

## CAPÍTULO 5

En esta tesis se propone un algoritmo GRASP para encontrar soluciones factibles para el problema de localización denominado el problema de la  $p$ -mediana.

Como herramienta principal para poder desarrollar el algoritmo se utilizó el lenguaje C, se diseñó un programa de computación el cual posee la estructura que se muestra a continuación:

Fase de Construcción.

1. Se obtiene una lista de candidatos con un valor ponderado.
2. Considera una lista restringida de los mejores candidatos.
3. Selecciona un elemento aleatoriamente de la lista restringida.
4. Obtenemos un resultado que no siempre es el óptimo.

Fase de Mejora.

Se realiza un proceso de búsqueda local a partir de la solución construida, y se detiene el proceso hasta que no se pueda mejorar.

### 5.1 Metodología de trabajo.

Para evaluar el funcionamiento del algoritmo propuesto se trabajó con los archivos de J.E. Beasley, que se encuentran en la biblioteca de investigación de operaciones [22]. Hay actualmente 40 archivos de datos. Estos archivos de datos son los 40 problemas de prueba de J.E. Beasley [16].

Cada uno de estos archivos de datos representa un problema de localización, por tanto fueron tomados como fuente para demostrar la funcionalidad del programa y, por ende, del algoritmo propuesto; el nombre de estas fuentes se denomina pmed1, pmed2,..., pmed40 y todas mantienen en común un formato de distribución de información. Este formato común mantiene tres números enteros en la primera línea del archivo, los cuales representan el número de nodos, número de arcos y el número de instalaciones a ubicar (valor  $p$ ); seguidos de un conjunto finito de tripletas -designado por el número de arcos- de la forma  $(x1, x2, z)$  donde  $x1$  caracteriza el nodo fuente,  $x2$  el nodo destino y  $z$  el costo existente en el arco formado por los dos nodos anteriores.

Aún cuando se tienen dentro de las fuentes los costos relacionados a un conjunto de arcos, este conjunto no representa al total de arcos posibles entre cada uno de los nodos; por lo cual, antes de procesar dichas fuentes con nuestro programa es necesario aplicarles el algoritmo *Floyd Warshall* [23]. El objetivo de este algoritmo es determinar el camino más corto de todos los pares de nodos para determinar la matriz de costos  $C = [C_{ij}]$ ; Esta matriz se almacena en otro archivo con nombre p01, p02,...,p40 respectivamente y se utiliza como argumento del programa computacional desarrollado.

Con los archivos pmed1, pmed2,..., pmed40 se generaron los archivos p01, p02,...,p40, que contienen la matriz de costos para cada problema, respectivamente. Al ejecutar el programa se solicita la siguiente información:

- Nombre del archivo dónde se encuentra la matriz completa de costos.

- Número de nodos de la matriz.
- Número de instalaciones a ubicar (valor  $p$ ).
- Porcentaje de holgura para la selección aleatoria de soluciones (valor  $\alpha$ ).
- Nombre del archivo dónde se escribirá el proceso detallado del algoritmo y los resultados finales.
- Número de veces que se desea repetir el algoritmo para este conjunto de parámetros (número de iteraciones).

Dada la naturaleza aleatoria del algoritmo, las soluciones encontradas para un mismo conjunto de parámetros de entrada varían; por tanto, se designa el número de iteraciones a realizar. La función aleatoria que utiliza el programa está basada en la hora del sistema (en milisegundos), con lo cual se minimiza la probabilidad de encontrar conjuntos soluciones idénticos en diferentes iteraciones del algoritmo.

Una iteración inicia con los parámetros dados, el conjunto de nodos abiertos y asignaciones vacías y termina cuando se tiene una solución factible, se ha cumplido con el valor  $p$  y se tiene una asignación para cada nodo. Cabe mencionar que internamente el algoritmo realiza sub-iteraciones y dentro de cada una de ellas designa un nodo a abrir y las asignaciones que representan el orden en que los nodos abiertos satisfacen a los nodos destino. Una vez que se termina una iteración se aplica la función de mejora al conjunto solución, que se detalla en párrafos siguientes, se inicializan los parámetros, el conjunto de nodos abiertos y el conjunto de asignaciones, se calcula el costo parcial y se aplica un decremento al número de iteraciones a realizar.

En el archivo de salida generado al terminar la ejecución del programa se escribe la siguiente información por cada sub-iteración del algoritmo:

- Nodo a abrir.
- Conjunto de nodos abiertos.
- Conjunto de asignaciones.
- Costo parcial.
- Ahorro en el costo si se realiza una iteración más.

