

CAPÍTULO V

5. Solución y comparación de resultados por medio de la paquetería

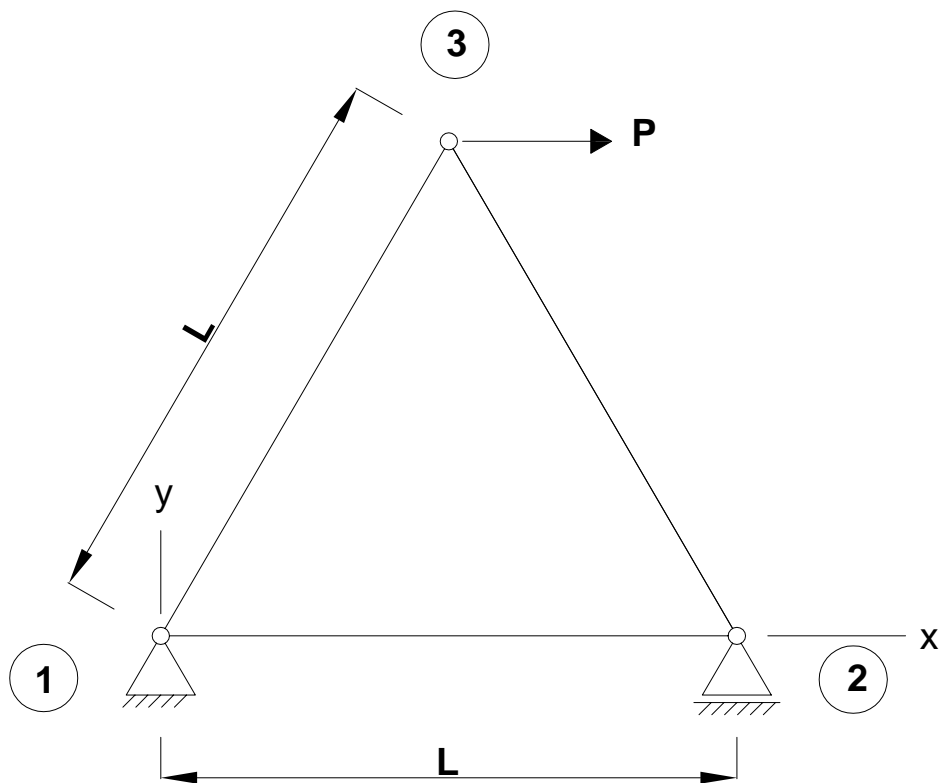
5.1 Solución de ejercicios por medio de la paquetería

En el Capítulo III se presentaron tres ejemplos diferentes de armaduras, mismos que se realizaron por medio de la paquetería y cuyos resultados se muestran a continuación.

5.1.1 Ejemplo No.1

Analizar la siguiente armadura plana triangular equilátera por el método de las rigideces:

Datos:



$$L = 1 \text{ m}$$

$$P = 10 \text{ kN}$$

$$EA = \text{cte}$$

Solución por medio de la paquetería:

Después de la introducción de datos, la relación de rigidez estructural resulta como se muestra en la Fig. 5.1.

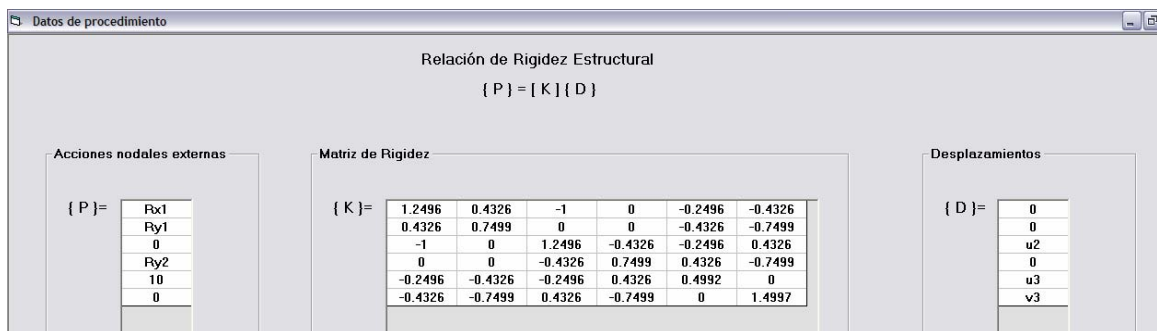


Fig. 5.1 Relación de rigidez estructural Ejemplo No.1

Desglosando la relación de rigidez estructural se tiene, primero, el vector de acciones nodales externas $\{P\}$ (Fig. 5.2), la matriz de rigidez estructural $[K]$ (Fig. 5.3) y, por último, el vector de desplazamientos nodales $\{D\}$ (Fig. 5.4).

