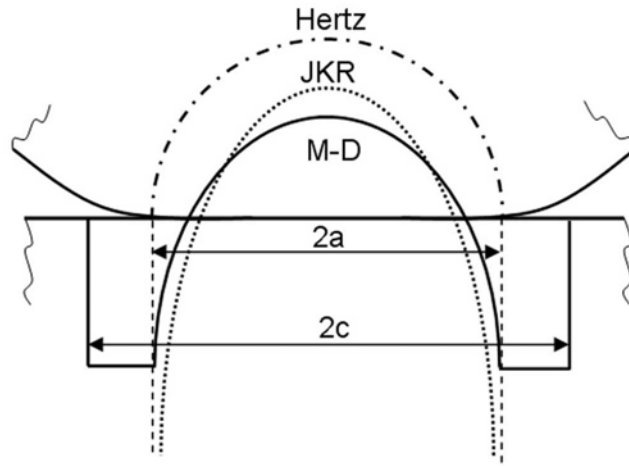
### 6.1 Fuerzas Intermoleculares y de Superficie

En la naturaleza, se tiene establecido que existen cuatro diferentes tipos de fuerzas, las cuales radican en la forma en la que disminuye la intensidad de interacciones ya sean fuertes o débiles, la que esta relacionada con fuertes tipos de interacciones, las relacionadas con fuerzas electromagnéticas, y la fuerza de gravitación. Las fuerzas relacionadas para nuestro tema de tesis se encuentran englobadas en el ambiente de trabajo de los átomos y las moléculas mismos que se resumen o son encabezados en la categoría de fuerzas electromagnéticas.

Las fuerzas de cohesión encontradas en los átomos de una molécula son generadas debido a la vinculación química entre los mismos y son conocidas también como fuerzas intermoleculares.

Dentro de estos sistemas, las fuerzas involucradas en estos dispositivos son las de **Van der Waals**, fuerzas de contacto de **Derjaguan - Muller-Toporov Hertz**, **Fuerzas Capilares**, **Amortiguamiento Histérico** y **Viscoso**, y también la **Fuerza Elástica** de la micro viga.

A continuación mostraremos de manera esquemática las consideraciones visuales de selección de rangos de las fuerzas anteriormente citadas, dependiendo del radio de contacto entre las superficies involucradas.

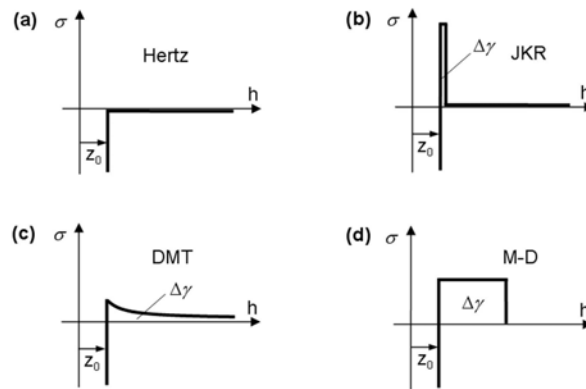


Distribución de contacto debido a la presión ejercida pro superficies.

Models	External load	Pull-off force
Hertz	$P = 4E^*a^3/3R$	$F^I = 0$
JKR	$P = 4E^*a^3/3R - \sqrt{8\pi\Delta\gamma E^*a^3}$	$F^f = \frac{3}{2}\pi R\Delta\gamma$
DMT	$P = 4E^*a^3/3R - 2\pi R\Delta\gamma$	$F^f = 2\pi R\Delta\gamma$
M-D	$P = 4E^*a^3/3R - 2\sigma_{th}d[a\sqrt{c^2 - a^2} + c^2 \sec^{-1}(c/a)]$	$F^f \in (\frac{3}{2}\pi R\Delta\gamma, 2\pi R\Delta\gamma)$

Diferencia de parámetros utilizados para cada caso dependiendo del rango de trabajo.

