CAPÍTULO 2

PRINCIPIO DEL MÉTODO DE ELEMENTOS FINITOS

2.1 ANTECEDENTES DEL MÉTODO DE ELEMENTOS FINITOS

El método de elementos finitos ha tenido un largo trayecto a lo largo de la historia, pero con el creciente avance tecnológico que se ha desarrollado con la aparición de las computadoras en los años 50s se han obtenido mejores resultados en tiempos de ejecución menores en cálculos de los que se podrían haber hecho con cálculos manuales. Los geómetras antiguos ya habían empleado los “elementos finitos” para determinar un valor aproximado de π. Arquímedes usó ideas parecidas para determinar el área de figuras planas. Pero no es sino con el desarrollo del cálculo integral dos mil años después con Newton y Leibniz, que se añaden nuevas herramientas, permitiendo nuevos análisis de métodos numéricos para resolver problemas complejos. Poco después Walter Ritz (1878–1909), físico suizo fue el primero en formalizar el método de elementos finitos. Él propuso que las frecuencias de las líneas espectrales de los átomos podían ser expresadas por diferencias entre un relativamente pequeño número de “elementos”. Ritz desarrolló la formulación del método numérico del MEF, con base en el cálculo variacional y es por eso que el método de Ritz es también conocido como variacional o formulación clásica. Sin embargo más adelante se incorporó el cálculo matricial al método de elementos finitos, con la proposición del ingeniero ruso Boris G. Gallerkin (1871- 1945). Gallerkin publicó sus primeros trabajos en base al método clásico durante su prisión en 1906 por orden del zar en la Rusia prerrevolucionaria. En muchos textos rusos el método de elementos finitos de Gallerkin se conoce como método de Bubnov- Gallerkin. Él publicó un trabajo usando esta idea en 1915. El método también fue atribuido a Bubnov en 1913. Y más recientemente en adición a las formulaciones de Ritz y Gallerkin, otros métodos han venido a emplearse. Los más conocidos son el método de los mínimos cuadrados y un método conocido como método directo, método de balance global o método de Oden.

Pero es ahora cuando el uso moderno de los elementos finitos se inició en el campo de ingeniería de estructuras a mitad del siglo veinte, para que luego los conceptos básicos fueran reconocidos para una amplia aplicabilidad y prontamente empleados en muchas otras áreas tales como mecánica de sólidos, mecánicas de fluidos, flujo magnético, etc

2.2 DESCRIPCIÓN DEL MÉTODO DE ELEMENTOS FINITOS

Las bases del método de elementos finitos es la representación de una estructura por un ensamblaje de subdivisiones o elementos finitos (véase figura 2.1). Estos elementos se consideran estar interconectados en uniones llamados nodos o puntos nodales, en los cuales, los valores de las incógnitas (usualmente los desplazamientos) son aproximados. Si sucesivamente se hace una discretización más fina de la estructura de la estructura esta provee soluciones la cual converge a una solución más exacta.

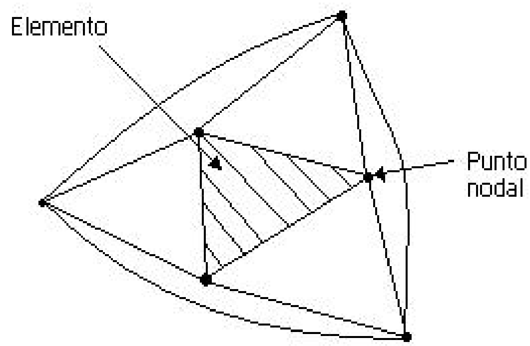

Figura 0.1 Representación de un sólido bidimensional como un ensamblaje de un elemento finito triangular.

El método de elementos finitos opera sobre la suposición de que cualquier función continua en un dominio global puede ser aproximada por una serie de funciones operando sobre un número finito de pequeños subdominios o elementos. Estas series de funciones deben ser continuas y deben aproximarse a la solución exacta conforme el número de subdominios tiendan al infinito.

1. El dominio global es dividido en subdominios llamados elementos.
2. Los puntos definidos y conectados de los elementos son llamados nodos o puntos nodales.
3. La función que existe sobre el dominio es explícitamente resuelto, por los puntos nodales, por ejemplo, las variables nodales. Y se asume que el valor de la función en cualquier punto interno para un elemento puede ser definido en términos de esos elementos en variables nodales. Las variables nodales son referidas como grados de libertad. Este término se aplica específicamente para el análisis de esfuerzo en los cuales las variables nodales son las deflexiones de la estructura en los puntos

nodales; sin embargo, el término es a veces usado genéricamente refiriéndose para todas las variables nodales.

