4. EJEMPLOS NUMÉRICOS DE DISEÑO

4.1. Ejemplo: Placa base para columna con carga axial (sin utilizar confinamiento de concreto).

Una columna W12 x 96 está asentada sobre un pedestal de concreto cuya resistencia a la compresión es f'_c = 3 ksi. El esfuerzo de fluencia de la placa base es F_y = 36 ksi. Determinar las dimensiones de la placa base que pueda resistir una carga axial última P_u = 700 kips. Asumir que $A_2 = A_1$ (Caso I).

1. Calcular la carga axial última P_u.

$$P_u = 700 \text{ kips}$$

2. Calcular el área mínima requerida para la placa base.

$$A_{1req} = \frac{P_u}{\phi_c \, 0.85 \, f'_c} = \frac{700 \times \text{kips}}{0.65 \times 0.85 \times 3 \times \text{ksi}} \qquad A_{1req} = 422.323 \text{ in}^2$$

3. Optimizar las dimensiones *N y B* de la placa base.

$$\Delta = \frac{0.95\, d - 0.8\, b_f}{2} = \frac{0.95 \times 12.7 \times \text{in} - 0.8 \times 12.2 \times \text{in}}{2} \qquad \Delta = 1.152 \text{ in}$$

$$N = \sqrt{A_{1req}} + \Delta = \sqrt{422.323 \times \text{in}^2} + 1.152 \times \text{in} \qquad N = 21.702 \text{ in}$$

4. Calcular A_2 geométricamente similar a A_1.

Probar con N = 22 in

$$B = \frac{A_{1req}}{N} = \frac{422.323 \times \text{in}^2}{22 \times \text{in}} \qquad B = 19.197 \text{ in}$$

Probar con B = 20 in

$$A_1 = N \times B = 22 \times in \times 20 \times in \qquad A_1 = 440\ in^2$$

La placa cubrirá toda el área de concreto, por lo tanto: $A_2 = A_1$.

5. Determinar si se cumple la siguiente desigualdad.

$$P_u \leq \phi P_p$$

$$\phi P_p = \phi_c\ 0.85\ f'_c\ A_1 \sqrt{\frac{A_2}{A_1}} = 0.65 \times 0.85 \times 3 \times ksi \times 440 \times in^2 \times \sqrt{\frac{440 \times in^2}{440 \times in^2}}$$

$$\phi P_p = 729.3\ kips$$

$$P_u < \phi P_p \rightarrow 700 \times kips < 729.3 \times kips$$

Es correcto

6. Calcular el espesor mínimo requerido para la placa base.

$$m = \frac{N - 0.95\ d}{2} = \frac{22 \times in - 0.95 \times 12.7 \times in}{2} \qquad m = 4.968\ in$$

$$n = \frac{B - 0.8\ b_f}{2} = \frac{20 \times in - 0.8 \times 12.2 \times in}{2} \qquad n = 5.12\ in$$

$$X = \left[\frac{4\ d\ b_f}{(d + b_f)^2}\right] \frac{P_u}{\phi P_p} = \frac{4 \times 12.7 \times in \times 12.2 \times in}{(12.7 \times in + 12.2 \times in)^2} \times \frac{700 \times kips}{729.3 \times kips} \qquad X = 0.959$$

$$\lambda = \frac{2\sqrt{X}}{1 + \sqrt{1 - X}} \leq 1.0 = \frac{2 \times \sqrt{0.959}}{1 + \sqrt{1 - 0.959}} \qquad \lambda = 1.629 \rightarrow 1$$

$$\lambda n' = \lambda \frac{\sqrt{d\ b_f}}{4} = 1 \times \frac{\sqrt{12.7 \times in \times 12.2 \times in}}{4} \qquad \lambda n' = 3.112\ in$$

$$l = \max(m, n, \lambda n') = \max(4.968 \times in, 5.12 \times in, 3.112 \times in) \qquad l = 5.12\ in$$

$$t_{min} = 1\sqrt{\frac{2\ P_u}{\phi_f\ F_y\ B\ N}} = 5.12 \times in \times \sqrt{\frac{2 \times 700 \times kips}{0.9 \times 36 \times ksi \times 20 \times in \times 22 \times in}}$$

$$t_{min} = 1.604\ in$$

Utilizar un espesor de placa $t_p = 1\ ^5/_8$ in.

7. Determinar el tamaño y la cantidad de anclas que serán utilizadas.
   Para columnas sometidas solo a cargas axiales, basta con utilizar cuatro anclas ASTM F1554, Grado 36, de diámetro igual a ¾ de pulgada y una longitud de 12 pulgadas.

4.2. Ejemplo: Placa base para columna con carga axial (sin utilizar confinamiento de concreto).

Se debe diseñar una placa base para una columna W12 x 152 que soportará una carga axial factorizada P_u = 960 kips. Determine las dimensiones para la placa de acero A36 y para un pedestal de concreto f'_c = 3 ksi, si la placa cubrirá toda el área de concreto (Caso I).

1. Calcular la carga axial última P_u.

$$P_u = 960\ kips$$

2. Calcular el área mínima requerida para la placa base.

$$A_{1req} = \frac{P_u}{\phi_c\ 0.85\ f'_c} = \frac{960 \times kips}{0.65 \times 0.85 \times 3 \times ksi} \qquad A_{1req} = 579.186\ in^2$$

3. Optimizar las dimensiones *N y B* de la placa base.

$$\Delta = \frac{0.95\ d - 0.8\ b_f}{2} = \frac{0.95 \times 13.71 \times in - 0.8 \times 12.48 \times in}{2} \qquad \Delta = 1.52\ in$$

$$N = \sqrt{A_{1req}} + \Delta = \sqrt{579.186 \times in^2} + 1.52 \times in \qquad N = 25.586\ in$$

4. Calcular A_2 geométricamente similar a A_1.

   Probar con N = 26 in

$$B = \frac{A_{1req}}{N} = \frac{579.186 \times in^2}{26 \times in} \qquad B = 22.276\ in$$

   Probar con B = 23 in

$$A_1 = N \times B = 26 \times in \times 23 \times in \qquad A_1 = 598\ in^2$$

   La placa cubrirá toda el área de concreto, por lo tanto: $A_2 = A_1$.