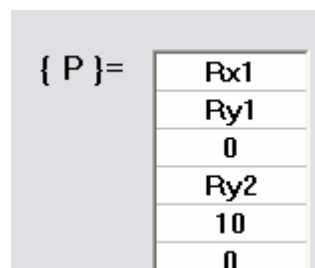


Fig. 5.2 Vector de acciones nodales externas Ejemplo No.1

{ K }=	1.2496	0.4326	-1	0	-0.2496	-0.4326
	0.4326	0.7499	0	0	-0.4326	-0.7499
	-1	0	1.2496	-0.4326	-0.2496	0.4326
	0	0	-0.4326	0.7499	0.4326	-0.7499
	-0.2496	-0.4326	-0.2496	0.4326	0.4992	0
	-0.4326	-0.7499	0.4326	-0.7499	0	1.4997

Fig. 5.3 Matriz de rigidez estructural Ejemplo No.1

{ D }=	0
	0
	u2
	0
	u3
	v3

Fig. 5.4 Vector de desplazamientos nodales Ejemplo No.1

Los resultados de los desplazamientos nodales son los que se muestran en la siguiente figura:

Desplazamientos	
Nodo	Desplazamientos
u1	0
v1	0
u2	5
v2	0
u3	22.53334
v3	-1.442308

Fig. 5.5 Resultados de desplazamientos Ejemplo No.1

mientras que los de las reacciones son los que se presentan en la figura siguiente:

Reacciones	
Nodo	Reacciones
Rx1	-9.99999993379479
Ry1	-8.66666621099323
Rx2	0
Ry2	8.6666663406744
Rx3	0
Ry3	0

Fig. 5.6 Resultado de reacciones Ejemplo No.1

Por último, se tienen las fuerzas internas que actúan en cada barra:

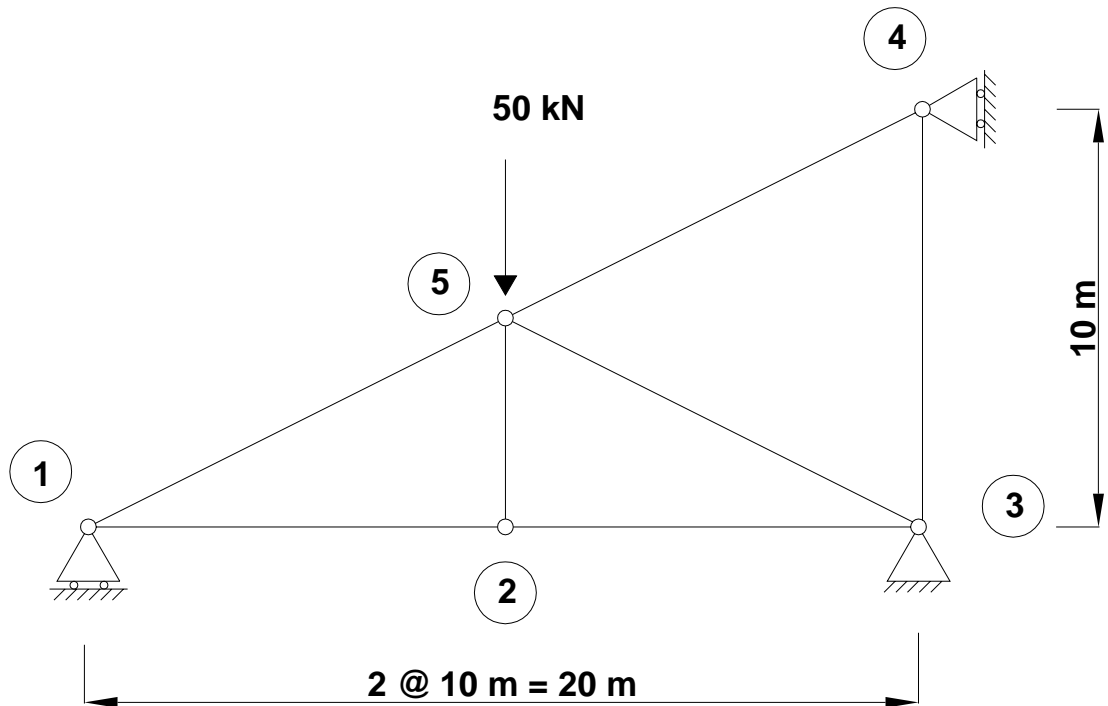
Fuerzas internas		
Barras	Fuerzas internas	Tipo
F1-2	5	Tensión
F1-3	10.00555	Tensión
F2-3	-10.00555	Compresión