2.2.1 DISCRETIZACIÓN DE ELEMENTOS

La región donde interesa la solución se divide en un número determinado de elementos.

Dependiendo si el problema es en una, dos o tres dimensiones la región puede dividirse en segmentos, triángulos, rectángulos o paralelepípedos. Los vértices de cada elemento se denominan nodos. El concepto de discretización de elementos puede ser ilustrado por un modelo de elemento finito de una viga decreciente en tensión como se muestra en la figura 2.2. El dominio en el plano bidimensional de la viga. La función para ser evaluada es el campo de desplazamiento en la dirección axial. Existe una fuerza en esa dirección, y un grado de libertad por nodo. La viga es dividida en tres elementos de cuatro nodos. Una fuerza es aplicada al cuarto nodo y el primer nodo es restringido en contra de tener algún desplazamiento.

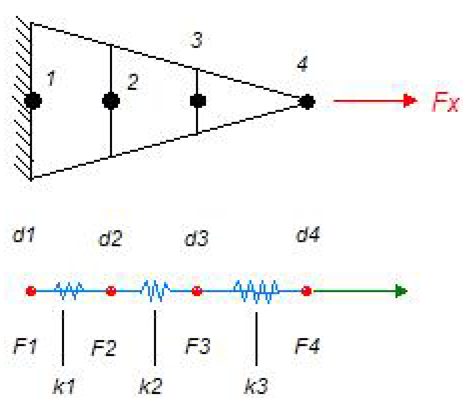

Figura 0.2 Modelo de elemento finito de una viga empotrada.
La viga en tensión fue dividida en tres elementos unidimensionales.

Las funciones de rigidez para cada uno de los tres elementos pueden ser formadas por la relación:

$$k = \frac{EA}{L} \tag{2.1}$$

Donde:

k, Constante de rigidez lbf/in^2.

E, Modulo de Young.

A, Promedio del área seccional de los elementos.

L, La longitud de el elemento.

Los tres elementos rígidos pueden ser calculados, asumiendo la unidad de grosor y $E = 35x10^6$ psi, como:

Elemento 1	A prom. = 0.168 in^2.	k_1= $6x10^6$ lbf/in
Elemento 2	A prom. = 0.504 in^2.	k_2=$16x10^6$ lbf/in.
Elemento 3	A prom. = 0.825 in^2.	k_3=$26x10^6$ lbf/in.

Las variables nodales para ser resueltas, por ejemplo, los grados de libertad, son los desplazamientos axiales de cada nodo d_i. Ensamblando un conjunto de ecuaciones que representen la viga tenemos:

Ecuación 1 $k_1(d_1-d_2) = F_1-F_2$. (2.2)

Ecuación 2 $k_2(d_2-d_3) = F_2-F_3$. (2.3)

Ecuación 3 $k_3(d_3-d_4) = F_3-F_4$. (2.4)

Donde:

d_i, Es el desplazamiento axial del nodo i.

F_i, Es la fuerza axial en el nodo i.

Escribiendo estas ecuaciones en la forma matricial para el elemento 1 tenemos.

$$\begin{pmatrix} k_1 & -k_1 \\ -k_1 & k_1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} d_1 \\ d_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} F_1 \\ F_2 \end{pmatrix} \tag{2.5}$$

El conjunto de matrices de la ecuación de rigidez para los otros elementos es de la misma forma. El conjunto de ecuaciones ensambladas en la matriz describiendo la viga entera son:

$$\begin{pmatrix} k_1 & -k_1 & 0 & 0 \\ -k_1 & k_2 + k_3 & k_2 & 0 \\ 0 & k_2 & k_2 + k_3 & k3 \\ 0 & 0 & -k_3 & k_3 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} d_1 \\ d_2 \\ d_3 \\ d_4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} F_1 \\ F_2 \\ F_3 \\ F_4 \end{pmatrix} \tag{2.6}$$

Este conjunto de ecuaciones matriciales representan cuatro ecuaciones en cuatro incógnitas, d_i, las cuales pueden ser resueltas para caracterizar la respuesta de la viga para una fuerza axial aplicada.