Esencialmente, la diferencia entre estas teorías se puede atribuir a las leyes de separación que rigen los esfuerzos encontrados en los diferentes modelos. La siguiente figura muestra lo anterior aplicable a los modelos de Hertz, JKR, DMT.



Esfuerzos des separación aplicado en los modelos los respectivos modelos ya mencionados.

## 6.2 Fuerza de atracción electrostática – en posición inicial

$$F_E = \frac{\xi \xi_0 A V^2}{2 \left( g_0 + \frac{t_d}{\xi_r} \right)^2} \quad (6.1)$$

$\xi = 1$  Para  $g \neq 0$ ,

$\xi = 0.4 - 0.8$  Para  $g = 0$

En donde  $\xi$  denota la reducción de la capacitancia debido a la rugosidad generada entre la interfaz del metal y el dieléctrico generada. En nuestro ejemplo como no hay contacto entonces  $\xi = 1$ ,  $V_0$  es el voltaje aplicado entre la viga y el electrodo unido a la misma,  $g_0$  es la distancia entre los dos electrodos,  $d$  es la distancia entre los dos contactos,  $A$  es el área del electrodo,  $\xi_0$  es la permisividad del espacio libre,  $t_d$  y  $\xi_r$  es el espesor, y la constante dieléctrica relativa de la capa dieléctrica. Los switches en los Sistemas Micro Electro Mecánicos usan un  $t_d = 0.1 - 0.2 \mu\text{m}$  entre la capa dieléctrica de la viga y el electrodo unido a ella previendo con esto corriente directa aislada cuando el switch actúa en la posición de contacto entre los dos electrodos.

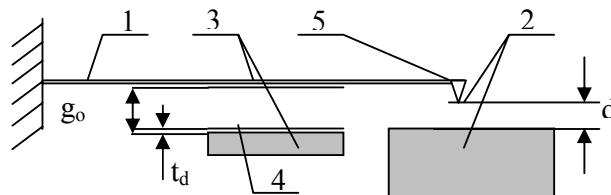


Fig. 4 Modelo Mecánico Viga en Cantilever

### 6.3 Fuerza de Van der Waals

La fuerza de Van der Waals esta relacionada con tres tipos diferentes de contribución entre moléculas denominadas como polares:

- ✚ Fuerza proveniente de la orientación de elemento.
- ✚ Fuerza inductivas.
- ✚ Fuerzas de dispersión

La fuerza proveniente de la orientación del elemento es la interacción de dos dipolos permanentes que depende de su orientación relativa.

Las fuerzas repulsivas se encuentran dentro de una gama mucho más reducidas que las referentes a las de atracción.

Su origen físico se relaciona con el principio de Pauli: “*cuando las nubes electrónicas que rodean los átomos comienzan a traslaparse, la energía del sistema aumenta precipitadamente*”. Los tres potenciales más comunes son el potencial de la esfera, el potencial inverso de la energía, y el potencial exponencial.

La interacción entre el palpador y una superficie plana, esta dada por el modelo **DMT**:

$$F_{DMT} = \frac{HR}{6(d-x)^2} \quad \text{Para } d-x > a_0 \quad (6.2)$$

En donde H es la constante de Hamaker,  $a_0$  es la distancia intermolecular, d es la distancia entre el palpador y la superficie, **d-z** es la distancia instantánea entre el palpador y la superficie. Cuando el palpador esta en contacto con la muestra entonces:

$$F_{DMT} = \frac{HR}{6a_0^2} - \frac{4}{3} E^* \sqrt{R} (x-d+a_0)^{3/2} \quad \text{Para } d-x < a_0 \quad (6.3)$$

## 6.4 Fuerza de amortiguamiento

Los switches de frecuencia radial operan a presión atmosférica y el amortiguamiento generado entre por la presión y la película se introduce; el amortiguamiento de un plato rectangular puede derivarse de la linearización de una película de gas compresible de Reynolds.