5. Determinar si se cumple la siguiente desigualdad.

   $P_u \le \phi P_p$

$$\phi P_p = \phi_c\ 0.85\ f'_c\ A_1 \sqrt{\frac{A_2}{A_1}} = 0.65 \times 0.85 \times 3 \times ksi \times 598 \times in^2 \times \sqrt{\frac{598 \times in^2}{598 \times in^2}}$$

$$\phi P_p = 991.185\ kips$$

$$P_u < \phi P_p \rightarrow 960 \times kips < 991.185 \times kips$$

Es correcto

6. Calcular el espesor mínimo requerido para la placa base.

$$m = \frac{N - 0.95\ d}{2} = \frac{26 \times in - 0.95 \times 13.71 \times in}{2} \qquad m = 6.488\ in$$

$$n = \frac{B - 0.8\ b_f}{2} = \frac{23 \times in - 0.8 \times 12.48 \times in}{2} \qquad n = 6.508\ in$$

$$X = \left[\frac{4\ d\ b_f}{(d + b_f)^2}\right]\frac{P_u}{\phi P_p} = \frac{4 \times 13.71 \times in \times 12.48 \times in}{(13.71 \times in + 12.48 \times in)^2} \times \frac{960 \times kips}{991.185 \times kips}$$

$$X = 0.966$$

$$\lambda = \frac{2\sqrt{X}}{1+\sqrt{1-X}} \leq 1.0 = \frac{2\times\sqrt{0.966}}{1+\sqrt{1-0.966}} \qquad \lambda = 1.66 \rightarrow 1$$

$$\lambda n' = \lambda \frac{\sqrt{d\ b_f}}{4} = 1\times\frac{\sqrt{13.71\times in\times 12.48\times in}}{4} \qquad \lambda n' = 3.27\ in$$

$$l = \max(m, n, \lambda n') = \max(6.488\times in, 6.508\times in, 3.27\times in) \qquad l = 6.508\ in$$

$$t_{min} = l\sqrt{\frac{2\ P_u}{\phi_f\ F_y\ B\ N}} = 6.508\times in\times\sqrt{\frac{2\times 960\times kips}{0.9\times 36\times ksi\times 23\times in\times 26\times in}}$$

$$t_{min} = 2.049\ in$$

Utilizar un espesor de placa t_p = 2 ¼ in.

7. Determinar el tamaño y la cantidad de anclas que serán utilizadas.
   Para columnas sometidas solo a cargas axiales, basta con utilizar cuatro anclas ASTM F1554, Grado 36, de diámetro igual a ¾ de pulgada y una longitud de 12 pulgadas.

4.3. Ejemplo: Placa base para columna con carga axial (utilizando confinamiento de concreto).

Determinar las dimensiones de la placa base para el Ejemplo 4.1, utilizando un pedestal de concreto de 24-in x 24-in.

1. Calcular la carga axial última P_u.

$$P_u = 700\ kips$$

2. Calcular el área mínima requerida para la placa base.

$$A_{1req} = \frac{P_u}{2\ \phi_c\ 0.85\ f'_c} = \frac{700 \times kips}{2 \times 0.65 \times 0.85 \times 3 \times ksi} \qquad A_{1req} = 211.161\ in^2$$

3. Optimizar las dimensiones *N y B* de la placa base.

$$\Delta = \frac{0.95\ d - 0.8\ b_f}{2} = \frac{0.95 \times 12.7 \times in - 0.8 \times 12.2 \times in}{2} \qquad \Delta = 1.152\ in$$

$$N = \sqrt{A_{1req}} + \Delta = \sqrt{211.161 \times in^2} + 1.152 \times in \qquad N = 15.683\ in$$

Probar con N = 16 in

$$B = \frac{A_{1req}}{N} = \frac{211.161 \times in^2}{16 \times in} \qquad B = 13.198\ in$$

Probar con B = 14 in

$$A_1 = N \times B = 16 \times in \times 14 \times in \qquad A_1 = 224\ in^2$$

4. Calcular A_2 geométricamente similar a A_1.

Tomar el lado mayor del pedestal: $N_2 = 24$ in

$$\text{Proporción} = \frac{B}{N} = \frac{14 \times in}{16 \times in} \qquad \text{Proporción} = 0.875$$

$$B_2 = (\text{Proporción})\ N_2 = 0.875 \times 24 \times in \qquad B_2 = 21\ in$$

$$A_2 = N_2 \times B_2 = 24 \times in \times 21 \times in \qquad A_2 = 504\ in^2$$

$$A_2 < 4\ A_1 \rightarrow 504 \times in^2 < 4 \times 224 \times in^2$$

Aplica el Caso III

5. Las dimensiones N = 16 in y B = 14 in no son suficientes para satisfacer que $P_u \leq \Phi P_p$, por lo tanto, se debe utilizar una solución iterativa.

   Probar con N = 21 in y B = 19 in

$$A_1 = N \times B = 21 \times in \times 19 \times in \qquad A_1 = 399\, in^2$$

$$\text{Proporción} = \frac{B}{N} = \frac{19 \times in}{21 \times in} \qquad \text{Proporción} = 0.905$$

$$B_2 = (\text{Proporción})\, N_2 = 0.905 \times 24 \times in \qquad B_2 = 21.72\ in$$

$$A_2 = N_2 \times B_2 = 24 \times in \times 21.72 \times in \qquad A_2 = 521.28\, in^2$$

6. Determinar si se cumple la siguiente desigualdad.

$$P_u \leq \phi P_p$$

$$\phi P_p = \phi_c\, 0.85\, f'_c\, A_1 \sqrt{\frac{A_2}{A_1}} = 0.65 \times 0.85 \times 3 \times ksi \times 399 \times in^2 \times \sqrt{\frac{521.28 \times in^2}{399 \times in^2}}$$

$$\phi P_p = 755.919\ kips$$

$$P_u < \phi P_p \rightarrow 700 \times kips < 755.919 \times kips$$

Es correcto

7. Calcular el espesor mínimo requerido para la placa base.

$$m = \frac{N - 0.95\, d}{2} = \frac{21 \times in - 0.95 \times 12.7 \times in}{2} \qquad m = 4.468\ in$$

$$n = \frac{B - 0.8\, b_f}{2} = \frac{19 \times in - 0.8 \times 12.2 \times in}{2} \qquad n = 4.62\ in$$