Aunque este ejemplo ilustra el principio del ensamble de las ecuaciones de rigidez de los elementos dentro de un conjunto global de ecuaciones, la formulación actual de las matrices de rigidez de los elementos individuales para dos dimensiones y tres dimensiones en elementos sólidos es significativamente más compleja. Algunos más avanzados elementos sólidos de tres elementos tienen 20 nodos y 60 grados de libertad por elemento representado por un conjunto de ecuaciones de 60x60 para cada elemento.

2.2.2 FORMULACIÓN DE ESFUERZO, DEFORMACIÓN Y RIGIDEZ

La deformación en cualquier punto en los elementos de un modelo de elementos finitos puede ser dada por el vector de deformación.

$$(\varepsilon) = \begin{pmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \\ \varepsilon_{xy} \end{pmatrix} \qquad (2.7)$$

Donde:

ε_x , la deformación en la dirección x = du/dx

ε_y , la deformación en la dirección y = du/dy

ε_{xy} , la deformación en el plano x-y = du/dy + du/dx

Las funciones de forma son usadas para obtener esas derivadas con respecto a los desplazamientos nodales. Por ejemplo:

$$\varepsilon_x = d/dx[\sum_{i=1}^{n} N_i u_i] \qquad (2.8)$$

La dirección y deformación cortante pueden ser obtenidas de manera similar. El cálculo completo de la deformación puede ser dado en la forma de matriz como:

$$(\varepsilon) = \begin{pmatrix} \frac{d}{dx}N_1 \ldots & \frac{d}{dx}N_n & 00\ldots & 000 \\ 000\ldots & 00 & \frac{d}{dy}N_1 \cdot\cdot & \frac{d}{dy}N_n \\ \frac{d}{dy}N_1 \cdot\cdot & \frac{d}{dy}N_n \cdot & \frac{d}{dx}N_1 \cdot\cdot & \frac{d}{dx}N_n \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} u_1 \\ \ldots. \\ u_n \\ v_1 \\ \ldots. \\ v_n \end{pmatrix} \qquad (2.9)$$

La matriz de forma de las funciones globales de las derivadas es conocida como la matriz [B] y es también referida como la matriz de esfuerzo-desplazamiento. Sobre todo el conjunto de ecuaciones puede ser dada una matriz en forma como:

$$\{\varepsilon\} = [B]\ \{d\} \qquad (2.10)$$

El esfuerzo y la deformación pueden ser relacionados por el uso de una matriz de elasticidad. [D]

$\{\sigma\} = [D]\ \{\varepsilon\}.$ (2.11)

Para un plano bidimensional con esfuerzos y materiales isotrópicos, la matriz de elasticidad es:

$$\left[(D) = \frac{E}{1-\mu^2} \cdot \begin{bmatrix} 1 & \mu & 0 \\ \mu & 1 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{\left(1-\mu^2\right)}{2} \end{bmatrix} \right] \tag{2.12}$$

Para un plano bidimensional con deformaciones y materiales isotrópicos, la matriz de elasticidad es:

$$(D) = \left[\frac{\left[E \cdot \left(1-\mu^2\right)\right]}{(1+\mu)\cdot(1-2\cdot\mu)} \right] \cdot \begin{bmatrix} 1 & \frac{\mu}{(1-\mu)} & 0 \\ \frac{\mu}{(1-\mu)} & 1 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{(1-2\cdot\mu)}{[2\cdot(1-\mu)]} \end{bmatrix} \tag{2.13}$$

A fin de convertir los desplazamientos nodales en esfuerzos, la matriz B y D son combinadas:

$\{\sigma\} = [D]\ [B]\ \{d\}$ (2.14)

Esto debería ser notado en todas las relaciones sostenidas en un punto en especifico dentro de los elementos definidos por las coordenadas locales usados en la función de forma N_i los cuales son derivadas están en [B].

