

CAPITULO V

CÁLCULOS MECÁNICOS

5.1 Cálculos mecánicos de diseño para la flecha

Se debe diseñar un eje que transmite una velocidad de giro máxima de 1725 rpm y esta conectada a un motor de _ HP marca MERCADAL modelo HT-40-20 a 50 Hz por medio de un cople flexible convencional marca.

La ubicación y distribución de los componentes que van montados sobre la flecha son: dos cojinetes en el extremo izquierdo A y B, entre estos dos cojinetes se ubica el cilindro de alimentación, dicha flecha es movida por el motor que le transmite la potencia. En la parte central, entre los dos rodamientos lleva montado un cilindro que en su superficie tiene un canal que le da vueltas (total de ciclos 2.5), esto hace que el hilo que va sobre el cilindro se meta al canal y al momento de que gira la flecha, el hilo se desliza sobre el cilindro y se mueve de derecha a izquierda, a lo largo del cilindro. Dicho cilindro esta sujeto a la flecha mediante dos prisioneros ubicados en cada extremo. En la figura 5.2.1 se muestran estos componentes.

Recargado sobre el cilindro esta un cono de cartón, que es donde se va enrollando el hilo con cada ciclo del cilindro. Dicho cono gira a la par del cilindro mediante gomas que van sobre su superficie, estas gomas funcionan como llantas para que cuando gire el eje, estas también giren y hagan que el cono gire con ellas y el hilo se envuelva en el cono

produciendo al final de un tiempo determinado un cono de hilo que es retirado y se coloca otro cono para proseguir con la producción.

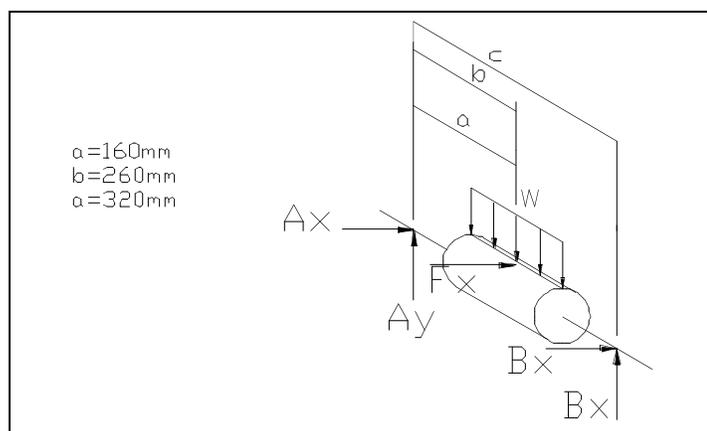


Figura 5.1. Componentes, cargas y momentos en el diagrama de cuerpo libre

Partiendo de estos datos se puede comenzar a calcular las reacciones ejercidas en los rodamientos y en cilindro debidas a la fuerza distribuida sobre el cilindro y producida por el brazo, cono y mandril que están soportados por el cilindro. Los pesos de cada parte se muestran en la tabla 5.1.

Parte	Peso (Kg)
Mandril	0.794
Brazo	1.436
Bobina	1.220
$\square m$	3.450

Tabla 5.1 Peso de partes

La potencia del motor es de 1/4 de Hp, para obtener el torque se debe convertir los caballos de fuerza a Watts de la siguiente manera, para el sistema internacional la fórmula de torque es

$$P = 1/4HP \left[\frac{745.7 W}{1 HP} \right]$$

$$\boxed{P = 186.43W}$$

El torque generado por el motor esta determinado por la siguiente fórmula:

$$T = 9550 \frac{P}{n} \quad (5.1)$$

$$\boxed{T = 1032.1N \cdot m}$$

Para calcular la fuerza en el punto F se requiere sacar la fuerza neta aplicada en la mitad del cilindro que se determina por la fórmula $F = m \cdot g$ (5.2), y ya que el punto de aplicación de esta fuerza se ubica en el centro de simetría entre los rodamientos y la carga, se calcula

$$F = (3.45Kg) \cdot (9.81Kg \cdot m/s^2)$$

$$\boxed{F = 33.845N}$$

Ya habiendo obtenido esta fuerza se prosigue a la determinación de las reacciones

producidas por los rodamientos. Para esto se deben analizar dichas reacciones en dos planos X y Y, y realizar los diagramas de cuerpo libre, de fuerzas cortantes y de momentos, respectivamente.

