

CAPÍTULO 4

FUNCIONAMIENTO

ECUACIONES QUE REGULAN EL FUNCIONAMIENTO DEL SISTEMA

4.1 Introducción

Ya se ha mencionado en el capítulo tres el funcionamiento del sistema de dirección asistida o hidráulica. Sin embargo no se ha mostrado aun, de forma completa, el esquema hidráulico del sistema, ni las ecuaciones, propuestas en este trabajo, para determinar el comportamiento de la fuerza y la presión dentro del mismo sistema.

En este capítulo se mostrarán y explicarán estas ecuaciones, además de los esquemas del sistema. Su busca que el lector se adentre al sistema de dirección ya no desde un punto de vista mecánico, como lo fue en el tercer capítulo, si no que ahora lo haga desde un punto de vista de la hidráulica. Lo que exige que se explique de la mejor forma posible la los conceptos generales de este campo de la ingeniería, además de los pasos que se tomaron para la obtención de estas ecuaciones.

4.2 Sistema y ecuaciones

El sistema hidráulico de la dirección del NB se presenta en la figura 4.1 que se muestra a continuación.

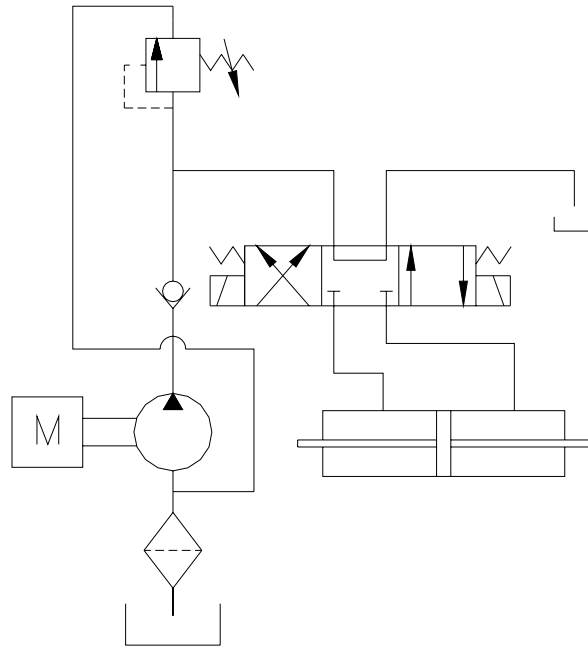


Figura 4.1: Diagrama hidráulico
(Fuente: elaboración propia)

Este sistema es lo que permite que el funcionamiento del sistema de dirección. Primeramente el fluido parte del depósito pasando por el filtro. Este filtro se encuentra dentro del mismo depósito. Después el fluido pasa por la bomba de rotor, la cual y como ya se ha mencionado, se acciona por medio de las revoluciones del motor. De la bomba el fluido sigue dos vías. Una es pasar a la válvula rotativa la cual distribuye el flujo al lado del pistón que se requiera y regresa el fluido del lado opuesto al tanque. La otra es la ir a la válvula reguladora de presión, la cual se activa cuando la presión es superior a los 90 bares (ver gráfica gasto vs. revoluciones del motor en el apéndice D). Todas las conexiones se realizan por medio de mangueras y tubos.

Mencionado lo anterior se procederá a dar paso a las ecuaciones tanto estáticas como hidráulicas del sistema.

4.2.1 Ecuaciones para calcular la fuerza F_1 ($a_c \neq 0$)

Para empezar este capítulo se revisará el funcionamiento estático del sistema, para posteriormente pasar a lo hidráulico.

Los cálculos estáticos sirven para saber la fuerza que ejerce el brazo de dirección para rotar los neumáticos. Las fuerzas y las distancias se muestran esquematizadas en la figura 4.1 para una mejor comprensión de los siguientes diagramas de cuerpo libre.