La matriz de elementos rígidos para un elemento bidimensional es generado por integrar el producto y la transpuesta de la matriz B, la matriz D, y la matriz B sobre el área de elementos o volumen en caso de ser un elemento sólido en tres dimensiones, por ejemplo:

$$[k] = \int [B]^T [D] [B] \, dx \, dy \qquad (2.16)$$

Donde [k] es la matriz de rigidez del elemento. La relación entre rigidez , fuerzas aplicadas y los desplazamientos nodales esta dada por:

$$[k] \{d\} = \{F\} \qquad (2.17)$$

2.2.3 LA ECUACIÓN ENSAMBLADA DEL ELEMENTO Y LA SOLUCIÓN

Hay dos métodos comúnmente usados para ensamblar y resolver la matriz elemental del conjunto de ecuaciones: La solución de la ecuación adjunta y la solución de la ecuación ondulante frontal.

En el método de la ecuación adjunta, el conjunto global total de ecuaciones de todos los elementos es primero ensamblado y después reducido. El método de ensamblamiento de los elementos individuales de las matrices de rigidez en una matriz global de rigidez sigue la misma forma.

El elemento de fuerza y el vector de desplazamiento y los coeficientes de rigidez son organizados de acuerdo al orden de los grados de libertad globales. Por ejemplo , si un elemento particular es restringido por 1,2,10,9 (grados de libertad 1,2,3,4,19,29,17,18), entonces los elementos del coeficiente de rigidez en la fila 1 y columna 1 representan la relación entre una fuerza en grado de libertad local 1 (1er nodo , dirección en x) y un desplazamiento en el grado de libertad local 7 (cuarto nodo, dirección en x).

$$\begin{pmatrix} k_{1,1} & k_{1,2} & k_{1,3} & k_{1,4} & k_{1,5} & k_{1,6} & k_{1,7} & k_{1,8} \\ k_{2,1} & k_{2,2} & k_{2,3} & k_{2,4} & k_{2,5} & k_{2,6} & k_{2,7} & k_{2,8} \\ .. & .. & .. & .. & .. & .. & .. & .. \\ k_{8,1} & k_{8,2} & k_{8,3} & k_{8,4} & k_{8,5} & k_{8,6} & k_{8,7} & k_{8,8} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} d_1 \\ d_2 \\ .. \\ d_8 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} F_1 \\ F_2 \\ .. \\ F_8 \end{pmatrix} \tag{2.18}$$

En el sistema global, este relaciona el nodo 1, en la dirección x y el nodo 9 en la dirección x (grado de libertad 17) así que el coeficiente sería ensamblado dentro de la matriz global en la fila 1, columna 17.

$$\begin{pmatrix} k_{1,1} & k_{1,2} & k_{1,3} & k_{1,4} & k_{1,19} & k_{1,20} & k_{1,17} & k_{1,18} \\ k_{2,1} & k_{2,2} & k_{2,3} & k_{2,4} & k_{2,19} & k_{2,20} & k_{2,17} & k_{2,18} \\ .. & .. & .. & .. & .. & .. & .. & .. \\ k_{18,1} & k_{18,2} & k_{18,3} & k_{18,4} & k_{18,19} & k_{18,20} & k_{18,17} & k_{18,18} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} d_1 \\ d_2 \\ .. \\ d_{18} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} F_1 \\ F_2 \\ .. \\ F_{18} \end{pmatrix} \tag{2.19}$$

Dos propiedades de la matriz de rigidez son significantes con respecto a la solución del algoritmo.

1. La matriz es simétrica, por ejemplo, $k_{1,17} = k_{17,1}$.

2. La matriz es definida positiva, por ejemplo, no hay términos negativos en la matriz y no hay términos cero en la matriz diagonal.

Más bien que encontrar una inversa de la matriz de rigidez, la triangularización es usada para reducir la matriz en la forma triangular superior, significa que todos los términos debajo de la diagonal son cero. El conjunto original de ecuaciones de la matriz de rigidez puede verse como la siguiente:

$$\begin{pmatrix} k_{1,1} & k_{1,2} & k_{1,3} & k_{1,4} & k_{1,5} \\ k_{2,1} & k_{2,2} & k_{2,3} & k_{2,4} & k_{2,5} \\ k_{3,1} & k_{3,2} & k_{3,3} & k_{3,4} & k_{3,5} \\ k_{4,1} & k_{4,2} & k_{4,3} & k_{4,4} & k_{4,5} \\ k_{5,1} & k_{5,2} & k_{5,3} & k_{5,4} & k_{5,5} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} d_1 \\ d_2 \\ d_3 \\ d_4 \\ d_5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} F_1 \\ F_2 \\ F_3 \\ F_4 \\ F_5 \end{pmatrix} \tag{2.20}$$

