

CAPITULO 4

MANUFACTURA DE ENGRANES CÓNICOS.

4.1 introducción.

Los **engranes cónicos** para conectar dos árboles que se intersecan a cualquier razón dada de velocidades. Las formas de dientes pueden diseñarse en cualquiera de las que se muestran en la siguiente figura. Los engranes cónicos que conectan árboles que no se intersecanse llaman **engranes cónicos sesgados**. Un tipo especial dado a conocer por la Gleason Works y se usan mucho en los productos para automóviles se conocen como engranes **hipoidales**. Aunque estos no son engranes cónicos verdaderos. En virtud de que un perfil de diente de “involuta esférica” tiene un diente combado (la herramienta básica para generar todos los engranes cónicos), la Gleason utilizó un diente combado con flancos rectos, lo dio por resultados engranes cónicos que difieren ligeramente de los de perfil de involuta.

A causa de la forma con figura de 8 de la trayectoria teórica completa de contacto del diente, al perfil de los dientes se le ha dado el nombre de “octoide”. Los engranes cónicos de flancos rectos fabricados por medio de los cortadores recíprocos son de este tipo. Posteriormente al emplearse más de los dientes curvos (de espiral y Zerol), las limitaciones prácticas de estos cortadores condujo a la introducción de la forma “esférica” de los dientes, que en la actualidad constituye la base de todos los engranes cónicos de dientes curvos.(para obtener los detalles de lo antes expuesto, vease la publicación de la Gleason, Guide to Bevel Gears.) la Gleason obtuvo también varios perfiles no generados de dientes (Formate, helixform y revecycle) que se emplean

principalmente para la producción masiva de engranes hipoidales en la industria automotriz.

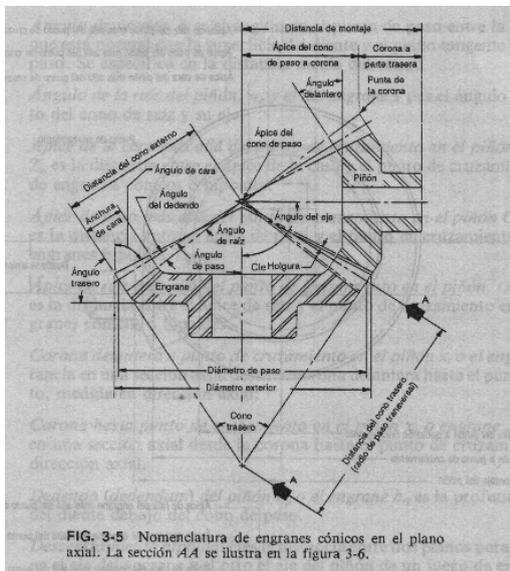


FIG. 3-5 Nomenclatura de engranes cónicos en el plano axial. La sección AA se ilustra en la figura 3-6.

Ángulo de addendum: Ángulo entre los elementos del cono de la cara y el cono de paso.

Ángulo entre árboles. Ángulo entre los ejes de engranes cónicos que endentan.

Ángulo de cara: Ángulo entre un elemento del cono de su cara y su eje.

Ángulo de dedendum: Ángulo entre los elementos del cono de raíz y el cono de paso.

Figura 4.1 Nomenclatura de engranes cónicos en plano axial.

Ángulo de espiral: Ángulo entre la traza del diente y un elemento del cono de paso que corresponde al ángulo del hélice en los helicoidales.

Ángulo frontal: Ángulo entre un elemento del cono frontal y un plano de rotación.

Ángulo de paso: Ángulo formado entre un elemento del cono de paso y el eje del engrane cónico, es la mitad del Ángulo del cono de paso.

Ángulo posterior: Ángulo entre un elemento del cono posterior y un plano de rotación. Es igual al Ángulo de paso.

Ángulo de raíz: Ángulo formado entre un elemento de la raíz del diente y el eje del engrane cónico.

Ancho de la cara: Longitud de los dientes a lo largo de la distancia del cono.

Cono posterior: Angulo de un cono cuyos elementos son tangentes a una esfera que contiene una traza del círculo de paso.

Corona: Esquina aguda que forma el diámetro exterior.

Corona hasta la parte posterior: Distancia desde el borde correspondiente al diámetro exterior (corona) hasta la parte posterior del engrane.