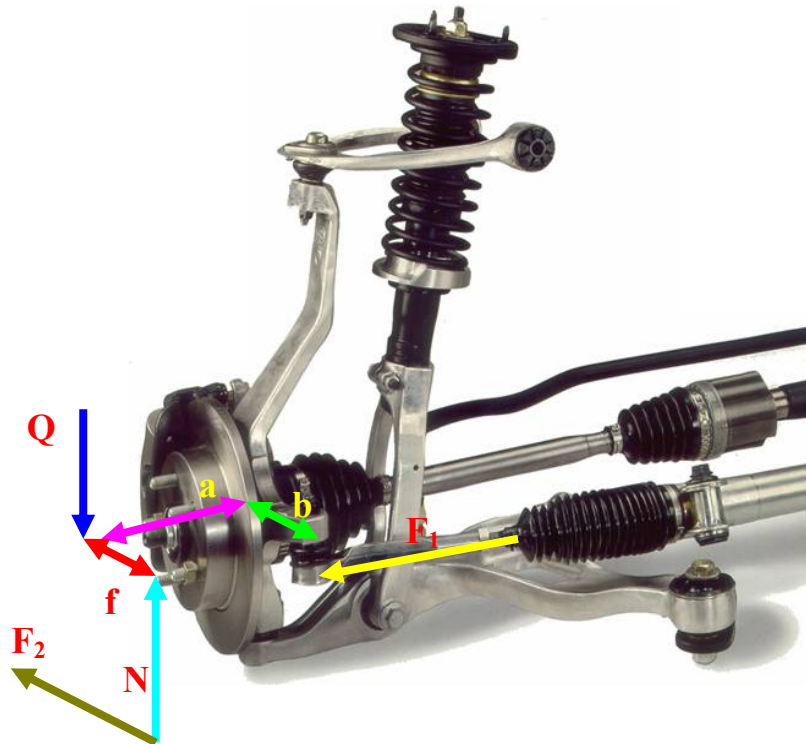


Figura 4.2: Fuerzas y distancias a considerar
(Fuente: Componentes automovilísticos S. A., 2005)

En donde:

- F_1 es la fuerza que ejerce el brazo de la dirección
- F_2 es la fuerza de fricción
- N es la fuerza normal
- Q es la carga del vehículo
- f es la distancia de la fuerza normal al centro de la rueda
- b es la distancia de la fuerza F_1 al centro de la rueda
- a es la distancia del muñón de dirección al centro de la rueda a lo ancho.

Con estas fuerzas y distancias podemos realizar las sumatorias de fuerzas (figura 4.2) y de momentos (figura 4.3).

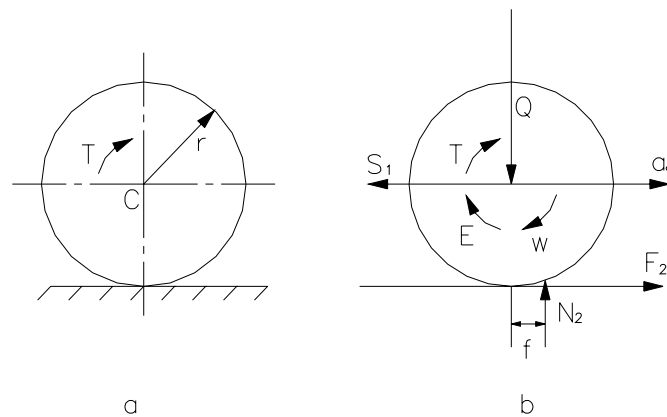


Figura 4.3: Esquema estático de rueda motriz (a) y diagrama de cuerpo libre de rueda (b)
(Fuente: elaboración propia)

De estos diagramas de fuerzas obtenemos las sumatorias de fuerzas (en forma estática) en “x” y “z”, como se muestra a continuación:

$$\Sigma Z = -Q + N_2 = 0 \rightarrow N_2 = Q = m \times g$$

$$\Sigma X = S_1 - F_2 = 0 \rightarrow S_1 = F_2 \quad 4.2$$

También se obtienen las ecuaciones de momentos basándonos en la figura 4.4.

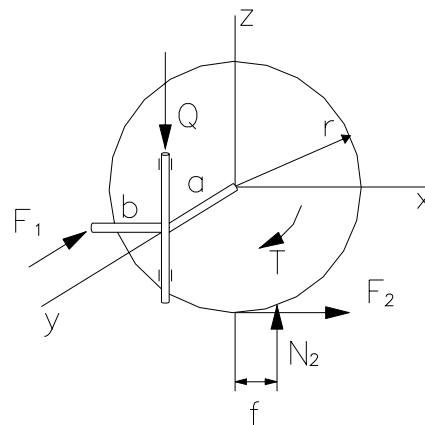


Figura 4.4: Esquema de momentos de la llanta motriz
(Fuente: elaboración propia)