El conjunto solución encontrado en cada iteración se compone por el conjunto de nodos abiertos, el conjunto de asignaciones y el costo relacionado a las asignaciones realizadas. A cada conjunto solución se le aplica la función de mejora, donde se intenta obtener un menor costo por medio del siguiente proceso de búsqueda local:

1. Cerrar un nodo abierto.
2. Abrir en la posición del nodo cerrado un nodo “no abierto”.
3. Recalcular los costos.
4. Si el costo es menor al costo anterior se mantienen los cambios realizados; en caso contrario, se desechan los cambios y se regresa al estado anterior.

Este proceso se realiza para cada uno de los nodos abiertos y al finalizar se encuentra un conjunto solución mejorado (con un costo menor).

Una vez que se han realizado todas las iteraciones del algoritmo se encuentra un conjunto solución por cada iteración realizada, el siguiente paso es elegir el conjunto solución que presente el menor costo y mostrarlo como la mejor solución encontrada en la ejecución.

## 5.2 Análisis de los Resultados del Programa.

Los resultados obtenidos se describen a continuación;

En la tabla 5.1, se muestran los archivos pmed1, pmed2,....., pmed40 con el número respectivo de nodos, arcos, el valor  $p$ , y el resultado óptimo.

En la tabla 5.2 se muestran los archivos pmed1, pmed2,....., pmed40 con el número respectivo de nodos, arcos, el valor  $p$ , y se muestran los resultados obtenidos al ejecutar el algoritmo propuesto en este trabajo, el algoritmo se ejecutó cinco veces con cada uno de los archivos de la librería. En la tabla 5.2 los valores de las columnas etiquetadas con el texto “ $R_i$ ” para  $i=, \dots, 5$  se refiere a la mejor solución factible que el algoritmo encontró después de ejecutar cien iteraciones en cada ejecución respectivamente. En algunos casos se logró el valor óptimo.

En la tabla 5.3 se muestran los archivos pmed1, pmed2,....., pmed40 con el número respectivo de nodos, arcos, el valor  $p$ , el valor óptimo. En la tabla 5.3 los valores de la columna etiquetada con el texto “media”, se refieren al valor promedio de las soluciones obtenidas, y la etiqueta con el texto “D.promedio” proporcionan la desviación porcentual promedio de los valores medios de las soluciones obtenidos con respecto a los valores óptimos.

La tabla 5.4 muestra los archivos pmed1, pmed2,....., pmed40 con el número respectivo de nodos, arcos, el valor  $p$ . En la tabla 5.4 las columnas etiquetas con el texto “ $T_i$  para  $i = 1...5$ ” se refiere al tiempo de cpu de cada ejecución, el tiempo fue medido en segundos. La columna etiquetada con el texto “media” representa el tiempo promedio total de ejecución.

Los resultados obtenidos por el algoritmo propuesto fueron muy satisfactorios, ya que proporcionó soluciones de muy buena calidad. El algoritmo se evaluó en base a la calidad, robustez y eficiencia. Para todos los problemas el valor de la solución óptima se conoce, por lo tanto se puede confirmar que el algoritmo tiene una muy buena calidad debido a que en varios de los problemas se logró el valor óptimo, y en los casos que no se logro la optimabilidad, los valores obtenidos son muy próximos a los valores óptimos. La robustez del algoritmo se midió mediante la desviación porcentual promedio, en dónde solamente en un caso se observa una desviación igual al 2% en todos los otros casos las desviaciones son menores. La eficacia se midió mediante el tiempo de ejecución, la cual para los casos con un mayor número de instalaciones a ubicar, se requirió de más tiempo como fue el caso del problema pmed30.

Tabla 5.1

Archivo	Nodos	Arcos	Medianas	OPT.
pmde1	100	200	5	5819
pmde2	100	200	10	4093
pmde3	100	200	10	4250
pmde4	100	200	20	3034
pmde5	100	200	33	1355
pmde6	200	800	5	7824
pmde7	200	800	10	5631
pmde8	200	800	20	4445
pmde9	200	800	40	2734
pmde10	200	800	67	1255
pmde11	300	1800	5	7696
pmde12	300	1800	10	6634
pmde13	300	1800	30	4374
pmde14	300	1800	60	2968
pmde15	300	1800	100	1729
pmde16	400	3200	5	8162
pmde17	400	3200	10	6999
pmde18	400	3200	40	4809
pmde19	400	3200	80	2845
pmde20	400	3200	133	1789
pmde21	500	5000	5	9138
pmde22	500	5000	10	8579
pmde23	500	5000	50	4619
pmde24	500	5000	100	2961
pmde25	500	5000	167	1828
pmde26	600	7200	5	9917
pmde27	600	7200	10	8307
pmde28	600	7200	60	4498
pmde29	600	7200	120	3033
pmde30	600	7200	200	1989
pmde31	700	9800	5	10086
pmde32	700	9800	10	9297
pmde33	700	9800	70	4700
pmde34	700	9800	140	3013
pmde35	800	12800	5	10400
pmde36	800	12800	10	9934
pmde37	800	12800	80	5057
pmde38	900	16200	5	11060
pmde39	900	16200	10	9423
pmde40	900	16200	90	5128