5.2 Diagramas de cuerpo libre para todas las cargas que actúan sobre la flecha.

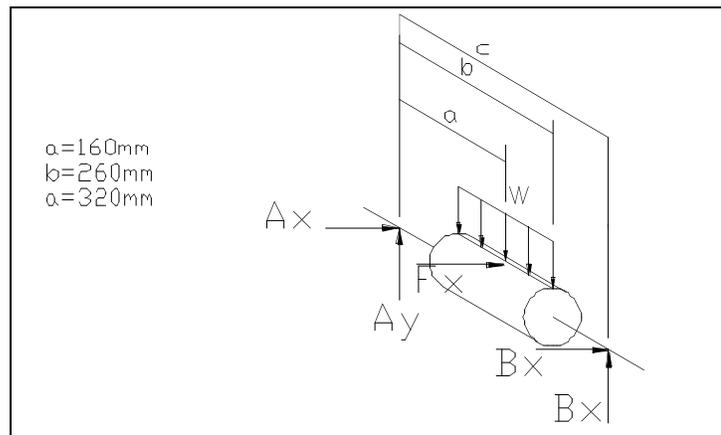


Figura 5.2 Diagrama de cuerpo libre

PLANO X

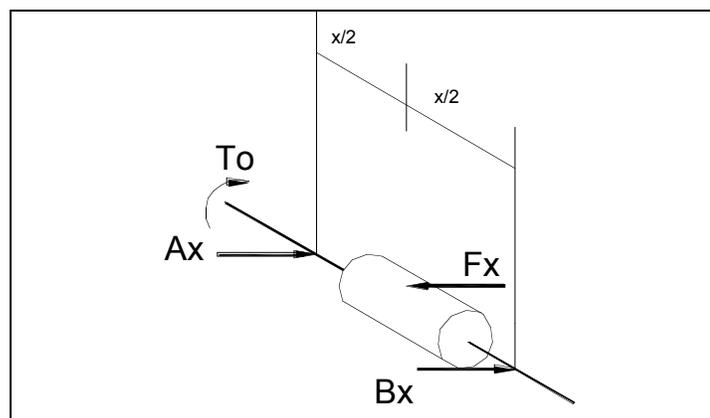


Figura 5.3 Diagrama de cuerpo libre plano X

La fuerza de fricción debida se determina multiplicando la fuerza vertical aplicada en ese punto por el coeficiente de fricción entre metal e hilo de 0.35.

$$F_x = F_y \cdot \mu \quad (5.3)$$

$$F_x = 11.846N$$

De la sumatoria de fuerzas y momentos se obtienen las reacciones en esta dirección “X” de los puntos A y B.

$$\sum M_{Ax} = 0$$

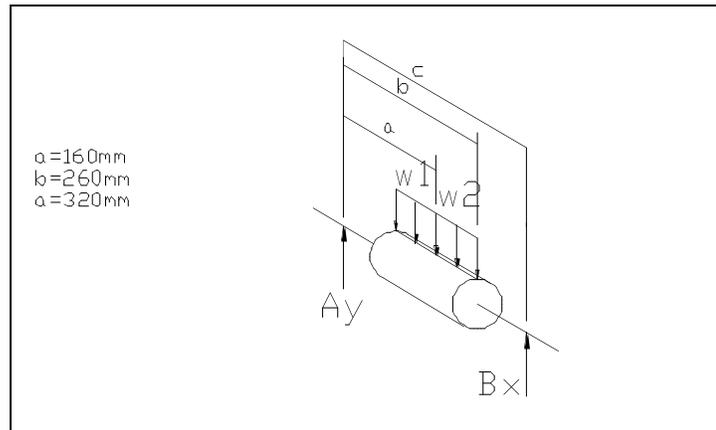
$$\sum \frac{1}{2} x \cdot F_x + x \cdot B_x = 0$$

