CAPITULO 8

PREPARACION DE PRÁCTICAS

Después de realizar las pruebas en el banco de vibraciones autoexcitadas se puede proseguir a realizar la práctica que llevaran a cabo los alumnos que utilicen el laboratorio de vibraciones.

8.1 Objetivo de la práctica.

El alumno aprenderá la importancia de las vibraciones autoexcitadas causadas por la fricción. Obtener los valores de las amplitudes y las frecuencias de ondas para los cuales el sistema se encuentra estable e inestable.

8.2 Introducción Teórica de la Práctica.

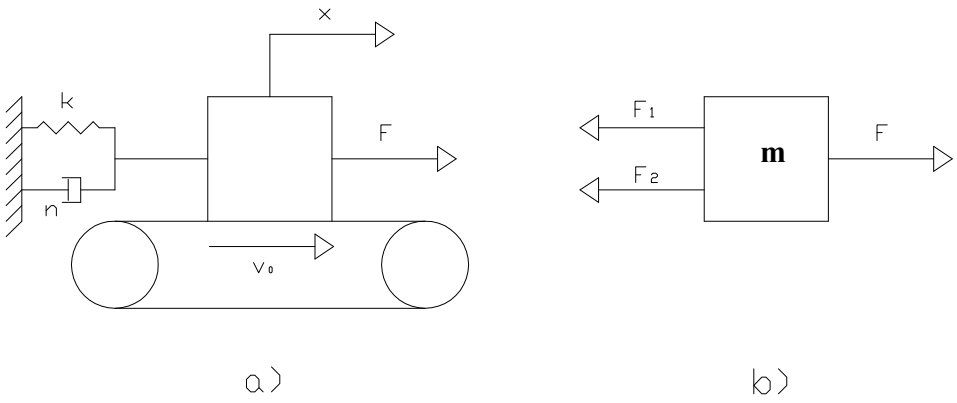

Figura 8.1. Sistema de banda transportadora. a) Esquema Completo, b) Diagrama de cuerpo libre.

Entre la masa y la banda de transportadora existe una fuerza de fricción dada por

$$F = \mu N(1 - bv + cv^3) \tag{8.1}$$

donde μ es el coeficiente de fricción del material del cual esta hecho la banda, **v** es la velocidad de deslizamiento o velocidad relativa definido por

$$v = (v_0 - \dot{x}) \tag{8.2}$$

De esta manera la fuerza de fricción esta dada por

$$F = \mu N\left[1 - b\left(v_0 - \dot{x}\right) + c\left(v_0 - \dot{x}\right)^3\right] \tag{8.3}$$

En el diagrama de cuerpo libre podemos observar las diferentes fuerzas que se encuentran actuando sobre la masa como se muestra en la figura 8.1b, donde

$$\begin{aligned} F_1 &= kx \\ F_2 &= n\dot{x} \\ N &= mg \end{aligned} \tag{8.4}$$

En esta ecuación **k** es el coeficiente de deflexión del resorte, **n** es el coeficiente de amortiguamiento y **g** es la aceleración de la gravedad (9.81 m/s^2).

De esta manera la ecuación de equilibrio es la siguiente

$$m\ddot{x} = F - F_1 - F_2 = F - kx - n\dot{x} \tag{8.5}$$

sustituyendo las variables obtenemos,

$$m\ddot{x} + n\dot{x} + kx = \mu N\left[1 - b\left(v_0 - \dot{x}\right) - c\left(v_0 - \dot{x}\right)^3\right] \tag{8.6}$$

desarrollando la ecuación (8.6) obtenemos

$$m\ddot{x} + n\dot{x} + kx = \mu N\left[1 - bv_0 + b\dot{x} + cv_0^{\,3} - 3v_0^{\,2}c\dot{x} + 3cv_0\dot{x}^2 - c\dot{x}^3\right] \tag{8.7}$$

agrupando valores tenemos

$$m\ddot{x} + \left[n + N\mu_0\left(-b + 3v_0^2c\right)\right]\cdot \dot{x} - \left(3N\mu_0 cv_0\right)\cdot \dot{x}^2 + \left(N\mu_0 c\right)\cdot \dot{x}^3 + kx = N\mu_0\left[1 - bv_0 + cv_0^3\right] \tag{8.8}$$