$$X = \left[\frac{4\, d\, b_f}{(d + b_f)^2}\right] \frac{P_u}{\phi P_p} = \frac{4 \times 12.7 \times in \times 12.2 \times in}{(12.7 \times in + 12.2 \times in)^2} \times \frac{700 \times kips}{755.919 \times kips} \qquad X = 0.926$$

$$\lambda = \frac{2\sqrt{X}}{1+\sqrt{1-X}} \leq 1.0 = \frac{2\times\sqrt{0.926}}{1+\sqrt{1-0.926}} \qquad \lambda = 1.513 \rightarrow 1$$

$$\lambda n' = \lambda \frac{\sqrt{d\ b_f}}{4} = 1\times\frac{\sqrt{12.7\times in\times 12.2\times in}}{4} \qquad \lambda n' = 3.112\,in$$

$$l = \max(m, n, \lambda n') = \max(4.468\times in, 4.62\times in, 3.112\times in) \qquad l = 4.62\,in$$

$$t_{min} = l\sqrt{\frac{2\ P_u}{\phi_f\ F_y\ B\ N}} = 4.62\times in\times\sqrt{\frac{2\times 700\times kips}{0.9\times 36\times ksi\times 19\times in\times 21\times in}}$$

$$t_{min} = 1.52\,in$$

Utilizar un espesor de placa $t_p = 1\ ^5/_8$ in.

8. Determinar el tamaño y la cantidad de anclas que serán utilizadas.
   Para columnas sometidas solo a cargas axiales, basta con utilizar cuatro anclas ASTM F1554, Grado 36, de diámetro igual a ¾ de pulgada y una longitud de 12 pulgadas.

4.4. Ejemplo: Placa base para columna con carga axial (utilizando confinamiento de concreto).

Diseñar una placa base de acero A36 para una columna W12 x 65 que soporta una carga axial factorizada P_u = 720 kips. El concreto tiene una resistencia especificada a compresión f'_c = 3 ksi. Suponga que la columna descansa sobre una zapata de 9-ft x 9-ft.

1. Calcular la carga axial última P_u.

   $$P_u = 720\ kips$$

2. Calcular el área mínima requerida para la placa base.

$$A_{1req} = \frac{P_u}{2\ \phi_c\ 0.85\ f'_c} = \frac{720 \times kips}{2 \times 0.65 \times 0.85 \times 3 \times ksi} \qquad A_{1req} = 217.195\ in^2$$

3. Optimizar las dimensiones *N y B* de la placa base.

$$\Delta = \frac{0.95\ d - 0.8\ b_f}{2} = \frac{0.95 \times 12.12 \times in - 0.8 \times 12.00 \times in}{2} \qquad \Delta = 0.957\ in$$

$$N = \sqrt{A_{1req}} + \Delta = \sqrt{217.195 \times in^2} + 0.957 \times in \qquad N = 15.695\ in$$

Probar con N = 16 in

$$B = \frac{A_{1req}}{N} = \frac{217.195 \times in^2}{16 \times in} \qquad B = 13.575\ in$$

Probar con B = 14 in

$$A_1 = N \times B = 16 \times in \times 14 \times in \qquad A_1 = 224\ in^2$$

4. Calcular A_2 geométricamente similar a A_1.

Tomar el lado mayor del pedestal: $N_2 = 108$ in

$$\text{Proporción} = \frac{B}{N} = \frac{14 \times in}{16 \times in} \qquad \text{Proporción} = 0.875$$

$$B_2 = (\text{Proporción})\ N_2 = 0.875 \times 108 \times in \qquad B_2 = 94.5\ in$$

$$A_2 = N_2 \times B_2 = 108 \times in \times 94.5 \times in \qquad A_2 = 1.021 \times 10^4\ in^2$$

$$A_2 > 4\ A_1 \rightarrow 1.021 \times 10^4 \times in^2 > 4 \times 224 \times in^2$$ **Aplica el Caso II**

5. Determinar si se cumple la siguiente desigualdad.

$$P_u \leq \phi P_p$$

$$\phi P_p = \phi_c\, f'_c\, 2\, A_1 = 0.65 \times 3 \times ksi \times 2 \times 224 \times in^2 \qquad \phi P_p = 873.6\ kips$$

$$P_u < \phi P_p \rightarrow 720 \times kips < 873.6 \times kips$$

Es correcto

6. Calcular el espesor mínimo requerido para la placa base.

$$m = \frac{N - 0.95\ d}{2} = \frac{16 \times in - 0.95 \times 12.12 \times in}{2} \qquad m = 2.243\ in$$

$$n = \frac{B - 0.8\ b_f}{2} = \frac{14 \times in - 0.8 \times 12.00 \times in}{2} \qquad n = 2.2\ in$$

$$X = \left[\frac{4\ d\ b_f}{\left(d + b_f\right)^2}\right]\frac{P_u}{\phi P_p} = \frac{4 \times 12.12 \times in \times 12.00 \times in}{(12.12 \times in + 12.00 \times in)^2} \times \frac{720 \times kips}{873.6 \times kips} \qquad X = 0.824$$

$$\lambda = \frac{2\sqrt{X}}{1 + \sqrt{1 - X}} \leq 1.0 = \frac{2 \times \sqrt{0.824}}{1 + \sqrt{1 - 0.824}} \qquad \lambda = 1.279 \rightarrow 1$$

$$\lambda n' = \lambda\ \frac{\sqrt{d\ b_f}}{4} = 1 \times \frac{\sqrt{12.12 \times in \times 12.00 \times in}}{4} \qquad \lambda n' = 3.015\ in$$

$$l = \max\left(m, n, \lambda n'\right) = \max(2.243 \times in, 2.2 \times in, 3.015 \times in) \qquad l = 3.015\ in$$

$$t_{min} = l\sqrt{\frac{2\ P_u}{\phi_f\ F_y\ B\ N}} = 3.015 \times in \times \sqrt{\frac{2 \times 720 \times kips}{0.9 \times 36 \times ksi \times 14 \times in \times 16 \times in}}$$

$$t_{min} = 1.343\ in$$

Utilizar un espesor de placa $t_p = 1\ ^3/_8$ in.

7. Determinar el tamaño y la cantidad de anclas que serán utilizadas.
   Para columnas sometidas solo a cargas axiales, basta con utilizar cuatro anclas ASTM F1554, Grado 36, de diámetro igual a ¾ de pulgada y una longitud de 12 pulgadas.