$$B_x = 5.923N$$

$$\sum F_x = 0$$

$$A_x - F_x + B_x = 0$$

$$A_x = 5.923N$$

PLANO Y**Figura 5.4** Diagrama de cuerpo libre plano Y

En el plano Y se aplica una carga distribuida sobre el cilindro de alimentación, la cual esta dada por el contacto que hace el cono sobre dicho cilindro. Esto se representa en la figura 5.4.

$$\square M_{Ay} = 0$$

$$\square w_1 \cdot a \square w_2 \cdot b + B_y \cdot c = 0$$

$$\boxed{B_y = 19.038 \text{ N}}$$

$$\square F_y = 0$$

$$A_y \square w_1 \square w_2 + B_y = 0$$

$$\boxed{A_y = 14.807 \text{ N}}$$

El material a utilizar es AISI 1050 Extruido en frío y sus propiedades se muestran en la tabla 5.2.

S_U	690 Mpa
S_Y	579 Mpa
S_n	260 Mpa
C_S	1
C_R	0.9

Tabla 5.2 Propiedades mecánicas del AISI 1050
(Obtenidas del Apéndice A)

La fórmula para calcular la resistencia por durabilidad modificada del acero AISI 1050 extruido en frío es:

$$S'_n = S_n \cdot C_s \cdot C_r \quad (5.4)$$

$$S'_n = 234.0 \text{ MPa}$$

En seguida se muestran los diagramas de fuerzas cortantes y de momentos, y las cortantes y los momentos totales respectivamente.

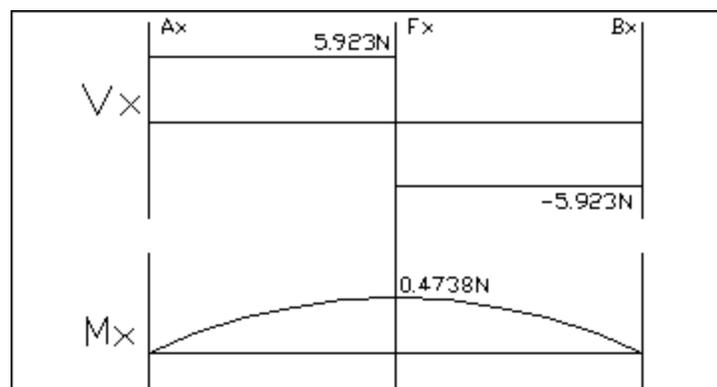


Figura 5.5 Diagrama de fuerzas cortantes y momentos de flexión del plano X

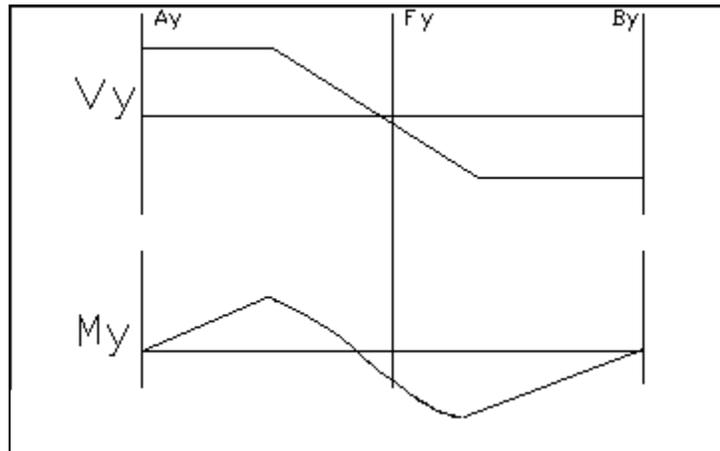


Figura 5.6 Diagramas de fuerzas cortantes y momentos de flexión del plano Y

5.3 Magnitud total de las fuerzas cortantes:

Se calcula mediante la fórmula para obtener la magnitud total de fuerzas de corte:

$$V_T = \sqrt{(V_X^2 + V_Y^2)} \quad (5.5)$$

$$V_A = \sqrt{(V_{Ax}^2 + V_{Ay}^2)}$$

$$V_A = \sqrt{(5.923^2 + 14.807^2)}$$

$$\boxed{V_A = 15.948N}$$

$$V_B = \sqrt{(V_{Bx}^2 + V_{By}^2)}$$

$$V_B = \sqrt{((\square)5.923)^2 + ((\square)19.038)^2}$$

$$V_B = 18.093N$$

$$V_F = \sqrt{(V_{Fx}^2 + V_{Fy}^2)}$$

$$V_F = \sqrt{(11.846)^2 + (33.845)^2}$$

$$V_F = 35.858N$$

5.4 Magnitud total de los momentos de flexión:

Se calcula mediante la fórmula para obtener la magnitud total del momento de flexión:

$$M_r = \sqrt{(M_x)^2 + (M_y)^2} \quad (5.6)$$

$$M_A = \sqrt{(M_{Ax})^2 + (M_{Ay})^2}$$

$$M_A = 0N$$

$$M_B = \sqrt{(M_{Bx})^2 + (M_{By})^2}$$

$$M_B = 0N$$

$$M_F = \sqrt{(M_{Fx})^2 + (M_{Fy})^2}$$

$$M_F = \sqrt{(0.4738)^2 + (1.3538)^2}$$

$$M_F = 1.4343 \text{ N} \cdot \text{m}$$

Obtenidos estos datos se debe calcular el diámetro mínimo permisible para la flecha en los puntos descritos anteriormente como A, B y F. Esto se hace analizando para cada punto, las diferentes condiciones de carga.

5.5 Cálculo del diámetro mínimo aceptable

Punto O

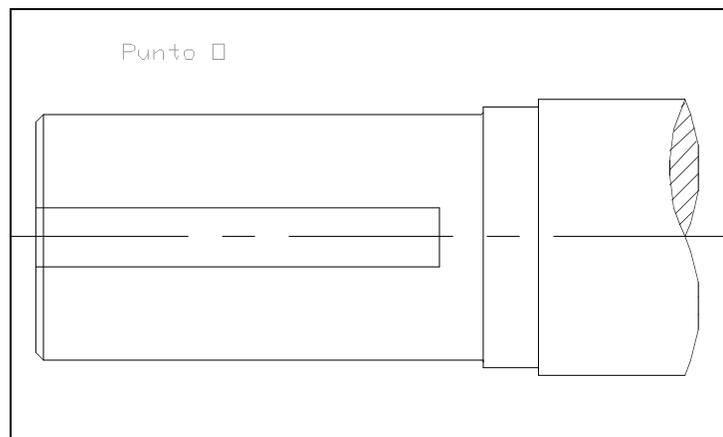


Figura 5.7 Diagrama de superficie del punto O

En este punto es donde se va a montar el cople que una a la flecha con el eje del motor para que le transmita la potencia, se coloca un cuñero que se une con el mismo cople para poder afianzarse a este. Los cálculos de la cuña y el cuñero de este punto se encuentran

al finalizar los cálculos para los diámetros mínimos aceptables para la flecha en los puntos críticos asignados.

El diámetro en este punto es igual al punto A, debido a que el ensamble de la flecha con los demás componentes se realiza de derecha a izquierda, éste diámetro debe ser el mismo o inclusive menor al diámetro interno del rodamiento ubicado en el punto A.