Si tomamos en cuenta que la fuerza Q está en el eje “ z ”, a en “ y ” y b en “ x ”. Las ecuaciones 4.3 y 4.4 muestran los momentos para los ejes “ x ” y “ z ” respectivamente (en donde r es el radio y T el torque de la llanta el cual es diferente al que produce el motor). Las ecuaciones quedan:

$$\Sigma M_y = T + (-N_2 \times f) + (F_2 \times r) \quad 4.3$$

$$\Sigma M_z = (F_1 \times b) - (F_2 \times a) \quad 4.4$$

Despejando de la ecuación 4.3 F_2 , de la ecuación 4.4, F_1 y sabiendo que N_2 es igual a Q , que es peso o carga del vehículo, y sustituyendo se obtiene:

$$F_1 = \left(\frac{a}{b}\right) F_2 = \left(\frac{a}{b}\right) \left(\frac{Q \times f - T_{LL}}{r}\right) \quad 4.5$$

De lo anterior tenemos la formula teórica para el cálculo de la fuerza que ejerce el sistema de dirección en función de las distancias de los mecanismos de sujetación y dirección de las llantas. Se utiliza el símbolo T_{LL} para distinguir del torque T producido por el motor al de las llantas.

4.2.2 Ecuaciones para calcular la fuerza F_1 ($a_c = 0$)

En este caso $a = 0$. Cuando el vehículo esta estacionado y se tienen que girar las ruedas, el único torque producido actúa sobre el eje z (ver figura 4.4), por lo que el calculo de F_1 . Se plante la ecuación de momentos sobre z . Esta ecuación es diferente a la 4.4 puesto que

$a = 0$. de esta ecuaciones se despeja F_1 .

$$\sum M_z = T_2 - F_1 \cdot b \quad \rightarrow \quad F_1 = \frac{T_2}{b} \quad 4.6$$

Para encontrar el valor de T_2 es necesario plantear otra ecuación en base a la relación existente entre el volante y la cremallera. Estas relaciones se obtienen a partir de la imagen 4.5, la cual representa el diámetro del volante con relación al de la columna de dirección. Después de despajar las ecuaciones y hacer las sustituciones pertinentes se obtiene la ecuación 4.7 para el calculo del T_2 .

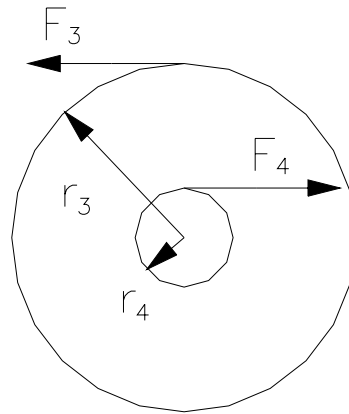


Figura 4.5: Esquema para el calculo de T_2
(Fuente: elaboración propia)

$$F_3 \cdot r_3 - F_4 \cdot r_4 = 0$$

$$F_4 - 2F_1 = 0$$

$$T_2 = \frac{F_3 r_3 b}{2r_4} \quad 4.7$$

De esta forma podemos calcular la fuerza F_1 y cuyo valor nos servirá en los próximos cálculos.

4.2.3 Calculo de la distancia f

Para la determinación de la distancia f , se debe de seguir un planteamiento considerando la aceleración igual a cero. El valor de f se puede obtener de la ecuación 4.3, pero dicha ecuación esta en función de la fuerza F , la cual también desconocemos. Para el cálculo de esta distancia se partirá de los siguientes diagramas.

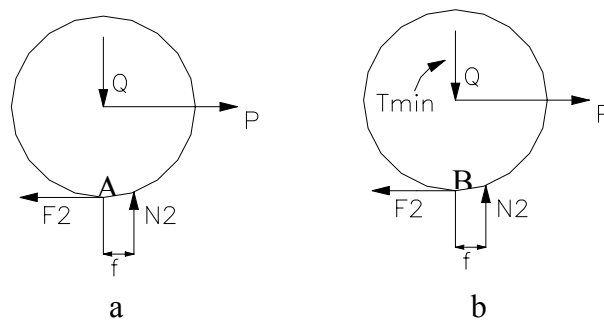


Figura 4.6: Diagramas para el cálculo de la distancia f ($a_c=0$)
(Fuente: elaboración propia)