Y es reducida para parecerse a esta:

$$\begin{pmatrix} k_{1,1} & k_{1,2} & k_{1,3} & k_{1,4} & k_{1,5} \\ 0 & k_{2,2} & k_{2,3} & k_{2,4} & k_{2,5} \\ 0 & 0 & k_{3,3} & k_{3,4} & k_{3,5} \\ 0 & 0 & 0 & k_{4,4} & k_{4,5} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & k_{5,5} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} d_1 \\ d_2 \\ d_3 \\ d_4 \\ d_5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} F_1 \\ F_2 \\ F_3 \\ F_4 \\ F_5 \end{pmatrix} \tag{2.21}$$

Los desplazamientos pueden ser obtenidos del conjunto de ecuaciones por el regreso y substitución. La ecuación final contiene solo una incógnita d_5 que puede ser resuelta explícitamente por:

$$D_5 = F'_5 / k'_{5,5} \tag{2.22}$$

La penúltima ecuación tiene dos incógnitas. Sin embargo una de esas es d_5. Una vez que d_5 ha sido resuelta, la segunda última ecuación puede ser resuelta para d_4. El proceso continua de regreso a través del conjunto de ecuaciones hasta que todas las incógnitas han sido resueltas.

2.3 TIPOS DE ELEMENTOS

Los tipos de elementos pueden ser divididos en muy pocos grupos básicos, armazón, membrana, ladrillo, elementos elásticos, vigas y placas. Otros tipos de elementos especiales son como resortes, masa concentrada, holguras y elementos amortiguados.

2.3.1 ELEMENTOS TIPO VIGA

Los elementos tipo viga tienen solamente un nodo en cada final pero tienen grados de libertad rotacionales con el fin de transferir momento al igual que las fuerzas. Los seis grados de libertad por nodo para una viga son los tres desplazamientos añadiendo tres rotaciones o inclinaciones (véase figura 2.3). Las fuerzas en los nodos consisten de las tres fuerzas y los tres momentos. Los elementos tipo viga asumen una constante o variación lineal del área seccional transversal. Propiedades tales como el área seccional transversal y el momento de inercia deben ser introducidos para este tipo de elementos, ya que la geometría de las vigas no puede ser determinada de dos nodos.

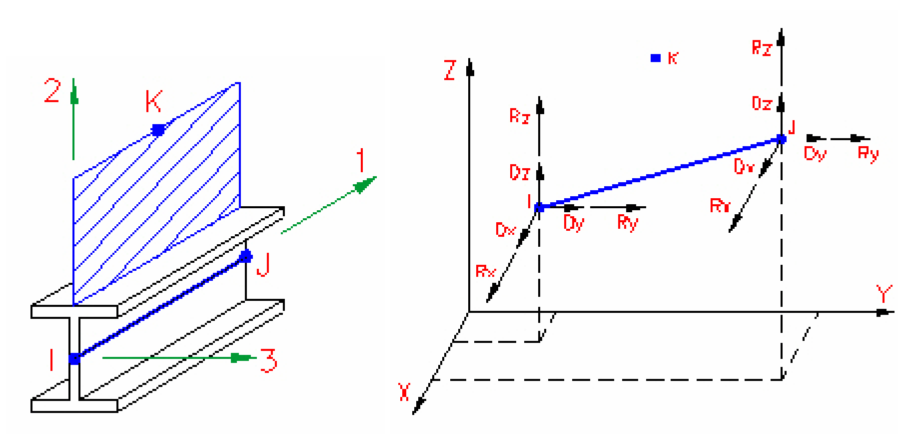

Figura 0.3 Elemento tipo viga con sus grados de libertad.

2.3.2 ELEMENTOS TIPO PLACA

Los elementos tipo placa o cáscara también tienen seis grados de libertad por nodo y son una parte contada de los elementos tipo viga. Muchos elementos tipo placa tienen un solo nodo en sus vértices tal que el grosor de la placa debe ser especificado como una constante.

2.3.3 ELEMENTOS TIPO ARMADURA

Son elementos de dos nodos que se pueden orientar arbitrariamente en el plano x, y o z.