Fig. 5.7 Resultado de fuerzas internas Ejemplo No.1

5.1.2 Ejemplo No.2

Para la armadura de la figura, para la que $EA = cte$, para todas las barras, obtener por el método matricial de las rigideces lo siguiente:

- Los desplazamientos de los nudos;
- Las reacciones en los apoyos;
- Las fuerzas axiales de todas las barras.



Solución por medio de la paquetería

Después de la introducción de datos, la relación de rigidez estructural resulta como se muestra en la Fig. 5.8.

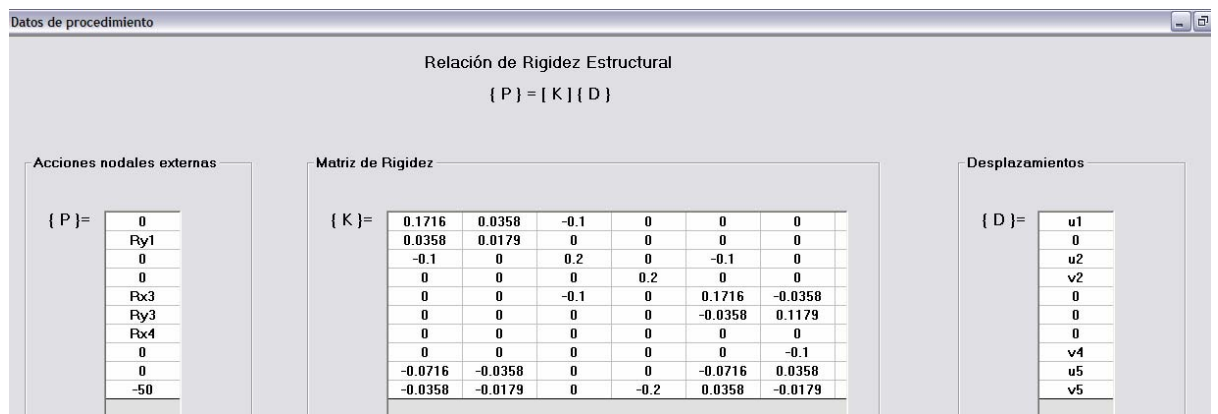


Fig. 5.8 Relación de rigidez estructural Ejemplo No.2

Desglosando la relación de rigidez estructural se tiene, primero, el vector de acciones nodales externas {P} (Fig. 5.9), la matriz de rigidez estructural [K] (Fig. 5.10) y, por último, el vector de desplazamientos nodales {D} (Fig. 5.11).