Por consiguiente se dice que el momento de flexión en el punto O equivale a cero y que el torque es el mismo que produce el motor, ya que el cople es un dispositivo de unión que impide haya desalineación sustancial que genere esfuerzos en la flecha.

$$M_o = 0N$$

$$T_o = 1032.1N \cdot m$$

Punto A

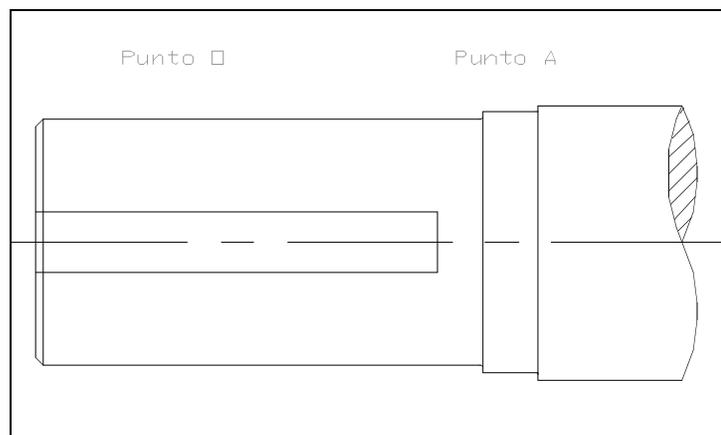


Figura 5.8 Diagrama de superficie del punto A

En este punto se ubica un rodamiento de bolas con un chaflán con bordes cortantes a la derecha y un chaflán con bordes perfectamente bien redondeados en su lado izquierdo. Con esto se pretende que D_A sea mayor a D_o para facilitar el ensamble. En este punto se usa un factor de seguridad $N = 2$.

Por este punto pasa el torque que transmite el motor y el momento de flexión es cero, el factor de concentración de esfuerzos para chaflán con bordes redondeados se saca de la figura 5, y el valor que se seleccionó es $k_t = 2.5$, entonces la fórmula para calcular el diámetro es, teniendo:

$$M_A = 0N$$

$$T_A = 1032.1N \cdot m$$

$$D_A = \left[\frac{32N}{\pi} \sqrt{\frac{K_t M_A^2}{S_n^2} + \frac{3}{4} \frac{T_A^2}{S_y^2}} \right]^{\frac{1}{3}} \quad (5.7)$$

$$D_a = 0.03156m \approx 31.56mm$$

Punto F1 y F2

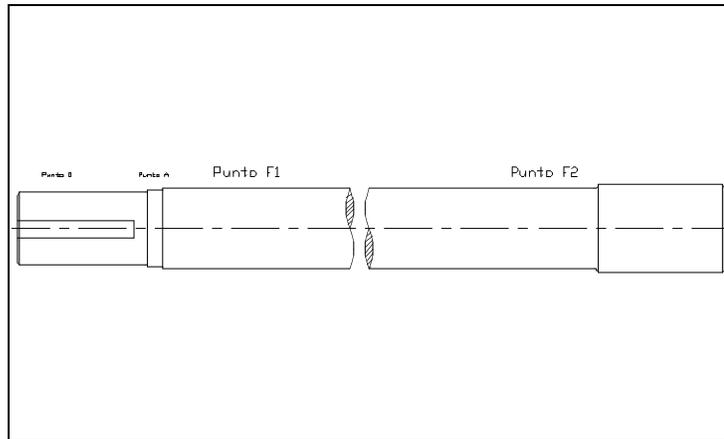


Figura 5.9 Diagrama de superficie de los puntos F1 y F2

Las condiciones de este punto son: $M_F = 1.4343N \cdot m$ y el torque esta definido por la fuerza ejercida en el plano X y el radio “r” del cilindro donde se aplica la fuerza:

$$r = 47.55mm \square 0.04755m$$

$$T_F = Fx \cdot r \tag{5.8}$$

A la derecha de este punto lleva un chaflán con bordes cortantes y su factor de concentración de esfuerzos es $k_t = 1.5$. Se utiliza un factor de seguridad $N = 2$.

$$T_F = 0.56328N \cdot m$$

$$D_F = \sqrt[3]{\frac{32N}{\pi} \sqrt{\frac{K_t M_F^2}{S'_n} + \frac{3}{4} \frac{T_F^2}{S_y}}} \frac{1}{3}$$

$$D_F = 0.3156m \approx 31.56mm$$

Nota: La sección de este punto, finalmente, tiene un diámetro mayor al punto A, debido a la configuración de ensamble. Es en este punto donde va montado el cilindro.