Estos transmiten únicamente fuerza axial y en general tienen tres grados de libertad de traslación pero no de rotación. Este tipo de elementos se utiliza para modelar estructuras como torres, puentes y edificios. Los elementos tridimensionales del tipo de las barras son modelados con área constante y se pueden emplear en el análisis de tipo elástico, no linear y de grandes desplazamientos geométricos. Y se emplean cuando:

1. La longitud del elemento es mucho mayor que su ancho entre 8 y 10 veces.
2. Esta conectado al resto del modelo con uniones que no transmiten momentos.
3. Las fuerzas externas son aplicadas únicamente en los nodos o en las articulaciones.

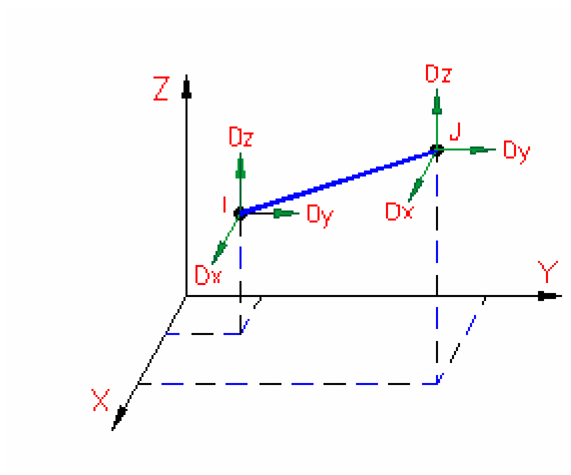

Figura 0.4 Representación de los grados de libertad de un elemento tipo armadura.

2.3.4 ELEMENTOS TIPO MEMBRANA

Son elementos formados por tres o cuatro nodos en tres dimensiones. Estos elementos se emplean para modelar objetos como redes o tejidos por ejemplo una lamina de aluminio usada como techo. Son capaces de simular sólidos de un grosor específicos que no revelan esfuerzos normales al contorno. Al igual que la armadura no tienen grados de libertad rotacionales, pero si trasnacionales. Es por eso que solo se emplean cuando:

1. El grosor del elemento es más pequeño que su longitud o ancho.
2. El elemento no sufre ninguna tensión normal al plano que lo representa.

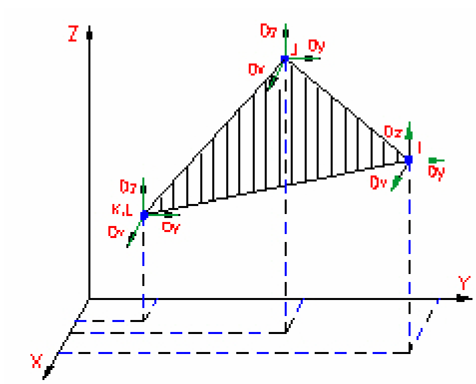

Figura 0.5 Elemento tipo membrana de forma triangular y sus grados de libertad.

2.3.5 ELEMENTOS ELÁSTICOS BIDIMENSIONALES

Son formados por tres o cuatro nodos y son requeridos para analizar empaques, rodamientos etc. Estos elementos sólo tienen 2 grados de libertad trasnacional y ninguno de tipo rotacional, y por lo general siempre están paralelos al plano YZ, es ideal cuando se desea modelar una sección transversal de un componente y no hay deformaciones en la componente x.

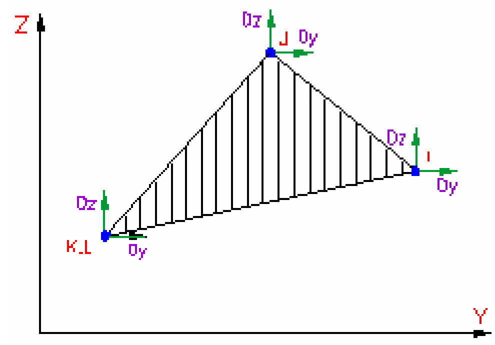

Figura 0.6 Elemento tipo elástico bidimensional triangular y sus grados de libertad.

2.3.6 ELEMENTOS TIPO LADRILLO O BLOQUE

Estos elementos tienen seis u ocho nodos que forman caras en un plano tridimensional.

Los bloques básicos se emplean para materiales isotrópicos. Y por definición estos bloques no tienen grados de libertad de rotación solamente de traslación. Hay una gama de bloques que van desde los cuatro hasta los ocho nodos y algunos son capaces de incorporar nodos intermedios. Por lo regular son usados cuando:

1. Se desea conocer los esfuerzos colineales al grosor.
2. Hay existencia de fuerzas y no de momentos en el elemento.
3. El modelo tiene una fuerza hidrostática aplicada.