Distancia del cono : Distancia desde el extremo del diente (talón) hasta el vértice de paso.

Distancia del cono posterior: Distancia a lo largo de un elemento del cono posterior, desde el vértice hasta el círculo de paso.

Distancia de montaje : DM (ingles, MD) Para los engranes cónicos montados, distancia desde el punto de cruce de los ejes hasta la superficie de registro, medida a lo largo del eje del engrane. Idealmente, debe ser idéntica a la del vértice de paso a la parte posterior.

Octoide: Forma matemática del perfil de diente cónico. Se parece mucho a una involuta esférica pero es, en esencia, diferente.

Punta porción de un diente de engrane cónico cerca al extremo interior.

Superficie de montaje, SM (ingles, MS) Diámetro o plano de la superficie de rotación, o ambas cosas, que usa para la ubicación del engrane en el montaje de su aplicación.

Superficie de montaje de generación, SMG (ingles, GMS) Diámetro o plano de la superficie de rotación, o centro del árbol, o ambas cosas, que se usa para ubicar el blanco del engrane durante la fabricación de los dientes del engrane.

Superficie de registro, SR (ingles, RS) Superficie en el plano de rotación que localiza axialmente el blanco del engrane en la maquina generadora y el engrane en la aplicación.

Estas son superficies por lo común idénticas, pero no necesariamente lo son.

Talón Porción de un diente de engrane cónico cerca del extremo exterior.

Vértice de paso hasta la parte posterior Distancia a lo largo del eje desde el vértice del cono de paso hasta una superficie de registro para ubicación en la parte posterior.

Los engranes cónicos se describen por las dimensiones para métricas en el extremo grande (Talón) de los dientes, El paso, el diámetro de paso y las dimensiones del diente, como el adendum, son mediciones en este punto. En el extremo grande del engrane, los perfiles de los dientes se aproximan a aquellos generados en un círculo de paso de engrane recto de radio igual a la distancia del cono posterior.

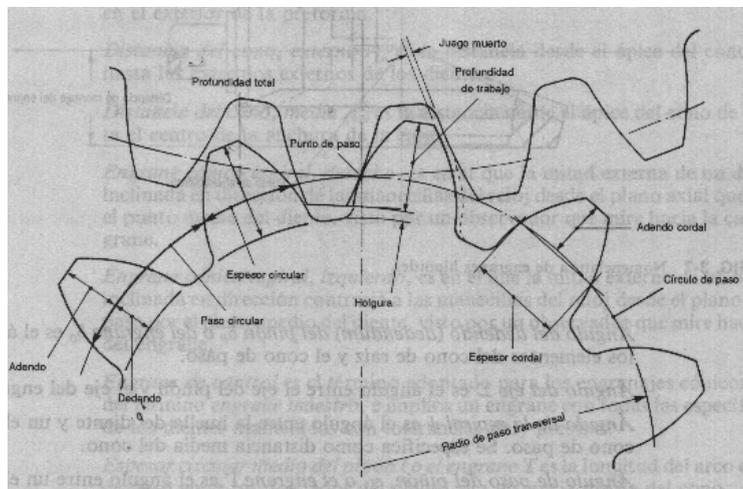


Figura 4.2 Geometría de engranes cónicos.

4.2 RESISTENCIA Y DURABILIDAD.

La capacidad de un engrane se mide en términos de la resistencia transversal del diente y la durabilidad de la superficie contra el desgaste por picadura. Las expresiones para calcular los esfuerzos transversales y superficiales se iniciaron con las fórmulas de Lewis-Buckingham y en la actualidad se extienden hasta las más recientes fórmulas de la AGMA (American Gear Manufacturers Association).

Las fórmulas de Lewis para el análisis de la resistencia transversal, ahora convertida en una referencia histórica, sirve para ilustrar los fundamentos en los que se basan las fórmulas actuales. En la fórmula de Lewis, un diagrama del diente muestra a la carga de forma que se supone aplicada en la punta con base en lo anterior, Lewis demostró que la resistencia transversal se expresa como $W_b = FS Y / P_d$, en donde F ancho de la cara S esfuerzo permisible en el material del engrane Y factor de forma de Lewis P_d paso Diametral. El factor de forma Y se obtiene, a partir de la disposición del diente, como $Y = 2P_d / 3$. El valor de Y varía con el diseño del diente (forma y ángulo de presión) y el número de dientes. Buckingham modificó la fórmula de Lewis para incluir los efectos dinámicos sobre la resistencia transversal y obtuvo ecuaciones para evaluar los esfuerzos superficiales. Otros investigadores hicieron más modificaciones y dieron lugar a las fórmulas más recientes de capacidades nominales de AGMA. Las cuales constituyen la base de la mayor parte de los diseños de engranes de Estados Unidos.