Punto B

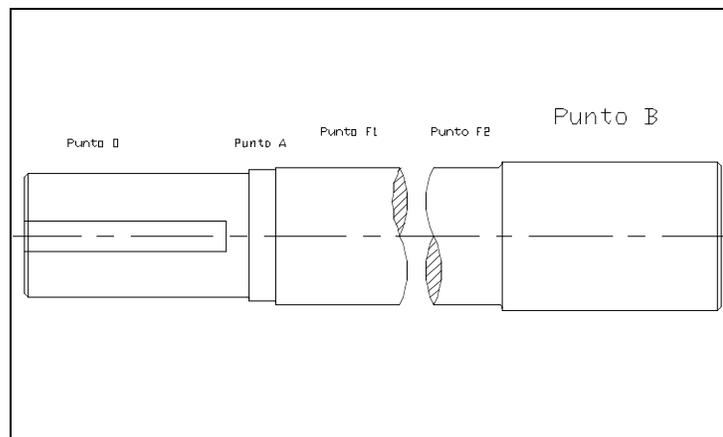


Figura 5.10 Diagrama de superficie del punto B

En este no hay momento de flexión ni torque aplicados, porque este es el último punto de sujeción de la flecha y el torque fue transmitido por el cilindro al cono en el punto F, pero los esfuerzos de corte en ese punto son elevados, por eso se calcula el esfuerzo de corte de diseño. Se utiliza un factor de seguridad $N = 2$.

$$\sigma_d = 0.577 \frac{(S_y)}{N} \quad (5.9)$$

$$\sigma_d = 0.577 \frac{(579 \times 10^6)}{2}$$

$$\boxed{\sigma_d = 167.04 \text{ MPa}}$$

El área que se requiere en este punto de la flecha es calculada mediante la fórmula 5.9 que a continuación se muestra:

$$A_B = \frac{4 \cdot V_B}{3 \cdot \sigma_d} \quad (5.10)$$

$$A_B = \frac{4(17.929)}{3(167.04 \times 10^6)}$$

$$\boxed{A_B = 1.4311 \text{ m}^2}$$

Entonces el diámetro mínimo aceptable para el punto B es:

$$D_B = \sqrt{\frac{4 \cdot A_B}{\pi}} \quad (5.11)$$

$$D_B = \sqrt{4 \cdot (1.4311)}$$

$$D_B = 0.00013m \approx 0.13mm$$

5.6 Diseño de la cuña del punto O

En este punto lleva una cuña debido a que este es el lugar donde se ensambla un cople que une la flecha del cilindro con la flecha del motor. Esto requiere una serie de cálculos, los cuales se mencionan a continuación.

Para determinar las dimensiones de la sección de la cuña, se realizan tres pasos importantes:

- a) Determinar dimensiones de la sección utilizando el diámetro que se tenga en la flecha en ese punto y hallar el intervalo que se muestra en la tabla 5.5, donde se obtiene el alto H y ancho W de la cuña.
- b) Para calcular la longitud de la cuña se necesita calcular la tensión por esfuerzo de corte que corresponde a la teoría de falla por tensión máxima de esfuerzo de corte.
- c) Determinar la longitud de la cuña usando el torque transmitido en ese punto y utilizando también el diámetro de la flecha y el espesor de la cuña, obtenido anteriormente.