4.5. Ejemplo: Placa base para columna con carga axial, momento flector y cortante.

Diseñe una placa base para soportar una columna W12 x 120 con carga axial de 620 kips, un momento flector de 1800 kip-in y un cortante de 37 kips. Utilizar acero A36 para la placa y una zapata de concreto $f'_c = 3$ ksi.

1. Determinar la carga axial última P_u y el momento último M_u.

$$P_u = 620\ \text{kips}$$

$$M_u = 1800\ \text{kip} \cdot \text{in}$$

2. Proponer las dimensiones *N y B* de la placa base.

Probar con anclas de diámetro $D_r = 1\ 3/4$ in.

$$N > d + (10\ D_r) = 14.48 \times \text{in} + 10 \times 1\frac{3}{4} \times \text{in} = 32.0 \times \text{in}$$

$$B > b_f + (6\ D_r) = 14.67 \times \text{in} + 6 \times 1\frac{3}{4} \times \text{in} = 25.2 \times \text{in}$$

Probar con N = 32 in y B = 26 in.

3. Dimensionar la zapata de concreto.

$$D_b = 1.75\ D_r$$

$$\text{Largo} > N + 2\,(6\ D_r - D_b) = 32 \times \text{in} + 2 \times \left(6 \times 1\frac{3}{4} \times \text{in} - 1.75 \times 1\frac{3}{4} \times \text{in}\right)$$

$$\text{Largo} = 46.875\ \text{in}$$

$$\text{Ancho} > B + 2\left(6\ D_r - D_b\right) = 26 \times in + 2 \times \left(6 \times 1\frac{3}{4} \times in - 1.75 \times 1\frac{3}{4} \times in\right)$$

$$\text{Ancho} = 40.875\, in$$

Probar con un pedestal de Largo = 47 in y Ancho = 41 in.

$$A_2 = \text{Largo} \times \text{Ancho} = 47 \times in \times 41 \times in \qquad A_2 = 1.927 \times 10^3\ in^2$$

4. Calcular A_2 geométricamente similar a A_1.

$$A_1 = N \times B = 32 \times in \times 26 \times in \qquad A_1 = 832\, in^2$$

Tomar el lado mayor de la zapata: N_2 = 47 in.

$$\text{Proporción} = \frac{B}{N} = \frac{26 \times in}{32 \times in} \qquad \text{Proporción} = 0.813$$

$$B_2 = (\text{Proporción})\ N_2 = 0.813 \times 47 \times in \qquad B_2 = 38.211\ in$$

$$A_2 = N_2 \times B_2 = 47 \times in \times 38.211 \times in \qquad A_2 = 1.796 \times 10^3\ in^2$$

5. Determinar la excentricidad equivalente y la excentricidad crítica.

$$e = \frac{M_u}{P_u} = \frac{1800 \times kip \times in}{620 \times kips} \qquad e = 2.903\, in$$

$$f_{pmax} = \phi_c \left(0.85\ f_c\right) \sqrt{\frac{A_2}{A_1}} = 0.65 \times 0.85 \times 3 \times ksi \times \sqrt{\frac{1.796 \times 10^3 \times in^2}{832 \times in^2}}$$

$$f_{pmax} = 2.435\ ksi$$

$$q_{max} = f_{pmax} \times B = 2.435 \times ksi \times 26 \times in \qquad q_{max} = 63.31\, \frac{kips}{in}$$

$$e_{crit} = \frac{N}{2} - \frac{P_u}{2\ q_{max}} = \frac{32 \times in}{2} - \frac{620 \times kips}{2 \times 63.31 \times kips \times in^{-1}} \qquad e_{crit} = 11.103\,in$$

Debido a que $e < e_{crit}$ se cumple el criterio para el diseño por momento de magnitud pequeña.

6. Determinar la longitud de soporte.

$$Y = N - 2\ e = 32 \times in - 2 \times 2.903 \times in \qquad Y = 26.194\ in$$

Verificar la presión de soporte:

$$q = \frac{P_u}{Y} = \frac{620 \times kips}{26.194 \times in} \qquad q = 23.67\ \frac{kips}{in}$$

$$q < q_{max} \rightarrow 23.67 \times \frac{kip}{in} < 63.31 \times \frac{kip}{in}$$

Es correcto

7. Determinar el espesor mínimo requerido, t_{preq}, para la placa.

$$m = \frac{N - 0.95\ d}{2} = \frac{32 \times in - 0.95 \times 14.48 \times in}{2} \qquad m = 9.122\,in$$

$$n = \frac{B - 0.8\ b_f}{2} = \frac{26 \times in - 0.8 \times 14.67 \times in}{2} \qquad n = 7.132\,in$$

$$f_p = \frac{P_u}{B\ Y} = \frac{620 \times kips}{26 \times in \times 26.194 \times in} \qquad f_p = 0.91\,ksi$$

Como $Y \geq m$ entonces:

$$t_{p1req} = 1.5\ m \sqrt{\frac{f_p}{F_y}} = 1.5 \times 9.122 \times in \times \sqrt{\frac{0.91 \times ksi}{36 \times ksi}} \qquad t_{p1req} = 2.175\,in$$

Como Y $\geq$ n entonces:

$$t_{p2req} = 1.5\ n \sqrt{\frac{f_p}{F_y}} = 1.5 \times 7.132 \times in \times \sqrt{\frac{0.91 \times ksi}{36 \times ksi}} \qquad t_{p2req} = 1.701\, in$$

$$t_{preq} = max\left(t_{p1req}, t_{p2req}\right) = max(2.175 \times in, 1.701 \times in) \qquad t_{preq} = 2.175\, in$$

Utilizar un espesor de placa t_p = 2 ¼ in.

Revisar las anclas por tensión y cortante. Asumir que se utiliza un total de 4 anclas (dos sometidas a tensión, es decir, $n_r = 2$).