Los engranes cónicos o biselados se utilizan para transmitir movimiento entre flechas o ejes no paralelos, por lo regular a 90 entre sí. Algunos de los distintos tipos disponibles en el mercado son el cónico, el ZEROL biselado, el cónico espiral y el hipoide. A continuación se describen los detalles del cónico recto.

Como su nombre lo implica, los dientes de los engranes cónicos o biselados rectos se ubican a lo largo de los elementos de un cono. La superficie que pasará por la línea de paso de todos los dientes será parte de un cono circular recto. Cuando se enlazan dos engranes cónicos, se intersecan los ejes de sus conos de paso, con los vértices de los dos conos de paso en el mismo punto. Esto se ilustra en la figura siguiente

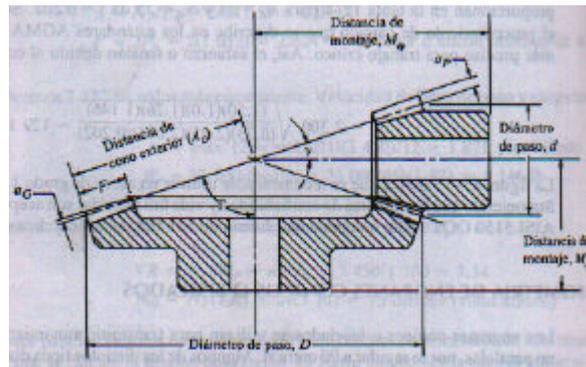


Figura 4.3 Corte de engranes cónicos en plano axial.

El ángulo de la superficie del cono de paso, depende de la relación del número de dientes en los dos engranes que se enlazan. Para el más pequeño de los dos engranes (piñón), el ángulo del cono de paso es:

$$g = \tan^{-1} (N_P/N_G) \text{ (subíndice letra griega gama)}$$

Para el engrane más grande:

$$T = \tan^{-1} (N_G/N_P) \text{ (superíndice letra griega gama)}$$



Figura 4.4 ejemplo de engranes Cónicos de acero.

Estas ecuaciones se emplean si los dos ejes que soportan a los engrane están separados a 90 grados En este caso γ y $\delta=90$ grados. Si la relación es unitaria, los dos engranes tienen el mismo número de dientes, y los ángulos de los dos conos de paso son cada uno de 45 grados. Este tipo de par de engranes cónicos se conoce como un conjunto de engranes a inglete.

Observe que los dientes de engranes cónicos rectos se usan desde la parte exterior hacia la parte media. La forma de dientes para engranes cónicos se caracteriza por la forma del extremo largo de los dientes. En su mayor parte se fabrican en el sistema de paso diametral con dientes envolventes a 20 grados, si bien se emplean otros ángulos de presión. El diámetro de paso se define para el extremo largo de los dientes y se calcula de la misma manera que para engranes de talla recta o cilíndrica.

$$Pd = NP/d = NG/D$$

Donde **d** es el diámetro de paso del piñón, **D** es el diámetro de paso del engrane y **Pd** es el paso diametral.

Otras características geométricas de los engranes cónicos rectos se fabrican, por lo regular, de acuerdo con las relaciones que se muestran en la imagen anterior. De nuevo, también se utilizan otras variaciones.

El montaje de los engranes cónicos es de importancia crítica si se debe lograr un rendimiento satisfactorio. Casi todos los engranes comerciales tienen una distancia de montaje similar a la imagen anterior. Es la distancia desde alguna superficie de referencia, por lo general la parte posterior de la masa del engrane, hasta el vértice del cono de paso. Como los conos de paso de los engranes que se enlazan. Si el engrane se

monta a una distancia menor que la distancia de montaje que siguiere, es probable que los dientes presenten juego. Si se monta a una distancia mayor, habrá un retroceso excesivo, lo que originará que la operación sea ruidosa y brusca.