Tabla 5.2

Archivo	Nodos	Arcos	Medianas	R1	R2	R3	R4	R5
pmde1	100	200	5	5824	5819	5819	5837	5821
pmde2	100	200	10	4102	4093	4093	4101	4093
pmde3	100	200	10	4250	4250	4250	4253	4250
pmde4	100	200	20	3034	3043	3056	3049	3034
pmde5	100	200	33	1360	1360	1357	1357	1357
pmde6	200	800	5	7830	7828	7831	7830	7824
pmde7	200	800	10	5643	5642	5643	5631	5632
pmde8	200	800	20	4459	4457	4466	4479	4462
pmde9	200	800	40	2769	2763	2768	2766	2766
pmde10	200	800	67	1278	1280	1281	1276	1276
pmde11	300	1800	5	7715	7697	7702	7697	7696
pmde12	300	1800	10	6644	6641	6640	6640	6646
pmde13	300	1800	30	4404	4421	4424	4434	4438
pmde14	300	1800	60	3007	3001	3000	3005	3008
pmde15	300	1800	100	1756	1760	1758	1751	1750
pmde16	400	3200	5	8174	8177	8165	8181	8177
pmde17	400	3200	10	7023	7016	7015	7024	7019
pmde18	400	3200	40	4846	4840	4864	4858	4847
pmde19	400	3200	80	2873	2877	2874	2872	2875
pmde20	400	3200	133	1815	1822	1822	1821	1811
pmde21	500	5000	5	9146	9153	9138	9150	9153
pmde22	500	5000	10	8601	8585	8586	8637	8613
pmde23	500	5000	50	4670	4655	4654	4667	4650
pmde24	500	5000	100	3005	3000	2998	3001	3009
pmde25	500	5000	167	1865	1861	1866	1862	1856
pmde26	600	7200	5	9933	9930	9935	9924	9924
pmde27	600	7200	10	8352	8340	8346	8329	8335
pmde28	600	7200	60	4538	4545	4534	4534	4545
pmde29	600	7200	120	3080	3085	3086	3086	3086
pmde30	600	7200	200	2023	2034	2027	2028	2037
pmde31	700	9800	5	10097	10096	10101	10096	10093
pmde32	700	9800	10	9320	9306	9324	9322	9308
pmde33	700	9800	70	4749	4760	4753	4759	4758
pmde34	700	9800	140	3056	3062	3062	3063	3058
pmde35	800	12800	5	10400	10414	10401	10400	10400
pmde36	800	12800	10	10001	10013	10017	9986	10006
pmde37	800	12800	80	5117	5119	5110	5121	5106
pmde38	900	16200	5	11150	11124	11160	11112	11071
pmde39	900	16200	10	9486	9470	9473	9477	9445
pmde40	900	16200	90	5170	5167	5182	5179	5185



Tabla 5.3

Archivo	Nodos	Arcos	Medianas	OPT.	MEDIA	D.prom.
pmde1	100	200	5	5819	5823.6	0.07905
pmde2	100	200	10	4093	4096.4	0.08307
pmde3	100	200	10	4250	4250.6	0.01412
pmde4	100	200	20	3034	3043.2	0.30323
pmde5	100	200	33	1355	1358.2	0.23616
pmde6	200	800	5	7824	7828.6	0.05879
pmde7	200	800	10	5631	5638.2	0.12786
pmde8	200	800	20	4445	4464.6	0.44094
pmde9	200	800	40	2734	2766.4	1.18508
pmde10	200	800	67	1255	1278.2	1.84861
pmde11	300	1800	5	7696	7701.4	0.07017
pmde12	300	1800	10	6634	6642.2	0.12361
pmde13	300	1800	30	4374	4424.2	1.14769
pmde14	300	1800	60	2968	3004.2	1.21968
pmde15	300	1800	100	1729	1755	1.50376
pmde16	400	3200	5	8162	8174.8	0.15682
pmde17	400	3200	10	6999	7019.4	0.29147
pmde18	400	3200	40	4809	4851	0.87336
pmde19	400	3200	80	2845	2874.2	1.02636
pmde20	400	3200	133	1789	1818.2	1.63220
pmde21	500	5000	5	9138	9148	0.10943
pmde22	500	5000	10	8579	8604.4	0.29607
pmde23	500	5000	50	4619	4659.2	0.87032
pmde24	500	5000	100	2961	3002.6	1.40493
pmde25	500	5000	167	1828	1862	1.85996
pmde26	600	7200	5	9917	9929.2	0.12302
pmde27	600	7200	10	8307	8340.4	0.40207
pmde28	600	7200	60	4498	4539.2	0.91596
pmde29	600	7200	120	3033	3084.6	1.70129
pmde30	600	7200	200	1989	2029.8	2.05128
pmde31	700	9800	5	10086	10096.6	0.10510
pmde32	700	9800	10	9297	9316	0.20437
pmde33	700	9800	70	4700	4755.8	1.18723
pmde34	700	9800	140	3013	3060.2	1.56654
pmde35	800	12800	5	10400	10403	0.02885
pmde36	800	12800	10	9934	10004.6	0.71069
pmde37	800	12800	80	5057	5114.6	1.13902
pmde38	900	16200	5	11060	11123.4	0.57324
pmde39	900	16200	10	9423	9470.2	0.50090
pmde40	900	16200	90	5128	5176.6	0.94774