8. Determinar el cortante último V_u.

$$V_u = 37\ kips$$

9. Calcular el esfuerzo al cortante de las anclas.

$$f_v = \frac{V_u}{n_r\ A_r} = \frac{37 \times kips}{2 \times 2.41 \times in^2} \qquad f_v = 7.676\ ksi$$

10. Calcular el momento flector M_l en las anclas.

$$Brazo = \frac{t_p + 0.125\ in}{2} = \frac{2.25 \times in + 0.125 \times in}{2} \qquad Brazo = 1.188\, in$$

$$M_l = \frac{V_u\ Brazo}{n_r} = \frac{37 \times kips \times 1.188 \times in}{2} \qquad M_l = 21.978\ kips \cdot in$$

11. Determinar el esfuerzo f_{ta} debido a la tensión y el esfuerzo f_{tb} debido a la flexión.

$$S = \frac{D_r^3}{6} = \frac{(1.75 \times in)^3}{6} \qquad S = 0.893\ in^3$$

$$f_{tb} = \frac{M_l}{S} = \frac{21.978 \times kips \times in}{0.893 \times in^3} \qquad f_{tb} = 24.611\,ksi$$

$$f_{ta} = \frac{T_u}{n_r\ A_r} = \frac{0 \times kips}{2 \times 2.41 \times in^2} \qquad f_{ta} = 0\,ksi$$

12. Verificar que se cumpla la siguiente desigualdad.

$$f_t \leq \phi_v\ F'_{nt} = \phi_v \left(1.3\ F_{nt} - \frac{F_{nt}}{\phi_v\ F_{nv}}\ f_v\right) \leq \phi_v\ F_{nt}$$

$$f_t = f_{ta} + f_{tb} = 0 \times ksi + 24.611 \times ksi \qquad f_t = 24.611\,ksi$$

Probar con anclas Grado 36: F_u = 58 ksi.

$$F_{nt} = 0.75\ F_u = 0.75 \times 58 \times ksi \qquad F_{nt} = 43.5\,ksi$$

$$F_{nv} = 0.4\ F_u = 0.4 \times 58 \times ksi \qquad F_{nv} = 23.2\,ksi$$

$$\phi F'_{nt} = \phi_v \left(1.3\ F_{nt} - \frac{F_{nt}}{\phi_v\ F_{nv}}\ f_v\right)$$

$$\phi F'_{nt} = 0.75 \times \left(1.3 \times 43.5 \times ksi - \frac{43.5 \times ksi}{0.75 \times 23.2 \times ksi} \times 7.676 \times ksi \right)$$

$$\phi F'_{nt} = 28.02\,ksi$$

$$\phi F_{nt} = \phi_v\, F_{nt} = 0.75 \times 43.5 \times ksi \qquad \phi F_{nt} = 32.625\,ksi$$

$$\phi F'_{nt} < \phi F_{nt} \rightarrow 28.02 \times ksi < 32.625 \times ksi$$

$$f_t < \phi F'_{nt} \rightarrow 24.611 \times ksi < 28.02 \times ksi$$

Es correcto

Como el momento es de magnitud pequeña ($e \leq e_{crit}$) no hay tensión en las anclas, por lo tanto, estas no tenderán a zafarse del concreto. Utilizar cuatro anclas ASTM F1554, Grado 36, de diámetro igual a 1 ¾ de pulgada y una longitud de 12 pulgadas.

4.6. Ejemplo: Diseño de placa base para carga axial, momento flector y cortante.

Diseñar una placa base para una columna W12 x 96 sometida a las siguientes solicitaciones:

- Carga Axial Muerta = 70 kips.
- Carga Axial Viva = 80 kips.
- Momento debido a Carga Muerta = 1000 kip-in.
- Momento debido a Carga Viva = 1500 kip-in.

El esfuerzo de fluencia de la placa base es F_y = 36 ksi. La resistencia a la compresión del concreto es f'_c = 4 ksi. Además, el elemento estará sometido a un cortante V_u = 50 kips.

1. Determinar la carga axial última P_u y el momento último M_u.

$$P_u = 1.2\ (70\ kips) + 1.6\ (80\ kips) \qquad P_u = 212\ kips$$

$$M_u = 1.2\ (1000\ kip \cdot in) + 1.6\ (1500\ kip \cdot in) \qquad M_u = 3600\ kip \cdot in$$

2. Proponer las dimensiones N y B de la placa base.

Probar con anclas de diámetro D_r = 2 ¼ in.

$$N > d + \left(10\ D_r\right) = 12.7 \times in + 10 \times 2\frac{1}{4} \times in = 35.2 \times in$$

$$B > b_f + \left(6\ D_r\right) = 12.2 \times in + 6 \times 2\frac{1}{4} \times in = 25.7 \times in$$

Probar con N = 36 in y B = 26 in.

3. Dimensionar la zapata de concreto.

$$D_b = 1.75\ D_r$$

$$Largo > N + 2\left(6\ D_r - D_b\right) = 36 \times in + 2 \times \left(6 \times 2\frac{1}{4} \times in - 1.75 \times 2\frac{1}{4} \times in\right)$$

$$Largo = 55.125\ in$$

$$\text{Ancho} > B + 2\left(6\ D_r - D_b\right) = 26 \times in + 2 \times \left(6 \times 2\frac{1}{4} \times in - 1.75 \times 2\frac{1}{4} \times in\right)$$

$$\text{Ancho} = 45.125\ in$$

Probar con un pedestal de Largo = 56 in y Ancho = 46 in.

4. Determinar A_2 geométricamente similar a A_1.

$$A_1 = N \times B = 36 \times in \times 26 \times in \qquad A_1 = 936\,in^2$$

Tomar el lado mayor de la zapata: N_2 = 56 in.

$$\text{Proporción} = \frac{B}{N} = \frac{26 \times in}{36 \times in} \qquad \text{Proporción} = 0.722$$

$$B_2 = (\text{Proporción})\ N_2 = 0.722 \times 56 \times in \qquad B_2 = 40.432\,in$$

$$A_2 = N_2 \times B_2 = 56 \times in \times 40.432 \times in \qquad A_2 = 2.264 \times 10^3\,in^2$$

5. Determinar la excentricidad equivalente y la excentricidad crítica.

$$e = \frac{M_u}{P_u} = \frac{3600 \times kip \times in}{212 \times kips} \qquad e = 16.981\,in$$

$$f_{pmax} = \phi_c\left(0.85\ f'_c\right)\sqrt{\frac{A_2}{A_1}} = 0.65 \times 0.85 \times 4 \times ksi \times \sqrt{\frac{2.264 \times 10^3 \times in^2}{936 \times in^2}}$$

$$f_{pmax} = 3.437\,ksi$$

$$q_{max} = f_{pmax} \times B = 3.437 \times ksi \times 26 \times in \qquad q_{max} = 89.362\,\frac{kips}{in}$$

$$e_{crit} = \frac{N}{2} - \frac{P_u}{2\ q_{max}} = \frac{36 \times in}{2} - \frac{212 \times kips}{2 \times 89.362 \times kips \times in^{-1}} \qquad e_{crit} = 16.814\,in$$

Debido a que $e > e_{crit}$ se cumple el criterio para el diseño por momento de magnitud grande.