Profundidad total	$h_t = 2.188/P_d + 0.002$
Profundidad de trabajo	$h_k = 2.000/P_d$
Espaciamiento	$c = 0.188/P_d + 0.002$
Cabeza: engrane	$a_G = \frac{0.54}{P_d} + \frac{0.460}{P_d(N_G/N_P)^2}$
Cabeza: piñón	$a_P = h_k - a_G$
Diámetro exterior: engrane	$D_o = D + 2a_G \cos \Gamma$
Diámetro exterior: piñón	$d_o = d + 2a_P \cos \gamma$
Distancia de cono exterior	$A_o = D/(2 \operatorname{sen} \Gamma) = d/(2 \operatorname{sen} \gamma)$
Espesor o ancho de la cara que se prefiere	$F = A_o/3$ o menos (F máxima = $10/P_d$)

Figura 4.5 Formulario para geometría de Engranés cónicos

4.3 Fuerzas en engranes cónicos rectos.

Debido a ala forma cónica de los engranes biselados y a la forma envolvente de los dientes, un conjunto de tres componentes actúa sobre los dientes de los engranes biselados o cónicos. Utilizando una notación similar a la que se emplea para los engranes helicoidales, calcularemos la carga transmitida, W_t , la carga radial W_r , y la carga axial, W_x . Se supone que las tres fuerzas actúan en forma concurrente en la parte media de la cara de los dientes y en el cono de paso. Si bien el punto real en el que se aplica la carga resultante se desplaza un poco respecto a la parte media, no da por resultado un error considerable.

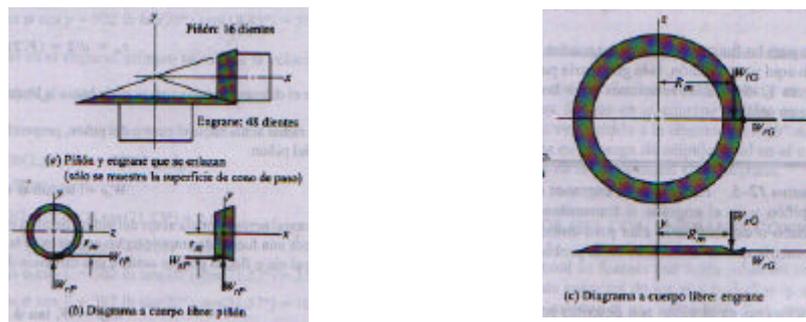


Figura 4.6 fuerzas aplicas en engranes cónicos .

La carga transmitida actúa tangencialmente respecto al cono de paso y es la fuerza que genera el tórque en el piñón y en el engrane. El tórque puede calcularse a partir de la potencia transmitida que se conoce y la velocidad de giro:

$$T = 63000 P/n$$

En consecuencia al utilizar por ejemplo el piñón, la carga transmitida es:

$$W_{tP} = T/r_m$$

Donde r_m es el radio medio del piñón, el valor de r_m puede calcularse a partir de:

$$r_m = d/2 - (F/2) \text{ sen } g$$

Recordando que el diámetro de paso, d se mide hacia la línea de paso de los dientes en su extremo largo.

La carga radial actúa hacia el centro del piñón, perpendicular a su eje lo que provoca flexión en la flecha del piñón.

$$W_{rp} = W_t \tan \phi \cos g$$

La carga axial actúa paralela al eje del piñón, tiende a empujarlo lejos del engrane con el que enlaza. Provoca una fuerza de empuje en los cojinetes de la flecha. También genera un momento de flexión en el eje o flecha porque actúa a una distancia del eje que es igual al radio medio del engrane

$$W_{xp} = W_t \tan \phi \sin g$$

Los valores para las fuerzas en el engrane pueden calcularse mediante las mismas ecuaciones que se encuentran aquí para el piñón, si la geometría del engrane se sustituye para la del piñón. Debemos consultar la siguiente imagen para entender la relación entre las fuerzas en el piñón y en el engrane tanto en magnitud como en sentido.