El valor de la velocidad crítica del sistema se obtiene de la siguiente forma:

$$\begin{aligned} &1 - bv_{cr} + cv_{cr}^3 = F_{\min} \rightarrow \frac{d}{dv}\left(1 - bv_{cr} + cv_{cr}^3\right) = 0 \\ &-b + 3cv_{cr}^2 = 0 \Rightarrow v_{cr} = \sqrt{b/3c} \end{aligned}$$

Retomando la ecuación 8.8, la dividimos entre m y obtenemos:

$$m\ddot{x} + \left[\frac{n + N\mu_0\left(-b + 3v_0^2 c\right)}{m}\right]\cdot \dot{x} - \left(3g\mu_0 c v_0\right)\cdot \dot{x}^2 + \left(g\mu_0 c\right)\cdot \dot{x}^3 + \frac{k}{m}\cdot x = g\mu_0\left[1 - bv_0 + cv_0^3\right] \quad (8.9)$$

$\frac{k}{m} = \omega_0^{\,2}$ es la frecuencia natural del sistema.

Utilizaremos nuevas variables para la ecuación 8.9 para lo cual se muestra a continuación a que equivale cada variable nueva.

$$E = \frac{n + N\mu_0\left(3v_0^2 c - b\right)}{m}$$
$$F = 3g\mu_0 c v_0$$
$$G = g\mu_0 c$$

$y = x - x_{st}$ donde $x_{st} = \frac{mg\mu_0}{k}\left[1 - bv_0 + cv_0^3\right]$

$\dot{y} = \dot{x}$

Sustituyendo estas variables equivalentes en la ecuación 8.9 obtenemos:

$$\ddot{y} + \omega_0^2 y + E\cdot \dot{y} - F\dot{y}^2 + G\cdot \dot{y}^3 = 0$$
$$z = {}^{y}\!/_{x_{st}}$$
$$\tau = \omega_0 t$$
$$\omega_0^2 x_{st}\cdot \ddot{z} + \omega_0^2 x_{st}\cdot z + E\cdot \omega_0 x_{st}\cdot \dot{z} - F\omega_0^2 x_{st}^2\cdot \dot{z}^2 + G\omega_0^3 x_{st}^3\cdot \dot{z}^3 = 0$$
$$\ddot{z} + z + \frac{E}{\omega_0}\dot{z} - F\cdot x_{st}\cdot \dot{z}^2 + G\omega_0 x_{st}^2 \dot{z}^3 = 0$$

$$\ddot{z} + z + \left[E - F\omega_0 x_{st}\cdot \dot{z} + G\omega_0^2 x_{st}^2\cdot \dot{z}^2\right]\cdot \frac{\dot{z}}{\omega_0} = 0$$

$$\frac{n}{m} = 2h \qquad h\left[\frac{\frac{kg}{s}}{\frac{kg}{}} = \frac{1}{s}\right]$$

$$\varepsilon = \frac{h}{\omega_0}$$

$$\ddot{z} + z + \varepsilon \cdot \left\{ \left[\left(E - F\omega_0 x_{st} \cdot \dot{z} + G\omega_0^2 x_{st}^2 \cdot \dot{z}^2 \right) / h \right] \cdot \dot{z} \right\} = 0$$

En general

$$\ddot{z} + z + \varepsilon \cdot \phi(\dot{z}) = 0$$

8.3 Materiales.

Para esta práctica es necesario usar los siguientes instrumentos:

1.- Amplificador Marca PCB Mod. 482b11.

2.- Filtro Marca Brüel & Kjer Tipo 1621.

3.- Computadora Personal.

4.- Software Signal Calc ACE.

5.- Banco de Vibraciones Autoexcitadas.

6.- Bloque de Acrílico.

7.- Bloque de Madera.

8.- Acelerómetro.

8.4 Experimentos.

Se puede analizar el comportamiento de dos materiales diferentes en esta practica los cuales son el acrílico y la madera, de los cuales podemos obtener los siguientes valores.

Datos iniciales:

masa = _____

k = _____ (valor del coeficiente de compresión del resorte)

Valores Teóricos:

ω_0 = _____

Valores Prácticos:

Prueba	Material	Velocidad	Amplitud	Frecuencia
1				
2				
3				
4				
5				
6				