6. Verificar si se cumple la siguiente desigualdad.

$$\left(f + \frac{N}{2}\right)^2 \geq \frac{2\, P_u\, (e + f)}{q_{max}}$$

$$f = \frac{N}{2} - 1.5\ in = \frac{36 \times in}{2} - 1.5 \times in \qquad f = 16.5\, in$$

$$\left(f + \frac{N}{2}\right)^2 = \left(16.5 \times in + \frac{36 \times in}{2}\right)^2 = 1190.3 \times in^2$$

$$\frac{2\, P_u\, (e + f)}{q_{max}} = \frac{2 \times 212 \times kips \times (16.981 \times in + 16.5 \times in)}{89.362 \times kips \times in^{-1}} = 158.9 \times in^2$$

Como 1190.3 in^2 > 158.9 in^2, entonces existe una solución real para Y.

7. Determinar la longitud de soporte equivalente Y y la fuerza de tensión T_u en las anclas.

$$Y = \left(f + \frac{N}{2}\right) - \sqrt{\left(f + \frac{N}{2}\right)^2 - \frac{2\, P_u\, (e + f)}{q_{max}}}$$

$$Y = 34.5 \times in - \sqrt{1190.3 \times in^2 - 158.9 \times in^2} \qquad Y = 2.385\, in$$

$$T_u = q_{max}\, Y - P_u$$

$$T_u = 89.362 \times kips \times in^{-1} \times 2.385 \times in - 212 \times kips \qquad T_u = 1.128\, kips$$

8. Determinar el espesor mínimo requerido en la interface de compresión.

$$m = \frac{N - 0.95\ d}{2} = \frac{36 \times in - 0.95 \times 12.7 \times in}{2} \qquad m = 11.968\,in$$

$$n = \frac{B - 0.8\ b_f}{2} = \frac{26 \times in - 0.8 \times 12.2 \times in}{2} \qquad n = 8.12\,in$$

$$f_p = f_{pmax} = 3.437 \times ksi \qquad f_p = 3.437\,ksi$$

Como Y < m entonces:

$$t_{p1req} = 2.11 \sqrt{\frac{f_p\ Y \left(m - \frac{Y}{2}\right)}{F_y}}$$

$$t_{p1req} = 2.11 \times \sqrt{\frac{3.437 \times ksi \times 2.385 \times in \times \left(11.968 \times in - \frac{2.385 \times in}{2}\right)}{36 \times ksi}}$$

$$t_{p1req} = 3.305\,in$$

Como Y < n entonces:

$$t_{p2req} = 2.11 \sqrt{\frac{f_p\ Y \left(n - \frac{Y}{2}\right)}{F_y}}$$

$$t_{p2req} = 2.11 \times \sqrt{\frac{3.437 \times ksi \times 2.385 \times in \times \left(8.12 \times in - \frac{2.385 \times in}{2}\right)}{36 \times ksi}}$$

$$t_{p2req} = 2.65\,in$$

9. Determinar el espesor mínimo requerido en la interface de tensión.

$$x = \frac{N}{2} - \frac{d}{2} - 1.5\ \text{in} = \frac{36 \times \text{in}}{2} - \frac{12.7 \times \text{in}}{2} - 1.5 \times \text{in} \qquad x = 10.15\,\text{in}$$

$$t_{p3req} = 2.11\sqrt{\frac{T_u\ x}{B\ F_y}} = 2.11 \times \sqrt{\frac{1.128 \times \text{kips} \times 10.15 \times \text{in}}{26 \times \text{in} \times 36 \times \text{ksi}}} \qquad t_{p3req} = 0.233\,\text{in}$$

$$t_{preq} = \max\left(t_{p1req}, t_{p2req}, t_{p3req}\right) = \max(3.305 \times \text{in}, 2.65 \times \text{in}, 0.233 \times \text{in})$$

$$t_{preq} = 3.305\,\text{in}$$

Utilizar un espesor de placa t_p = 3 ½ in.

Revisar las anclas por tensión y cortante. Asumir que se utiliza un total de 4 anclas (dos sometidas a tensión, es decir, $n_r = 2$).

10. Determinar el cortante último V_u.

$$V_u = 50\ \text{kips}$$

11. Calcular el esfuerzo al cortante de las anclas.

$$f_v = \frac{V_u}{n_r\ A_r} = \frac{50 \times \text{kips}}{2 \times 3.98 \times \text{in}^2} \qquad f_v = 6.281\ \text{ksi}$$

12. Calcular el momento flector M_l en las anclas.

$$\text{Brazo} = \frac{t_p + 0.125\ \text{in}}{2} = \frac{3.5 \times \text{in} + 0.125 \times \text{in}}{2} \qquad \text{Brazo} = 1.812\,\text{in}$$

$$M_l = \frac{V_u\ \text{Brazo}}{n_r} = \frac{50 \times \text{kips} \times 1.812 \times \text{in}}{2} \qquad M_l = 45.3\ \text{kips} \cdot \text{in}$$

13. Determinar el esfuerzo f_{ta} debido a la tensión y el esfuerzo f_{tb} debido a la flexión.

$$S = \frac{D_r^3}{6} = \frac{(2.25 \times in)^3}{6} \qquad S = 1.898\ in^3$$

$$f_{tb} = \frac{M_l}{S} = \frac{45.3 \times kips \times in}{1.898 \times in^3} \qquad f_{tb} = 23.867\,ksi$$

$$f_{ta} = \frac{T_u}{n_r\ A_r} = \frac{1.128 \times kips}{2 \times 3.98 \times in^2} \qquad f_{ta} = 0.142\,ksi$$