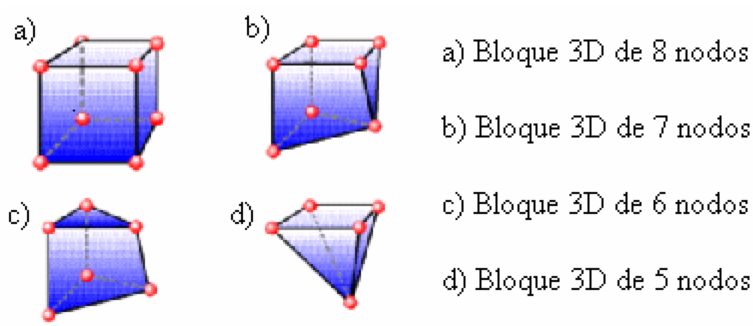

Figura 0.7 Representación grafica de un elemento tipo bloque en forma de puntos nodales.

2.4 REQUERIMIENTOS DE MODELADO

Todos los programas de métodos finitos requieren por lo menos algunos de los siguientes aspectos:

- Una definición de la geometría, por nodo y el tipo de elemento que ocuparemos.
- Especificación de las propiedades del material.
- Especificación de las condiciones y restricciones de desplazamiento.
- Especificación de las fuerzas aplicadas al modelo.

Para casos en los que no se analice un esfuerzo estático tal como el térmico o el calculo de flujo de fluido, los parámetros tales como la restricción del desplazamiento y las fuerzas aplicadas, son reemplazadas por variables análogas tales como temperatura, flujo de calor, etc.

2.4.1 DEFINICIÓN DE LA GEOMETRÍA

Para describir la geometría, ésta debe especificarse en términos de nodos y elementos. Los nodos o puntos nodales son definidos en términos de coordenadas ya sean cartesianas, cilíndricas, polares u otras; y los elementos están definidos por medio de los nodos que los unen. Para obtener mejores resultados es preferible que el programa realice una división automática o discretización de los cuerpos a analizar, esto es conocido comúnmente como mallado (véase figura 2.8), así como emplear un mayor número de nodos en las zonas más importantes y donde las fuerzas son aplicadas para obtener un mejor análisis y evitar que nuestro modelo quede incompleto o con huecos en la malla por la omisión de algún elemento o la falta de nodos.

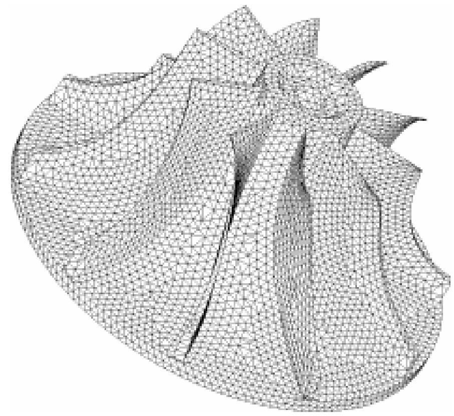

Figura 0.8 Modelo hecho en CAD mallado automáticamente.

El método de los elementos finitos no tiene ningún tipo de unidades de medición predefinido y se puede adoptar un sistema de unidades en particular y mantenerlo por el resto del análisis. Es conveniente adoptar un sistema como el internacional o el inglés ya que son los más usados.

El número de nodos y su distribución depende del tipo de elemento, pero es importante recalcar que entre más número de nodos tengamos, los resultados serán más exactos, pero también requeriremos de mayor tiempo de cálculo en nuestro sistema.

2.4.2 DEFINICIÓN DE LAS PROPIEDADES DEL MATERIAL

Para el análisis de esfuerzo estático, se necesitarán el "Modulo de Young" y la "Razón de Poisson" ya que sólo se necesita calcular la rigidez de la estructura. En algunos casos especiales tales como barras vigas y placas será indispensable introducir datos como la sección transversal, forma que posee, área, grosor y momentos de inercia. Dentro de los programas de elementos finitos existen bibliotecas de los materiales disponibles que ahorran el trabajo de introducción de los datos.