Con el diagrama a se hace la sumatorias de momentos en el punto de apoyo A, de esta sumaria se despeja el valor de f . Para el diagrama b la cuestión es muy parecida, se obtiene la suma de momentos en B y de ahí nuevamente se despeja f . Con cualquiera de las ecuaciones resultantes (considerando nuevamente que $Q = N$) pueden utilizarse para el cálculo de f . Estas quedan como sigue:

$$\sum M_A = P \cdot r - N \cdot f = 0 \quad \rightarrow \quad f = \frac{P}{Q} r \quad 4.8$$

$$\sum M_B = T_{\min} - Q \cdot f = 0 \quad \rightarrow \quad f = \frac{T_{\min}}{Q} \quad 4.9$$

$$f = \frac{a_c \left(r \left(m + \frac{I}{r^2} \right) \right) - T}{m \cdot g} \quad 4.10$$

Es importante aclarar aquí que el valor del torque de la llanta varía. Las diferencias entre estos valores se deben a diversas circunstancias, entre las más importantes se encuentra la caja de cambios. Las llantas no necesitan girar a las mismas revoluciones que produce el motor para avanzar por lo que es necesaria la caja de cambios, la cual también afecta al torque.

El torque total producido por el motor puede ser “poco” diferente al de las llantas en un cambio bajo, mientras que en un cambio alto el torque disminuye considerablemente. Por lo anterior se considerará de forma general al torque de cada rueda como la mitad del que produce el motor. De lo contrario la cantidad de posibles resultados van más allá del alcance de este trabajo.

También hay que señalar que la aceleración del vehículo puede hacer variar a la distancia f , sin embargo necesitaríamos una nueva gama o rango de posibles aceleración del vehículo lo que nuevamente haría bastante más complejo, y alejado de este proyecto, el cálculo de este coeficiente.

4.3 Cálculos hidráulicos

El sistema que se presenta en la imagen 4.6 corresponde a la representación esquemática del sistema hidráulico ya antes mostrado. A partir de esta imagen se obtendrán las ecuaciones buscadas.

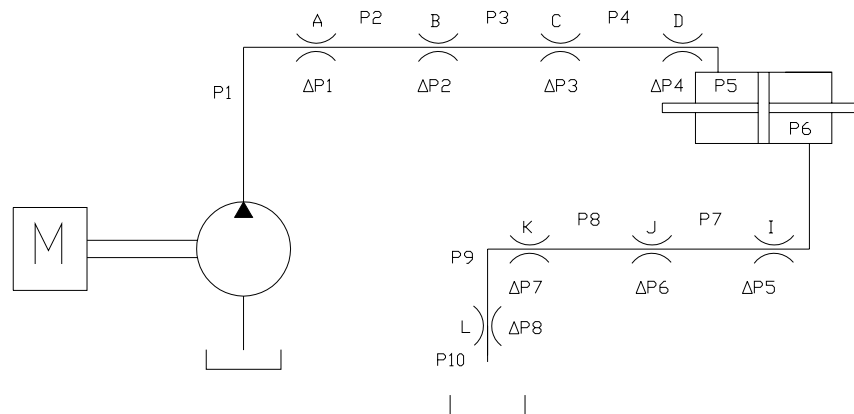


Figura 4.7: Esquema hidráulico de las presiones
(Fuente: elaboración propia)

En este esquema se muestra como el fluido debe de pasar por dos orificios (entrada y salida de la válvula) antes de dirigirse o salir del cilindro. En cada orificio hay una variación de la presión, es decir, hay un ΔP . Por lo anterior podemos mostrar ocho ΔP , lo que nos da un total de diez mediciones de presión distintas, siendo P_1 la mayor y P_6 la menor. De esto podemos obtener la siguiente ecuación:

$$P_9 = P_{10} + \Delta P_8 \quad 4.11$$

Lo que equivale a decir que P_9 es igual a P_{10} más las pérdidas que hubo al paso por la válvula es decir ΔP_8 . Así sucesivamente podemos obtener más ecuaciones, por ejemplo para P_8 , P_7 y P_6 quedaría:

$$P_8 = P_9 + \Delta P_7 \quad 4.12$$

$$P_7 = P_8 + \Delta P_6 \quad 4.13$$

$$P_6 = P_7 + \Delta P_5 \quad 4.14$$

Podemos sustituir en la ecuación 4.10 los valores obtenidos en las ecuaciones 4.7, 4.9 y 4.10, además de que el valor de P_{10} es cero.

$$P_6 = \Delta P_8 + \Delta P_7 + \Delta P_9 + \Delta P_5 \quad 4.15$$

Para obtener la presión en el punto seis es necesario considerar el área del cilindro de potencia. Para eso tomamos como referencia la siguiente imagen 4.7 que se muestra a continuación para obtener la ecuación 4.9 de sumatoria de fuerzas.