14. Verificar que se cumpla la siguiente desigualdad:

$$f_t \le \phi_v\ F'_{nt} = \phi_v \left(1.3\ F_{nt} - \frac{F_{nt}}{\phi_v\ F_{nv}}\ f_v\right) \le \phi_v\ F_{nt}$$

$$f_t = f_{ta} + f_{tb} = 0.142 \times ksi + 23.867 \times ksi \qquad f_t = 24.009\,ksi$$

Probar con anclas Grado 36: $F_u = 58$ ksi.

$$F_{nt} = 0.75\ F_u = 0.75 \times 58 \times ksi \qquad F_{nt} = 43.5\,ksi$$

$$F_{nv} = 0.4\ F_u = 0.4 \times 58 \times ksi \qquad F_{nv} = 23.2\,ksi$$

$$\phi F'_{nt} = \phi_v \left(1.3\ F_{nt} - \frac{F_{nt}}{\phi_v\ F_{nv}}\ f_v\right)$$

$$\phi F'_{nt} = 0.75 \times \left(1.3 \times 43.5 \times ksi - \frac{43.5 \times ksi}{0.75 \times 23.2 \times ksi} \times 6.281 \times ksi\right)$$

$$\phi F'_{nt} = 30.636\,ksi$$

$$\phi F_{nt} = \phi_v\ F_{nt} = 0.75 \times 43.5 \times ksi \qquad \phi F_{nt} = 32.625\,ksi$$

$$\phi F'_{nt} < \phi F_{nt} \rightarrow 30.636 \times ksi < 32.625 \times ksi$$

$$f_t < \phi F_{nt} \rightarrow 24.009 \times ksi < 30.636 \times ksi$$

Es correcto

15. Proponer una profundidad de anclaje h_{ef} y revisar si es suficiente para que el ancla no se zafe del concreto.

Probar con h_{ef} = 12 in.

$$1.5\ h_{ef} > 6\ D_r \rightarrow 18.0 \times in > 13.50 \times in$$

$$A_{Nc} = \left[12\ D_r + \left(n_r - 1\right)\left(3\ D_r\right)\right] \times \left(6\ D_r + 1.5\ h_{ef}\right)$$

$$A_{Nc} = [12 \times 2.25 \times in + (2-1) \times 3 \times 2.25 \times in] \times (6 \times 2.25 \times in + 1.5 \times 12 \times in)$$

$$A_{Nc} = 1.063 \times 10^3\ in^2$$

$$A_{Nco} = \left(6\ D_r + 1.5\ h_{ef}\right)^2 = (6 \times 2.25 \times in + 1.5 \times 12 \times in)^2$$

$$A_{Nco} = 992.25\ in^2$$

$$\phi N_{cbg} = \phi_p \times \psi_3 \times 16 \times \sqrt{f'_c} \times h_{ef}^{\frac{5}{3}} \times \frac{A_{Nc}}{A_{Nco}}$$

$$\phi N_{cbg} = 0.70 \times 1.25 \times 16 \times \sqrt{4000} \times 12^{\frac{5}{3}} \times \frac{1.063 \times 10^3 \times in^2}{992.25 \times in^2}$$

$$\frac{\phi N_{cbg}}{1000} = 59.663$$

$$\phi N_{cbg} = 59.663\ kips$$

$\phi N_{cbg} > T_u \rightarrow 59.663 \times kip > 1.128 \times kip$ **Es correcto**

Utilizar cuatro anclas ASTM F1554, Grado 36, de diámetro igual a 2 ¼ de pulgada y una longitud de 12 pulgadas.

4.7. Ejemplo: Diseño de placa base para carga axial y cortante resistido con diafragma de acero.

Diseñar un diafragma de acero para transmitir al concreto un cortante último V_u = 36.8 kips, utilizando las mismas condiciones del problema 4.1. Asumir que las anclas no están diseñadas para resistir cortante y que este deberá ser transmitido en su totalidad por medio del diafragma. La plantilla de mortero tiene un espesor de 2 in y está asentada sobre un pedestal de concreto de 23-in x 21-in.

1. Determinar el cortante último V_u.

$$V_u = 36.8 \text{ kips}$$

2. Determinar el empotramiento requerido para el diafragma *d'*.

Del problema 4.1 se sabe que N = 22 in, B = 20 in y t_p = 1.625 in.

$$A_{lreq} = \frac{V_u}{(0.8)\ f'_c} = \frac{36.8 \times kips}{0.8 \times 3 \times ksi} \qquad A_{lreq} = 15.333\ in^2$$

$$B_l = B = 20 \times in \qquad B_l = 20\ in$$

$$d' = \frac{A_{lreq}}{B_l} = \frac{15.333 \times in^2}{20 \times in} \qquad d' = 0.767\ in$$

Utilizar d' = $^7/_8$ in.

3. Verificar que el área de concreto sea suficiente para resistir el cortante.

Asumir que el diafragma tiene un espesor t_l = 1 in y se encuentra situado en medio del pedestal.

$$c = \frac{Largo - t_l}{2} = \frac{23 \times in - 1 \times in}{2} \qquad c = 11\ in$$

$$a = \frac{Ancho - B_l}{2} = \frac{21 \times in - 20 \times in}{2} \qquad a = 0.5\, in$$

$$b = d' + c = 0.875 \times in + 11 \times in \qquad b = 11.875\, in$$

$$A_v = Ancho\, b - B_l\, d' = 21 \times in \times 11.875 \times in - 20 \times in \times 0.875 \times in$$

$$A_v = 231.875\, in^2$$

$$V_{uc} = 4\ \phi\ \sqrt{f'_c}\ A_v = 4 \times 0.75 \times \sqrt{4000} \times 231.875 \times lbf \qquad V_{uc} = 43.995\, kips$$

$$V_{uc} > V_u \rightarrow 43.995 \times kip > 36.8 \times kip$$

Es correcto

$$d_l = d' + G = 0.875 \times in + 2 \times in \qquad d_l = 2.875\ in$$

Utilizar una profundidad total de diafragma d_l = 2.875 in.

4. Calcular el espesor requerido para el diafragma t_{lreq}.

$$M_l = V_u \times \left(G + \frac{d'}{2}\right) = 36.8 \times kips \times \left(2 \times in + \frac{0.875 \times in}{2}\right) \qquad M_l = 89.7\ kip \cdot in$$

$$t_{lreq} = \sqrt{\frac{4\ M_l}{\phi_f\ F_y\ B_l}} = \sqrt{\frac{4 \times 89.7 \times kip \times in}{0.90 \times 36 \times ksi \times 20 \times in}} \qquad t_{lreq} = 0.744\ in$$

Utilizar un espesor de diafragma t_l = ¾ in.