Tabla 5.4

Archivo	Nodos	Arcos	Medianas	T1	T2	T3	T4	T5	Promedio
pmde1	100	200	5	0.69	0.7	0.75	0.66	0.71	0.702
pmde2	100	200	10	1.69	0.02	1.7	1.84	1.67	1.384
pmde3	100	200	10	1.51	1.46	1.68	1.53	1.49	1.534
pmde4	100	200	20	2.68	2.7	2.92	2.64	2.65	2.718
pmde5	100	200	33	4.61	4.56	5.15	4.67	4.6	4.718
pmde6	200	800	5	3.29	3.97	3.07	3.84	3	3.434
pmde7	200	800	10	6.15	6.12	6.18	5.76	6.97	6.236
pmde8	200	800	20	15.87	17	15.22	15.93	15.36	15.876
pmde9	200	800	40	28.53	27.55	27.49	29.44	28.33	28.268
pmde10	200	800	67	36.79	37.02	37.9	37.54	37.64	37.378
pmde11	300	1800	5	5.94	5.71	5.7	5.84	5.87	5.812
pmde12	300	1800	10	14.37	14.26	14.25	14.65	14.65	14.436
pmde13	300	1800	30	55.48	55.97	55.42	59.06	57.41	56.668
pmde14	300	1800	60	104.26	107.15	104.81	111.46	107.52	107.04
pmde15	300	1800	100	145.08	151.54	144.32	141.73	150.95	146.724
pmde16	400	3200	5	9.99	10.13	10.25	10.14	10.08	10.118
pmde17	400	3200	10	26.21	26.3	27.1	26.48	25.95	26.408
pmde18	400	3200	40	171.61	171.24	170.35	171.45	162.85	169.5
pmde19	400	3200	80	307.73	311.55	318.26	323.73	312.27	314.708
pmde20	400	3200	133	573.24	529.78	552.23	547.72	554.28	551.45
pmde21	500	5000	5	16.33	16.79	16.73	17.08	16.96	16.778
pmde22	500	5000	10	37.02	38.38	38.41	37.44	36.48	37.546
pmde23	500	5000	50	396.19	380.09	382	385.63	368.71	382.524
pmde24	500	5000	100	377.99	378.25	370.12	374.83	371.34	374.506
pmde25	500	5000	167	499.04	506.77	517.11	514.91	506.6	508.886
pmde26	600	7200	5	24.39	24.08	23.17	23.69	23.51	23.768
pmde27	600	7200	10	57.67	57.49	60.13	59.81	59.08	58.836
pmde28	600	7200	60	825.08	829.39	807.08	818.39	819.34	819.856
pmde29	600	7200	120	694.11	696.56	684.49	691.23	683.17	689.912
pmde30	600	7200	200	2811.31	2735.95	2802.41	2178.74	2832.24	2672.13
pmde31	700	9800	5	36.35	37.19	36.53	36.13	38.67	36.974
pmde32	700	9800	10	79.69	81.28	81.06	86.77	82.1	82.18
pmde33	700	9800	70	1739.38	1674.62	1709.48	1735.61	1706.24	1713.066
pmde34	700	9800	140	1077.68	1096	1099.77	1100.38	1112.58	1097.282
pmde35	800	12800	5	40.96	41.33	39.88	40.57	43.47	41.242
pmde36	800	12800	10	107.66	107.61	116.14	114.27	116.14	112.364
pmde37	800	12800	80	1020.1	994.98	1029.21	1032.45	1032.55	1021.858
pmde38	900	16200	5	58.1	55.02	54.4	53.36	53.62	54.9
pmde39	900	16200	10	125.91	128.73	125.61	128.43	124.31	126.598
pmde40	900	16200	90	1449.02	1452.43	1413.44	1439.1	1475.53	1445.904