$$\{ P \} =$$

0
Ry1
0
0
Fx3
Ry3
Fx4
0
0
-50

Fig. 5.9 Vector de acciones nodales externas Ejemplo No.2

$$\{ K \} =$$

0.1716	0.0358	-0.1	0	0	0	0	0	0	-0.0716	-0.0358
0.0358	0.0179	0	0	0	0	0	0	0	-0.0358	-0.0179
-0.1	0	0.2	0	-0.1	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0.2	0	0	0	0	0	0	-0.2
0	0	-0.1	0	0.1716	-0.0358	0	0	0	-0.0716	0.0358
0	0	0	0	-0.0358	0.1179	0	-0.1	0.0358	-0.0358	-0.0179
0	0	0	0	0	0	0.0716	0.0358	-0.0716	-0.0358	0
0	0	0	0	0	-0.1	0.0358	0.1179	-0.0358	-0.0179	0
-0.0716	-0.0358	0	0	-0.0716	0.0358	-0.0716	-0.0358	0.2147	0.0358	0
-0.0358	-0.0179	0	-0.2	0.0358	-0.0179	-0.0358	-0.0179	0.0358	0.2537	0

Fig. 5.10 Matriz de rigidez estructural Ejemplo No.2

$$\{ D \} =$$

u1
0
u2
v2
0
0
0
v4
u5
v5

Fig. 5.11 Vector de desplazamientos nodales Ejemplo No.2

Los resultados de los desplazamientos nodales son los que se muestran en la siguiente figura:

Desplazamientos	
Nodo	Desplazamientos
u1	-326.5639
v1	0
u2	-163.282
v2	-1253.529
u3	0
v3	0
u4	0
v4	-168.3591
u5	72.00698
v5	-1253.529

Fig. 5.12 Resultados de desplazamientos Ejemplo No.2

Los resultados de las reacciones son las que se presentan en la siguiente figura:

Reacciones	
Nodo	Reacciones
Rx1	0
Ry1	8.16409865603441
Rx2	0
Ry2	0
Rx3	-33.6718146305751
Ry3	41.8359127047694
Rx4	33.6718140940812
Ry4	0
Rx5	0
Ry5	0

Fig. 5.13 Resultado de reacciones Ejemplo No.2

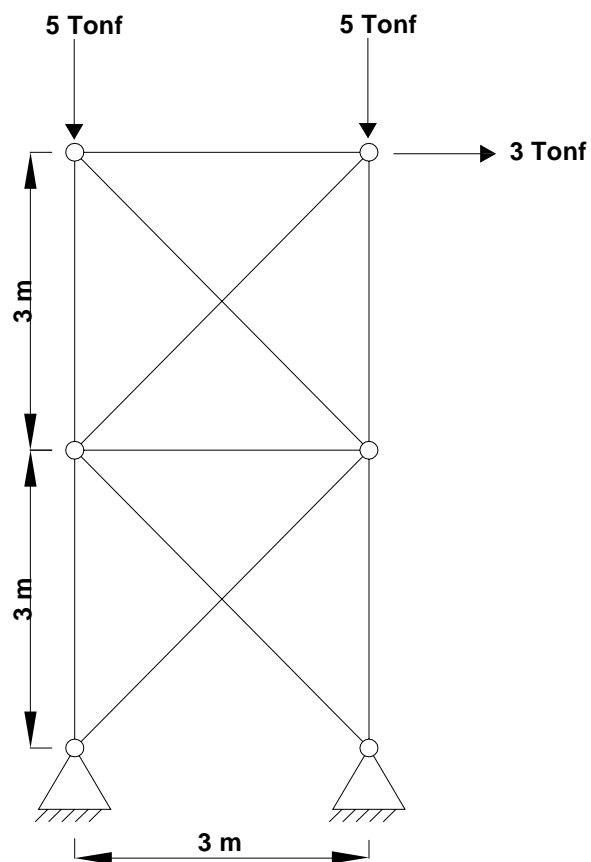
Y, por último, se tienen las fuerzas internas que actúan en cada barra:

Fuerzas internas		
Barras	Fuerzas internas	Tipo
F1-2	16.3282	Tensión
F2-3	16.3282	Tensión
F3-4	-16.83591	Compresión
F4-5	37.64623	Tensión
F1-5	-18.25548	Compresión
F2-5	0	
F3-5	-55.90171	Compresión

Fig. 5.14 Resultado de fuerzas internas Ejemplo No.2

5.1.3 Ejemplo No.3

Obtener los desplazamientos de los nudos y las fuerzas axiales de las barras de la siguiente armadura mediante el método de las rigideces:



Solución por medio de la paquetería:

Después de la introducción de datos, la relación de rigidez estructural resulta como se muestra en la Fig. 5.15.