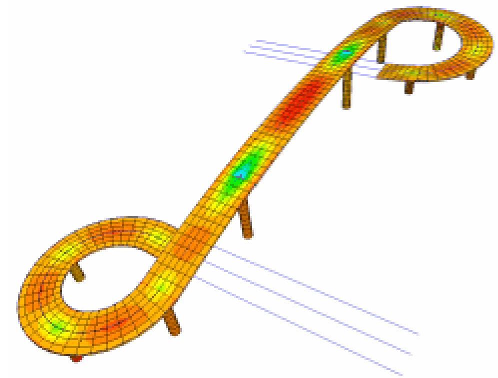

Figura 0.9 Modelo mallado de una pista con trayectoria variable.

2.4.3 RESTRICCIONES DE DESPLAZAMIENTO Y CONDICIONES DE FRONTERA

Los desplazamientos deben ser restringidos en uno o más puntos del modelo y cuando menos todos los grados de libertad deben ser restringidos en un punto para prevenir el movimiento del cuerpo rígido del modelo en casos donde podría ser posible introducir fuerzas externas y balanceadas sobre el modelo donde no hay fuerzas netas externas o momentos.

Los nodos restringidos pueden tener entre uno y todos de sus grados de libertad restringidos. Un problema común en especificar la restricción del desplazamiento es sobre restringir el modelo por especificar muchas restricciones, esto nos puede llevar a obtener altos esfuerzos y tener un comportamiento irreal del modelo.

Las restricciones en los nodos pueden tener de uno a seis grados de libertad con los tres posibles movimientos de traslación y los tres rotacionales en el espacio. Restringir los seis grados de libertad representa un empotramiento, restringir un grado de libertad significa que esta sobre un rodamiento y restringir las traslaciones y no las rotaciones significa que esta sujeto por afianzadores. Es por eso que esta gran diversidad de restricciones de movimiento conlleva a una gran variedad de resultados para el mismo problema., es por eso que escogiendo las restricciones que sean acordes al problema y procurar emplear el mínimo de restricciones pueden darnos mejores resultados en el análisis del modelo.

2.4.4 FUERZAS APLICADAS

No importa como son introducidas las cargas dentro del análisis de elementos finitos, ya que todas las cargas son convertidas en cargas nodales aplicadas a los puntos nodales.

Estas fuerzas pueden ser divididas en tres grupos:

1. Fuerzas directas nodales.
2. Fuerzas distribuidas de presión.
3. Fuerzas de contacto en el cuerpo.

Las fuerzas nodales se especifican de acuerdo al grado de libertad para que cada nodo tenga diferentes amplitudes de fuerzas.

Las cargas distribuidas como la presión son introducidas dando un rango de elementos sobre los cuales actúa la carga de presión, incluyendo su dirección y la amplitud.

Y las fuerzas de contacto son aquellas que son aplicadas a cada elemento de la estructura. Es posible que estas fuerzas sean dependientes de las propiedades del material, como la densidad de masa o la permeabilidad magnética.

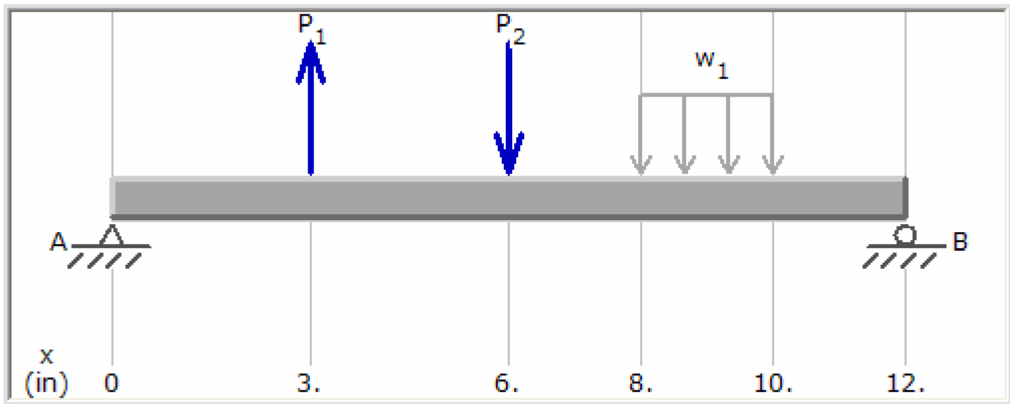

Figura 0.10 Viga restringida con varias cargas aplicadas.