5.6.1 Diseño de la cuña

Los cálculos correspondientes a este análisis se muestran a continuación.

El diámetro que tiene la flecha en este punto corresponde a 33 milímetros y equivalen a 1.1992 pulgadas, esto es

$$\varnothing_{\min} = 38mm \approx 1.551 \text{ pulg}$$

Se selecciona una cuña con cuñero de corredera deslizable de perfil cuadrado y sus dimensiones son las que se muestran en la siguiente tabla

\varnothing más de (pulg.)	Hasta (incluso) (pulg.)	Espesor W	Altura H
$1 \frac{1}{4}$	$1 \frac{3}{8}$	$\frac{5}{16}$	$\frac{5}{16}$

Tabla 5.4 Tamaño de la cuña contra tamaño de la flecha en el punto O

La tensión de diseño por esfuerzo de corte que corresponde se obtiene de la fórmula

5.11.

$$\tau_d = 0.5 \frac{S_y}{N} \quad (5.12)$$

$$\tau_d = 0.5 \frac{579 \text{ MPa}}{2}$$

$$\sigma_d = 144.75 \text{ MPa}$$

Por consiguiente, la longitud que se necesita para la cuña es de

$$L = \frac{2T}{\sigma_d \cdot \phi_{\min} \cdot W} \quad (5.13)$$

Donde el torque correspondiente para este punto equivale a $T = 1032.1 \text{ N} \cdot \text{m}$

$$L = \frac{2(1032.1 \text{ N} \cdot \text{m})}{(144.75 \text{ MPa})(0.038 \text{ m})(0.0079375 \text{ m})}$$

$$L = 0.047 \text{ m} \approx 47 \text{ mm}$$

El cuñero que se seleccionó para este dispositivo del punto “O” es un cuñero de corredera deslizante y se muestra a continuación en la figura 5.7 y figura 5.8.

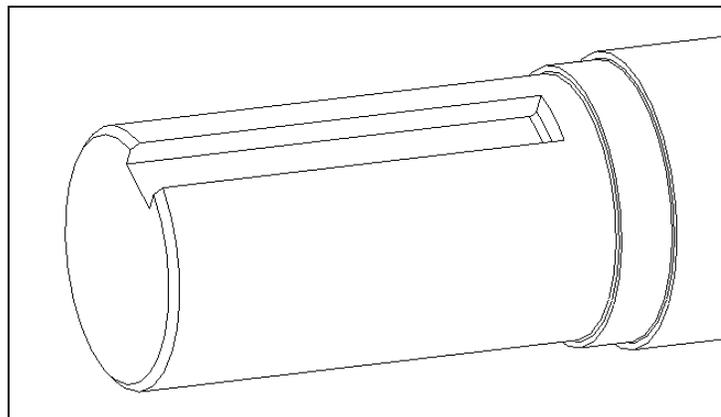


Figura 5.11 Representación isométrica del cuñero

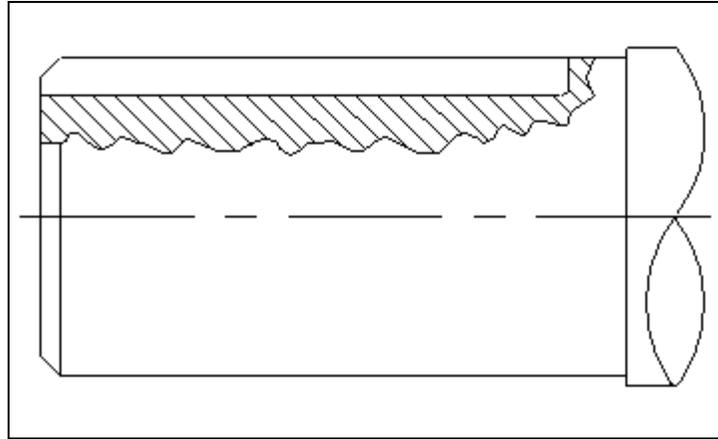


Figura 5.12 Representación de la sección del cuñero

5.7 Estimación del radio de chaflanes con bordes bien redondeados y cortantes

Ya que la flecha lleva montados varios dispositivos como lo son los rodamientos y el cilindro, es necesario que se añadan a la flecha bordes con chaflanes perfectamente redondeados o con bordes cortantes, según la condición de carga que haya en ese punto.