4.4 Fuerzas en los cojinetes de ejes con engranes cónicos rectos.

Debido al sistema tradicional de fuerzas que actúan sobre los engranes cónicos o biselados, el cálculo de las fuerzas de los cojinetes de los ejes o flechas quizá resulte complicado. Aquí se resuelve un ejemplo para mostrar el procedimiento que se seguirá, para estar en posibilidad de obtener información numérica, se propone la disposición de mostrar el siguiente ejemplo para el par de engranes siguiente:

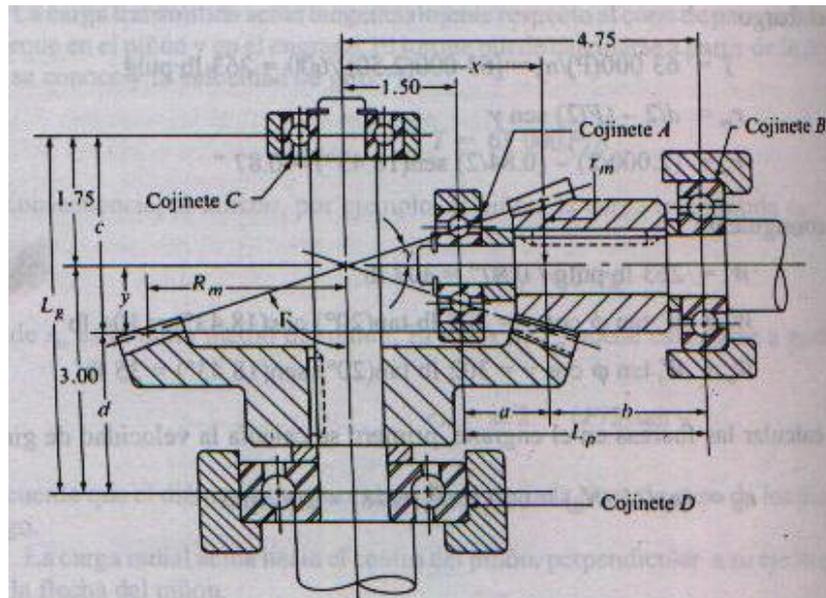


Figura 4.7 fuerzas aplicas con cojinetes incluidos.

Las ubicaciones de los cojinetes se proporcionan respecto a los dos conos de paso donde se intersecan los ejes de la flecha. Observar que tanto el piñón como el engrane se montan a horcajadas, es decir, cada engrane se coloca entre los cojinetes que proporcionan apoyo. Esta es la disposición que se prefiere debido a que, por lo general, proporcionan mayor rigidez y mantienen los dientes alineados en tanto se transmite potencia. Es necesario tener cuidado para prever que se utilicen montajes rápidos y flechas rígidas cuando se utilizan engranes cónicos o biselados.

La disposición de la figura anterior esta diseñada de manera que el cojinete que se encuentra a la derecha resista la carga de empuje axial en el piñón y el piñón de la parte inferior resista la carga de empuje axial en el engrane.

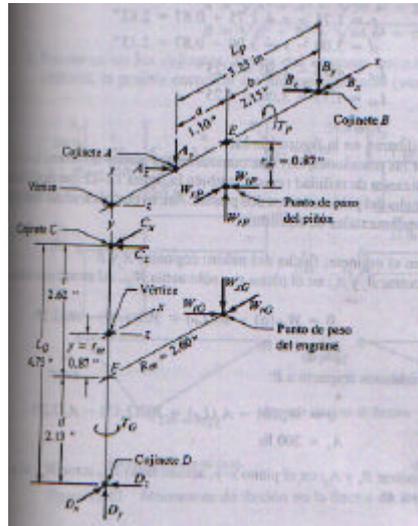


Figura 4.8 Diagramas a cuerpo libre para flechas de piñón y de engranes.

4.5 Cálculos para la manufactura de engranes cónicos.

En este capítulo se suministrara la información necesaria para diseñar un juego de 4 engranes hechos del material de nylamid, presentando los siguientes cálculos para su mejor funcionamiento.

Calculo de los valores para las características geométricas de un par de engranes cónicos o biselados que tienen un paso diametral de 8, un ángulo de presión de 20° 10 dientes en el piñón y 16 en el engrane. Los ejes o flechas están a 90° :

1.- Diámetros de paso en el extremo largo de los engranes

a. Piñón: $d = N_p/P_d = 10/8 = 1.25''$

b. Engrane: $D = N_g/P_d = 16/8 = 2.00''$

2.- Ángulos de cono de paso

a. Piñón $g = \tan^{-1} (NP/NG) = \tan^{-1} (10/16) = 32^\circ$

b. Engrane: $T = \tan^{-1} (NG/NP) = \tan^{-1} (16/10) = 57.99^\circ$

c. Verificar $g + T = 32.00^\circ + 57.99^\circ = 90^\circ$ (OK).