En donde  $A_c$  es el área de la viga en cm<sup>2</sup>,  $\mu$  es el coeficiente de viscosidad; el cual en condiciones normales de temperatura y presión  $\mu = 1.85 \text{ kg/ms}$ . La relación que aparece en la ecuación 6.4 da en cambio un amortiguamiento mayor.

$$\frac{3\mu A_c^2}{2\pi b^3} \quad (6.4)$$

En la literatura hay datos de que el factor de calidad  $Q$  en el vacío toma magnitudes que oscilan en un rango de entre 30-150. Con aire de por medio puede tomar una magnitud de 0.5, lo que quiere decir que el amortiguamiento es mayor  $\xi \cong 1$ , para poder realizar un decremento en el mismo factor se fabrican unos huecos en la viga.

El factor de calidad  $Q = \frac{1}{2\xi} = \frac{k}{\omega_0 b}$ , la razón de amortiguamiento  $\xi = \frac{c}{c_r} = \frac{c}{2m\omega_0}$ . En

el modelo asumimos que la viga en la parte posterior del electrodo unido a ella, es perfectamente plana; con esto si el coeficiente  $c$  es conocido entonces la fuerza de amortiguamiento viscoso es:

$$F_d = -c\dot{x} \quad (6.5)$$

$$F_d = -2\xi m\omega_0 \dot{x} \quad (6.6)$$

## 6.5 Fuerza Capilar

La capilaridad esta íntimamente relacionada con la adhesión, cohesión y tensión superficial, la acción capilar depende fuertemente de las propiedades de los líquidos y sólidos así como también del vapor. En el modelo se asume que una capa muy delgada y mojada, de espesor  $t_1$  cubre el palpador.

Si la distancia  $d-x$  entre el palpador y la muestra, se convierte en una magnitud menor a  $2t_1$ , aparece una fuerza de atracción. La fuerza inducida por una viga líquida por la multiplicación del incremento de presión de Laplace por el área inmersa en el líquido.

$$F_c = A_1 \Delta p \quad (6.6)$$

En donde se asume que la curvatura del menisco es esférico; para superficies hidrofílicas (superficie y palpador) de materiales idénticos, tenemos:

$$F_c = 4\pi\gamma R_c \quad (6.7)$$

Donde  $\gamma$  es la energía entre capas y  $R_c$  es el radio de curvatura del menisco. Para una superficie cubierta por agua  $\gamma = 72 \text{ mN /m}$ .

Para esto se considero que la fuerza capilar es asimétrica para aprovechar el movimiento de regreso de la viga con respecto a la superficie.

Es muy difícil definir el fenómeno de amortiguamiento en el sistema, por que existen dos tipos de amortiguamiento:

- ✚ Amortiguamiento por Histéresis.
- ✚ Amortiguamiento debido al aire.

La magnitud exacta de ambas solo se puede definir de forma experimental debido a que están involucrados varios factores como el ambiente de trabajo, si se encuentra el dispositivo al vacío o si el medio es viscoso o seco.

En nuestro modelo ocupamos un equivalente coeficiente de viscosidad de amortiguamiento que oscila en una razón de amortiguamiento  $\varepsilon = 0.1$  ó  $0.15$  esperando que la magnitud se acerque lo mas posible a la realidad.