5. Diseñar la soldadura entre la placa base y el diafragma.

Probar con una soldadura w = 5/16 in y F_{EXX} = 70 ksi.

$$f_v = \frac{V_u}{2\ B_l} = \frac{36.8 \times kips}{2 \times 20 \times in} \qquad f_v = 0.92\ \frac{kips}{in}$$

$$S = t_l + 2\left(\frac{w}{3}\right) = 0.75 \times in + 2 \times \frac{0.3125 \times in}{3} \qquad S = 0.958\ in$$

$$f_c = \frac{M_l}{B_l\ S} = \frac{89.7 \times kip \times in}{20 \times in \times 0.958 \times in} \qquad f_c = 4.682\ \frac{kips}{in}$$

$$f_r = \sqrt{f_v^2 + f_c^2} = \sqrt{\left(0.92 \times kips \times in^{-1}\right)^2 + \left(4.682 \times kip \times in^{-1}\right)^2}$$

$$f_r = 4.772\ \frac{kips}{in}$$

$$F_w = \phi\ (0.60)\ F_{EXX} = 0.75 \times 0.60 \times 70 \times ksi \qquad F_w = 31.5\ ksi$$

$$R_w = w\ 0.707\ F_w = 0.3125 \times in \times 0.707 \times 31.5 \times ksi \qquad R_w = 6.96\ \frac{kips}{in}$$

$$R_w > f_r \rightarrow 6.96 \times \frac{kip}{in} > 4.772 \times \frac{kip}{in}$$

Es correcto

Utilizar una soldadura de filete w = 5/16 in.

4.8. Ejemplo: Diseño de placa base para carga axial y cortante resistido con mortero.

Calcular la profundidad mínima de empotramiento para una columna W12 x 50 en un mortero con resistencia a la compresión f'_{cg} = 6000 psi, si la columna se encuentra sometida a un cortante último V_u = 100 kips. La columna está asentada sobre una placa base de 19-in x 13-in y 1 ¼ in de espesor.

1. Determinar el cortante último V_u.

$$V_u = 100\ kips$$

2. Calcular el área proyectada de la placa base A_{brg}.

$$A_{brg} = t_p\ B = 1.25 \times in \times 13 \times in \qquad A_{brg} = 16.25\ in^2$$

3. Determinar la resistencia al cortante R_v del mortero en el borde de la placa.

$$R_v = 0.6\ (0.85)\ f'_{cg}\ A_{brg} = 0.6 \times 0.85 \times 6 \times ksi \times 16.25 \times in^2$$

$$R_v = 49.725\ kips$$

4. Calcular la diferencia entre el cortante último V_u y la resistencia al cortante R_v.

$$V_{ur} = V_u - R_v = 100 \times kips - 49.725 \times kips \qquad V_{ur} = 50.275\ kips$$

5. Determinar la profundidad mínima *h* de empotramiento para la columna.

$$A_{brg} = \frac{V_{ur}}{0.6\ (0.85)\ f'_{cg}} = \frac{50.275 \times kips}{0.6 \times 0.85 \times 6 \times ksi} \qquad A_{brg} = 16.43\ in^2$$

$$h = t_p + \left(\frac{A_{brg}}{b_f}\right) = 1.25 \times in + \frac{16.43 \times in^2}{8.08 \times in} \qquad h = 3.283\ in$$

Utilizar un recubrimiento de mortero con profundidad h = 3.283 in.

4.9. Ejemplo: Diseño de placa de soporte para viga.

Diseñe una placa de apoyo para distribuir la reacción última R_u = 99.73 kips de un perfil W21 x 68. La viga estará soportada sobre muros de concreto reforzado con f'_c = 3500 psi. La placa y la viga son de acero A36.

1. Determinar la reacción última en el apoyo R_u.

$$R_u = 99.73 kips$$

2. Determinar la longitud de apoyo *N* requerida para prevenir la fluencia del alma.

$$N = \frac{R_u}{\phi_1\ F_y\ t_w} - 2.5\ k = \frac{99.73 \times kips}{1.0 \times 36 \times ksi \times 0.430 \times in} - 2.5 \times 1.438 \times in$$

$$N = 2.848\, in$$

3. Calcular el valor requerido de *N* para prevenir el aplastamiento del alma.

Suponer que N/d > 0.2

$$N = \frac{d\left[t_f R_u + 13.6\,\phi\,\sqrt{\frac{t_f F_y}{t_w}}\,t_w^{2}\left(t_w\sqrt{\frac{t_w}{t_f}} - 5\,t_f\right)\right]}{272\,\phi\,\sqrt{\frac{t_f F_y}{t_w}}\,t_w^{3}\sqrt{\frac{t_w}{t_f}}} = \frac{512.695}{97.317}$$

$$N = 5.268\ \text{in}$$

Revisar la suposición:

$$\frac{N}{d} = \frac{5.268 \times \text{in}}{21.13 \times \text{in}} = 0.249 > 0.2$$

Es correcto

Probar con N = 6 in.

4. Determinar la dimensión *B* considerando la resistencia de apoyo del concreto.

$$A_1 = \frac{R_u}{\phi_c\,0.85\,f'_c} = \frac{99.73 \times \text{kips}}{0.65 \times 0.85 \times 3.5 \times \text{ksi}} \qquad A_1 = 51.573\,\text{in}^2$$

$$B = \frac{A_1}{N} = \frac{51.573 \times \text{in}^2}{6 \times \text{in}} \qquad B = 8.596\,\text{in}$$

Probar con B = 9 in.

5. Calcula el espesor requerido para la placa *t*.

$$n = \frac{B - 2\,k}{2} = \frac{9 \times in - 2 \times 1.438 \times in}{2} \qquad n = 3.062\,in$$

$$t = \sqrt{\frac{2.222\;R_u\;n^2}{B\;N\;F_y}} = \sqrt{\frac{2.222 \times 99.73 \times kips \times (3.062 \times in)^2}{9 \times in \times 6 \times in \times 36 \times ksi}} \qquad t = 1.034\,in$$

Utilizar un espesor de placa $t_p = 1\ ^1/_8$ in.