3.- profundidad total: $h_t = 2.188/P_d + 0.002 = 2.188/8 + 0.002 = 0.2755''$

4.- profundidad media de trabajo: $h_k = 2.00/P_d = 2.00/8 = .250''$

5.- Espaciamiento: $c = 0.188/P_d + 0.002 = 0.188/8 + 0.002 = 0.0255''$

6.- Cabeza engrane:

$$a_G = 0.54/P_d + 0.460/P_d(N_G/N_P)^2 = 0.54/8 + 0.460/8(16/10)^2 = .0899''$$

7.- Cabeza piñón :

$$a_P = h_k - a_G = 0.2500 - 0.0899 = 0.1601''$$

8.- Diámetro externo: engrane: $D_o = D + 2a_G \cos(T)$

$$D_o = 2.000'' + 2(.899) \cos(57.99^\circ) = 2.953''$$

9.- Diámetro externo: engrane: $d_o = d + 2a_P \cos(g)$

$$d_o = 1.25'' + 2(.1601) \cos(32^\circ) = 1.5215''$$

10.- Distancia cónica externa :

$$A_o = D/(2\sin T) = 6.000/[2 \sin(57.99^\circ)] = 1.179''$$

11:- espesor o ancho de la cara que se prefiere:

$$F = A_o/3 = 1.179''/3 = .393'' \text{ (o menos)}$$

12.- Espesor o ancho de la cara máximo :

$$F = 10/P_d = 10/8 = 1.250''$$

Con esta parte termino con los cálculos necesarios para la geometría de los engranes cónicos hechos de nylamid.

4.6 Cálculos de fuerzas en engranes cónicos o biselados.

Las fuerzas en el piñon son descritas por la ecuación siguiente:

$$W_t = T/r_m$$

Sin embargo

$$T = 63000(P)/n_p = [63000(2.00)]/1500\text{rpm} = 84 \text{ lb. Pulg}$$

$$r_m = d/2 - (F/2) \text{ sen } g$$

$$r_m = (1.25/2) - (1.25/2) \text{ sen } (32^\circ) = 0.293''$$

Por consiguiente

$$W_t = 263 \text{ lb} \cdot \text{pulg} / .293'' = 897.61 \text{ lb}$$

$$W_r = W_t \tan 20^\circ \cos 32^\circ = 897.61 \text{ lb} \tan (20^\circ) \cos (32^\circ) = 277.06 \text{ lb}$$

$$W_x = W_t \tan 20^\circ \text{ sen } 32^\circ = 897.61 \text{ lb} \tan (20^\circ) \text{ sen } (32^\circ) = 173.12 \text{ lb}$$

Para calcular las fuerzas en el engrane, primero se calcula la velocidad de giro del engrane:

$$n_g = (n_p(N_p/N_g)) = 1500 \text{ rpm } (10/16) = 937.5 \text{ rpm}$$

Asi:

$$T = 63000 (2.0)/937.5 = 134.4 \text{ lb} \cdot \text{pulg}$$

$$R_m = D/2 - (F/2) \text{ sen } T$$

$$R_m = 2.00''/2 - (0.84/2) \text{ sen } (57.99^\circ) = .6438''$$

$$W_t = T/R_m = (134.4 \text{ lb} \cdot \text{pulg}) (.6438'') = 86.53 \text{ lb}$$

$$W_r = W_t \tan 20^\circ \cos 57.99^\circ = 86.53 \text{ lb} \tan (20^\circ) \cos (57.99^\circ) = 16.69 \text{ lb}$$

$$W_x = W_t \tan 20^\circ \text{ sen } 57.99^\circ = 86.53 \text{ lb} \tan (20^\circ) \text{ sen } (57.99^\circ) = 26.70 \text{ lb}$$

4.7 Cálculos para el corte del engrane cónico mayor:

Nota: todos los datos están dados en sistema ingles:

No de dientes del engrane mayor: 16

Paso diametral = 8

Forma del diente= 20°

Cabeza = $.8/8 = .1$

Raíz = $1/p=1/8= .125$

Profundidad total= $1.8/p= .225$

Diámetro primitivo= $16/8= 2$

Paso circunferencial= $3.1416/8=.3927$

Espesor sobre la cuerda = $T_c = D \text{ sen } (90^\circ/N)= 2 \text{ sen } (90^\circ/16)= .196$

Espesor de arco = $1.57/8 = .196$

Radio del cono primitivo = $2 /a*\text{sen } (1.6) = 35.81 \text{ in}$

Angulo primitivo = $16/10= 1.6^\circ$

Angulo de cabeza = $\text{Tan } ? = .1/35.81^\circ = .159^\circ$

Angulo de Raíz = $\text{Tan } ? = .125/35.81^\circ = .199^\circ$

Angulo de superficie = ángulo de cono primitivo+ ángulo de cabeza

= $1.6^\circ + .159^\circ = 1.759^\circ$

Angulo de corte = $1.6^\circ - 1.99^\circ = 1.401^\circ$

Cabeza angular = $\cos (1.6^\circ) * .1 = .099$

Diámetro exterior = $2+2(.099) = 2.199$

Altura Corona = $.5 (2.199) / \text{Tan } (1.759^\circ) = 35.80^\circ$

Ancho = $1 \frac{1}{2} (.3927) = .58905$

$$\begin{aligned} \text{Cabeza corregida} &= \text{Raíz} + \text{espesor del arco} * \text{Coseno del Angulo del cono primitivo} / 4D \\ &= .125 + [.196 * \cos 1.6^\circ / 4(2)] = .149 \end{aligned}$$

4.8 Cálculos para el corte de los piñones.

Nota : todos los datos están dados en sistema ingles:

No de dientes de los piñones: 10

Paso diametral = 8

Forma del diente = 20°

Cabeza = $.8/8 = .1$

Raíz = $1/p = 1/8 = .125$

Profundidad total = $1.8/8 = .225$

Diámetro primitivo = $10/8 = 1.25$

Paso circunferencial = $3.1416/8 = .3927$

Espesor sobre la cuerda = $T_c = D \text{ sen } (90^\circ/N) = 2 \text{ sen } (90^\circ/10) = .3128$

Espesor de arco = $1.57/8 = .196$

Radio del cono primitivo = $2 / 2 * \text{sen } (.625) = 57.29'$

Angulo primitivo = $10/16 = .625^\circ$

Angulo de cabeza = $\text{Tan } ? = .1/57.29' = .100'$

Angulo de Raíz = $\text{Tan } ? = .125/57.29' = .125'$

Angulo de superficie = ángulo de cono primitivo + ángulo de cabeza

$$= .625^\circ + .100^\circ = .725$$

Angulo de corte = $.625^\circ - .125 = .500$

Cabeza angular = $\cos (.625) * .1 = .099$

$$\text{Diámetro exterior} = 1.25 + 2(.099) = 1.448$$

$$\text{Altura Corona} = .5 (1.448) / \tan (.725) = 57.21$$

$$\text{Ancho} = 1 \frac{1}{2} (.3927) = .58905$$

$$\text{Cabeza corregida} = \text{Raíz} + \text{espesor del arco} * \text{Coseno del Angulo del cono primitivo} / 4D$$

$$= .125 + [.196 * \cos .625 / 4(1.25)] = .164$$

DATOS DE CORTE engrane	
NUMERO DE DIENTES	16
PASO DIAMETRAL	8
FORMA DEL DIENTE	14 1/2 ° INV
ANGULO DE CORTE	1.4°
PROFUNDIDAD TOTAL	.225
CABEZA CORREGIDA	.149
ESPESOR SOBRE LA CUERDA	.196

Tabla 4.9 Datos de corte para los engranes mayores

DATOS DE CORTE piñon	
NUMERO DE DIENTES	10
PASO DIAMETRAL	8
FORMA DEL DIENTE	14 1/2 ° INV
ANGULO DE CORTE	1.4°
PROFUNDIDAD TOTAL	.225
CABEZA CORREGIDA	.149
ESPESOR SOBRE LA CUERDA	.196

Tabla 4.10 Datos de corte para los piñones o planetarios.