

## CAPITULO 4

### CONDICIONES FÍSICAS DE LOS ELEMENTOS LIBRES

Como resultado de las vibraciones del rotor, existen fuerzas de inercia  $P_1, \dots, P_n$  que mueven los elementos libres a nuevas posiciones.

Lo que se espera del sistema es que se encuentre perfectamente balanceado, para esto, las posiciones de los elementos libres deben de estabilizarse, lo que significa que:

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \varphi_i(t) = \varphi_{it} \quad (4.1)$$

donde  $\varphi_{it}$  representa la posición final teórica para el i-ésimo elemento libre; dicha posición debe cumplir que para cualquier tiempo, las fuerzas de excitación deben de ser 0.

Por lo tanto, la condición a cumplir es:

$$\mathbf{Q}_0(\varphi t) + \sum_{i=1}^n \mathbf{Q}_i(\varphi t, \varphi_{it}) \equiv 0 \quad (4.2)$$

que representa el lado derecho de las ecuaciones (3.84) a (3.87).

#### 4.1 Condiciones de balanceo

Para que se pueda cumplir la ecuación anterior tenemos que,  $\dot{\varphi}_i = \dot{\varphi}_{it}$ ,  $\ddot{\varphi}_{it} = 0$  debido a que los elementos libres llegan a sus posiciones finales y una vez que están ahí, permanecen en ese sitio.

De la ecuación (3.84):

$$Me\dot{\varphi}^2 \cos\varphi t + \sum_{i=1}^n m_i R_i \dot{\varphi}^2 \cos(\varphi t + \varphi_{it}) \equiv 0 \quad (4.3)$$

Simplificando la ecuación anterior y factorizando términos:

$$\left[ Me + \sum_{i=1}^n m_i R_i \cos\varphi_{it} \right] \cos\varphi t - \left[ \sum_{i=1}^n m_i R_i \sin\varphi_{it} \right] \sin\varphi t \equiv 0 \quad (4.4)$$

de la cual, para que exista balanceo, el interior de cada corchete debe de ser igual a 0. Por lo tanto, se obtienen dos condiciones:

$$Me + \sum_{i=1}^n m_i R_i \cos\varphi_{it} = 0 \quad (4.5)$$

$$\sum_{i=1}^n m_i R_i \sin\varphi_{it} = 0 \quad (4.6)$$

De la ecuación (3.85):

$$Me\ddot{\varphi}^2 \sin\varphi t + \sum_{i=1}^n m_i R_i \ddot{\varphi}^2 \sin(\varphi t + \varphi_{it}) \equiv 0 \quad (4.7)$$

$$\sum_{i=1}^n m_i R_i \sin\varphi_{it} \ddot{\varphi} \cos\varphi t + \ddot{\varphi} Me + \sum_{i=1}^n m_i R_i \cos\varphi_{it} \ddot{\varphi} \sin\varphi t \equiv 0 \quad (4.8)$$

$$\sum_{i=1}^n m_i R_i \sin\varphi_{it} = 0 \quad (4.9)$$

$$Me + \sum_{i=1}^n m_i R_i \cos\varphi_{it} = 0 \quad (4.10)$$

De la ecuación (3.86):

$$Md\ddot{\varphi}^2 \cos(\varphi t - \varphi) + \sum_{i=1}^n m_i R_i z_i \ddot{\varphi}^2 \sin(\varphi t + \varphi_{it}) \equiv 0 \quad (4.11)$$

$$\ddot{\varphi} Md \cos\varphi + \sum_{i=1}^n m_i R_i z_i \sin\varphi_{it} \ddot{\varphi} \cos\varphi t + \ddot{\varphi} Md \sin\varphi + \sum_{i=1}^n m_i R_i z_i \cos\varphi_{it} \ddot{\varphi} \sin\varphi t \equiv 0 \quad (4.12)$$

$$Md \cos \varphi + \sum_{i=1}^n m_i R_i z_i \sin \varphi_{it} = 0 \quad (4.13)$$

$$Md \sin \varphi + \sum_{i=1}^n m_i R_i z_i \cos \varphi_{it} = 0 \quad (4.14)$$

De la ecuación (3.87):

$$Md \varphi^2 \sin(\varphi t + \varphi) + \sum_{i=1}^n m_i R_i z_i \varphi^2 \cos(\varphi t + \varphi_{it}) = 0 \quad (4.15)$$

$$\sum_{i=1}^n m_i R_i z_i \cos \varphi_{it} \cos \varphi t + Md \cos \varphi + \sum_{i=1}^n m_i R_i z_i \sin \varphi_{it} \sin \varphi t = 0 \quad (4.16)$$

$$Md \sin \varphi + \sum_{i=1}^n m_i R_i z_i \cos \varphi_{it} = 0 \quad (4.17)$$

$$Md \cos \varphi + \sum_{i=1}^n m_i R_i z_i \sin \varphi_{it} = 0 \quad (4.18)$$

De las ocho condiciones obtenidas, se puede ver que solo cuatro de ellas no se repiten. Para las primeras dos de ellas (4.5) y (4.6), el centro de masa del sistema debe estar sobre el eje de rotación. Para las otras dos (4.13) y (4.14), el eje de rotación se vuelve uno de los principales ejes de inercia del rotor.

Se puede ver que cumpliendo estas condiciones, la fuerza de excitación sobre el rotor es cero. Cuando no existe excitación, las vibraciones del rotor desaparecen.

En el momento que los elementos libres llegan a sus posiciones finales  $\varphi_{1f}, \dots, \varphi_{nf}$  el sistema está balanceado y no hay vibraciones.

#### 4.2 Observaciones generales

- Si el sistema sólo cuenta con 2 elementos libres (uno en cada tambor) las cuatro condiciones se pueden cumplir si las masas de las bolas se escogen de acuerdo al desbalanceo del rotor.
- Si el sistema tiene más de cuatro elementos libres, las condiciones de balanceo se pueden cumplir para más de una sola configuración de posiciones finales.
- Para el caso del desbalanceo dinámico, es importante notar que la distancia entre tambores no debe ser muy pequeña porque si no, el momento generado por los elementos libres sería muy pequeño para eliminar el desbalanceo dinámico.

En este momento es necesario demostrar si los elementos libres realmente van a las posiciones finales. Esto se demuestra resolviendo las ecuaciones diferenciales del sistema, las cuales indicarán si los elementos libres compensan o aumentan el desbalanceo total del rotor.