## 6.6 Fuerza de elasticidad

La constante del resorte de la viga en cantilever es:

$$k = \frac{3EI}{(1-\nu^2)L_b^3} = \frac{Ew_b}{4(1-\nu^2)} \left(\frac{t_b}{L_b}\right)^3 \quad (6.8)$$

En donde  $t_b$  es el espesor de la viga,  $w_b$  es el ancho,  $L_b$  es la longitud de la viga en cantilever,  $E$  es el modulo de Young y  $\nu$  es la razón de Poison. La fuerza elástica para  $xL_b \ll 1$

$$F_s = -kx \quad (6.9)$$

Para la viga doblemente empotrada tenemos que la rigidez esta gobernada por:

$$k = \frac{192EI}{(1-\nu^2)L_b^3} = \frac{16Ew_b}{(1-\nu^2)} \left(\frac{t_b}{L_b}\right)^3 \quad (6.10)$$

## 6.7 Contacto Mecánico.

En la sección anterior, hemos dado una breve descripción de las fuerzas intermoleculares y superficiales que ocurren de manera inevitable cuando dos sólidos se traen y generan contacto. Por consiguiente, es de esperar que existan deformaciones entre los mismo, dicha deformación se introducirá a modo de breviario en esta tesis con la finalidad de dirigirlo a la presentación de tensiones y deformaciones presentadas en el momento de contacto entre los elementos.

### 6.7.1 Modelo de Contacto no adhesivo, Teoría de Hertz.

La historia relacionada con la teoría de el contacto mecánico se puede remontar a 1882, cuando Hertz publicó su famoso artículo relacionado con el contacto de sólidos elásticos”. En este ensayo, Hertz solucionó el problema del contacto entre dos esferas elásticas comprimidas por fuerzas aplicadas de manera externa, con ayuda de la siguiente figura.

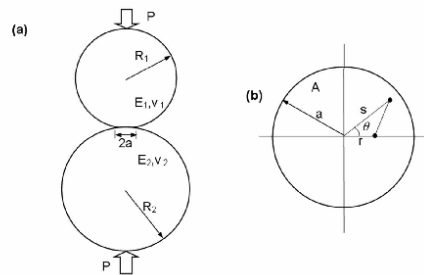


Fig. 5 a) Dos esferas elásticas se encuentran en contacto debido a una fuerza externa  $P$  generando un área de contacto con radio  $2a$ , b) Diagrama para el cálculo desplazamiento originado en el área de contacto

Las deducciones básicas creadas por Hertz le permitieron ocuparse del problema de una manera analítica y obtener soluciones con formas muy simples. Estas deducciones pueden ser resumidas como sigue:



- ✚ Se asume que las dos esferas no generan fricción para que con esto solamente se pueda transmitir presión entre ellos.
- ✚ En contraste a los radios de las esferas, el tamaño del área de contacto es absolutamente pequeño.
- ✚ Cada esfera se puede considerar como un elemento elástico.

Por otro lado, como anteriormente mencionamos, las propiedades de la viga cambian dependiendo de la intensidad de las fuerzas en cuestión y de las diferentes condiciones de trabajo; en ocasiones cuando la rigidez de estas vigas en modelo mecánico, es de una magnitud pequeña, estas provocan que después de su accionamiento la micro viga no regrese a su posición inicial.

Esta situación complica mucho su estudio, debido a que no existe una determinada posición de equilibrio la cual se pueda tomar como referencia para el estudio dinámico obviamente sucediendo este fenómeno relacionado con la rigidez del mecanismo; al suceder esto las propiedades mecánicas cambian, lo que dificulta su estudio.

Con esta situación presente, los switches de frecuencia radial no puedan trabajar de forma correcta y por lo tanto el circuito eléctrico se encuentre cerrado todo el tiempo generando con esto pues, que se reduzcan sus posibilidades de apertura para dar paso a una nueva señal o a la misma.

Es por eso que el propósito principal de esta tesis es crear un algoritmo que genere un conjunto de soluciones al sistema mostrado en la figura 5; se tiene que hacer de este modo ya que el software existente, no genera soluciones para un dispositivo que

esta expuesto a una o varias fuerzas en intervalos de tiempo muy pero muy pequeños; pero una vez encontradas y relacionadas las ecuaciones de movimiento por medio del ordenador (debido al número tan grande de iteraciones), seremos capaces de encontrar la mejor solución para el trabajo realizado en específico.