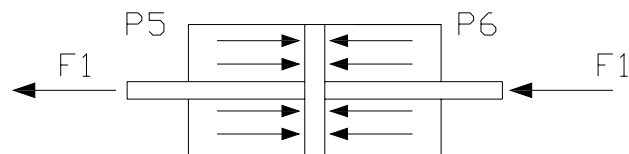


Figura 4.8: Esquema hidráulico de las presiones
(Fuente: elaboración propia)

$$(P_5)(A_c - a_p) - (2F_1) - (P_6)(A_c - a_p) = 0 \quad 4.16$$

Despejamos P_6 de la ecuación anterior y sustituimos P_5 con la ecuación 4.9.

$$P_5 = \frac{2F_1}{A-a} + \Delta P_8 + \Delta P_7 + \Delta P_6 + \Delta P_5 \quad 4.17$$

Ahora podemos obtener las ecuaciones de presión para P_1 , P_2 , P_3 y P_4 , y sustituir el valor de P_3 .

$$P_2 = P_3 + \Delta P_2 \quad 4.18$$

$$P_3 = P_4 + \Delta P_3 \quad 4.19$$

$$P_4 = P_5 + \Delta P_4 \quad 4.20$$

$$P_1 = P_2 + \Delta P_1 = \frac{2F_1}{A-a} + \Delta P_1 + \Delta P_2 + \Delta P_3 + \Delta P_4 + \Delta P_5 + \Delta P_6 + \Delta P_7 + \Delta P_8 \quad 4.21$$

P_1 representa la presión producida por la bomba. Las pérdidas de presión que se muestran en las formulas mostradas representa las pérdidas secundarias (pérdidas de forma) del sistema, es decir, las perdidas por la válvula. En este proyecto las pérdidas “secundarias” serán de mayor importancia que las primarias (pérdidas de superficie) ya que el sistema es muy pequeño para que las “primarias” tengan relevancia, sin embargo esto se demostrará más adelante de forma matemática. Por lo anterior primero se mencionarán las pérdidas secundarias.

4.3.1 Pérdidas secundarias

Para calcular las pérdidas de presión partimos de la formula fundamental de las perdidas secundarias (ecuación 4.21) y de la variación de presión (ecuación 4.22) para así obtener la formula de variación de presión considerando las pérdidas secundarias (4.23)

$$H_{rs} = \zeta \frac{v^2}{2g} \quad 4.22$$

$$\Delta P = gH\rho \rightarrow H = \frac{\Delta P}{g\rho} \quad 4.23$$

$$\frac{\Delta P}{g\rho} = \zeta \frac{v^2}{2g} \rightarrow \Delta P = \zeta \frac{\rho v_i^2}{2} \quad 4.24$$

Donde:

- H_{rs} es la pérdida de carga secundaria
- ζ es el coeficiente adimensional de pérdida de carga secundaria
- ρ es la densidad del fluido
- v_i es la velocidad del fluido en cada orificio
- g es la aceleración de la gravedad
- ΔP es la diferencia de presión entre dos puntos

En cuanto a la velocidad se calcula a partir del gasto y el área (tubos y/o pistón) los cuales son conocidos.

$$v_i = \frac{Q}{A_i} \quad 4.25$$

Donde:

- Q es el gasto
- A_i es el área correspondiente a cada orificio

Es importante aclarar que el símbolo i agregado a la velocidad y al área se deriva del hecho de que no solo hay un área ni una velocidad: cada orificio tiene su área y por consiguiente la velocidad por cada uno de ellos es diferente. Tanto las pérdidas secundarias como las primarias dependen del flujo (laminar o turbulento), es decir, dependen del número del Reynolds que se obtenga. Sin embargo para efectos prácticos solo se calcula para las pérdidas primarias (como se muestra a continuación) ya que es ahí donde más afecta a la pérdida de presión.