Sobre este eje van montados dos rodamientos y un cilindro que requieren que se le maquine a la flecha este tipo de perfiles, que ayudan a disminuir los esfuerzos cortantes que producen las cargas radiales horizontales y verticales.

Punto y miembro que se enlaza o se monta	Izquierda del elemento	Derecha del elemento
Punto 0 <i>Cople</i>	Ninguno	Ninguno
Punto A <i>Rodamiento de bolas</i>	Chaflán con bordes cortantes	Chaflán con bordes cortantes
Punto F <i>Cilindro de alimentación</i>	Ninguno	Chaflán con bordes bien redondeados
Punto B <i>Rodamiento de bolas</i>	Ninguno	Ninguno

Tabla 5.5 Ubicación de hombros sobre la flecha

Los radios varían según el diámetro de la flecha y la condición de carga de trabajo que tengan que realizar. En este caso se tiene una condición de momento de flexión, ya que las cargas que actúan radialmente producen flexión en el eje. Los valores se muestran en la siguiente tabla.

Punto	Izquierda	Derecha
A	Kt=2.5 d=33mm D=35mm r/d=0.01 r=0.33mm	Kt=2.5 d=35mm D=36.9mm r/d=0.01 0.35mm
F	Ninguno	Kt=1.5 d=37mm D=40mm r/d=0.12 r=4.4mm
B	Ninguno	Ninguno

Tabla 5.6 Radio de hombros en la flecha

En la figura siguiente (Figura 5.9), se pueden apreciar los radios que debe tener la flecha en el lugar donde se coloca el rodamiento A.

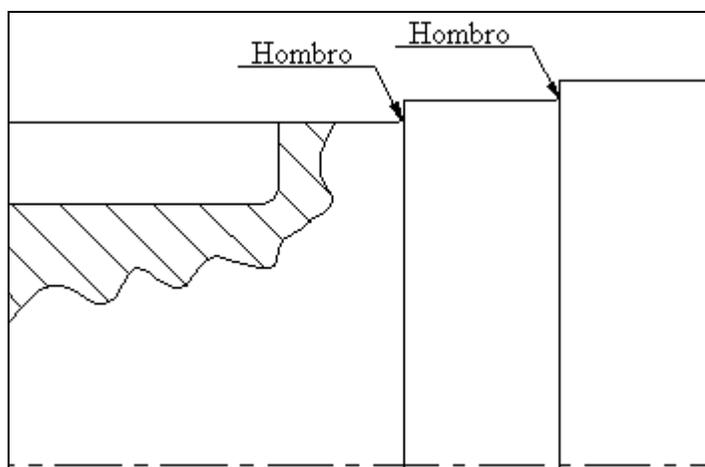


Figura 5.13 Hombros con bordes cortantes en el apoyo A

Nota importante: En el rodamiento B se le ponen un anillo externo de sujeción.

Esto se ve fácilmente porque ambos rodamientos se unen con la flecha mediante un

ajuste de interferencia pequeño, pero que hace que no haya deslizamiento entre estas dos partes, el rodamiento A tiene un hombro con bordes cortantes que reducen estrés en el eje y que funciona también como apoyo al rodamiento. Por otra parte, el rodamiento que va en el punto B, sólo tiene un ajuste pequeño de interferencia entre la flecha y la cara interna de la pista interior del rodamiento.

Punto	Ø nominal (mm)	Carga Estática (N)	Límite de velocidad (rpm)	Designación
A	35	3000	13000	61807
B	45	3800	12000	61809

Tabla 5.7 Selección de rodamientos