4.3.2 Pérdidas primarias

En relación a las pérdidas “primarias” primero se parte de la ecuación de Darcy – Weisbach.

$$H_{rp} = \lambda \frac{L}{D_r} \frac{v^2}{2g} \quad 4.26$$

Donde:

- L es la longitud de la tubería
- D_T es el diámetro de la tubería
- λ es el coeficiente de pérdida primaria o coeficiente de rozamiento (adimensional)

Los demás símbolos son los mismos que se utilizan en la ecuación 4.23.

En las estas pérdidas, al igual que en las secundarias, es importante obtener un coeficiente de pérdida adecuado. Para eso se debe de encontrar el número de Reynolds (Re) con la ecuación 4.19. Con este número podemos ver la tabla de coeficientes de pérdidas λ que se muestra en el apéndice D, para así poder obtener dicho número. Con eso podemos regresar a la ecuación 4.18 para calcular las pérdidas primarias.

$$Re = \frac{v D_T}{\nu} \quad 4.27$$

Donde:

- ν es la viscosidad cinemática del fluido
- Re es el número de Reynolds

Con las formulas anteriormente mostradas se puede determinar la fuerza del sistema y la variación de la presión del mismo.

4.4 Deformación de la flecha de dirección

Para el cálculo del ángulo de rotación de la llanta es necesario conocer el ángulo de rotación de la flecha de dirección. Lo anterior es en base que a un determinado ángulo de giro de la flecha se produce un ángulo proporcional en el ángulo de las ruedas.

Para determinar este ángulo de la flecha se utilizarán las fórmulas de mecánica de sólidos. Estas se muestran a continuación:

$$\tau = \frac{T_c d}{2J} \quad J = \frac{\pi d^4}{32} \quad \Delta\varphi = \frac{T_c L}{JG} \quad 4.28$$

En donde:

- J es el momento polar de inercia de la sección circular.
- L es el largo de la flecha.
- G es el modulo de esfuerzo cortante.
- d es el diámetro de la flecha.
- τ es el esfuerzo cortante al que se somete la flecha.
- T_c es el torque que ejerce el conductor

Con estas formulas podemos encontrar el valor de T_c (primera formula a la izquierda), el de J (formula de en medio), para finalmente ocupar la formula del ángulo.

Estas formulas solo funcionan dentro del límite elástico del material, por lo que los valores de G y τ hay que sacarlo de tablas escogiendo un material adecuado para la flecha.

4.4.1 Relación de desmultiplicación

Al tener el ángulo de giro de la flecha podemos obtener el ángulo de giro de las ruedas, pero primero hay que considerar que la desmultiplicación (la relación entre el número total de vueltas de tope a tope del volante, con el ángulo de giro de las ruedas de tope a tope) para un coche normal es de 15:1 (aproximadamente 900 grados contra 30 grados del otro lado), por lo que se necesitan 2.5 vueltas del volante para ir de un tope de giro de las ruedas al otro (aproximadamente 60 grados). En base a lo anterior podemos plantear una relación de tres con la mitad de la relación de desmultiplicación, es decir, con 7.5 vueltas del volante la rueda gira 0.5, con un número diferente, o mejor dicho, con un ángulo diferente, cuanto es el ángulo producido por las ruedas.

En este punto es importante aclarar que las ruedas no giran de manera continua cuando se empieza a girar el volante. Lo anterior se debe a que el sistema de piñón y cremallera necesita una fuerza mínima para poderlo accionar. Es la resistencia que ejerce el sistema la razón de esa resistencia. Al vencer esta fuerza la asistencia hidráulica hace que sea más sencillo girar el vehículo.

4.4.2 Velocidad angular de las ruedas

La velocidad angular de las ruedas esta en función de la velocidad general del vehículo, así como de su aceleración. A mayor velocidad mayor velocidad angular de las ruedas y viceversa. Esta velocidad también se ve afectada por el ángulo de caída de la rueda, ya que este hace que la velocidad angular efectiva transmitida por el motor sea diferente a la que mide en la rueda. Es importante aclarar que si la velocidad del vehículo se ve afectada por la fuerza normal, la de fricción, etc, entonces de alguna manera también estas afectan a la velocidad angular de la rueda.

Las ruedas no forzosamente tienen la misma velocidad angular, al dar un giro la rueda que esta en el “interior” de la curva va más lento que la “exterior”, lo anterior se debe al principio de Ackermann el cual se explica en el apéndice B.