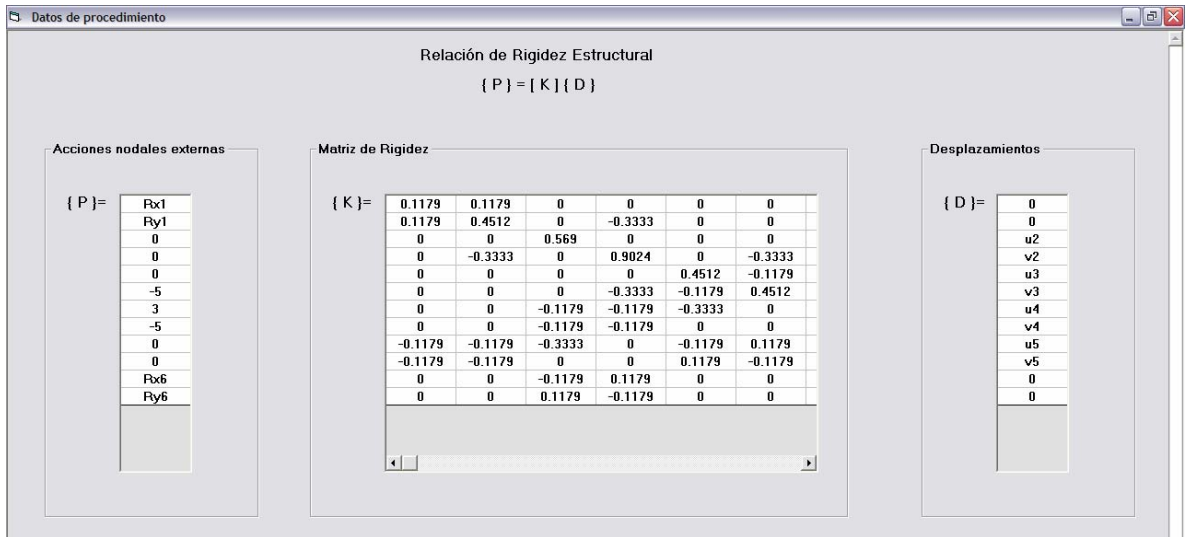


Fig. 5.15 Relación de rigidez estructural Ejemplo No.3

Desglosando la relación de rigidez estructural se tiene, primero, el vector de acciones nodales externas $\{P\}$ (Fig. 5.16), la matriz de rigidez estructural $[K]$ (Fig. 5.17) y, por último, el vector de desplazamientos nodales $\{D\}$ (Fig. 5.18).

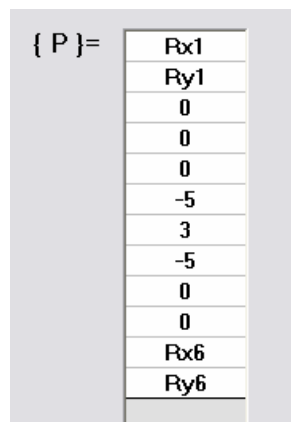


Fig. 5.16 Vector de acciones nodales externas Ejemplo No.3

{ K }=	0.1179	0.1179	0	0	0	0	0	0	-0.1179	-0.1179	0	0
	0.1179	0.4512	0	-0.3333	0	0	0	0	-0.1179	-0.1179	0	0
	0	0	0.569	0	0	0	-0.1179	-0.1179	-0.3333	0	-0.1179	0.1179
	0	-0.3333	0	0.9024	0	-0.3333	-0.1179	-0.1179	0	0	0.1179	-0.1179
	0	0	0	0	0.4512	-0.1179	-0.3333	0	-0.1179	0.1179	0	0
	0	0	0	-0.3333	-0.1179	0.4512	0	0	0.1179	-0.1179	0	0
	0	0	-0.1179	-0.1179	-0.3333	0	0.4512	0.1179	0	0	0	0
	0	0	-0.1179	-0.1179	0	0	0.1179	0.4512	0	-0.3333	0	0
	-0.1179	-0.1179	-0.3333	0	-0.1179	0.1179	0	0	0.569	0	0	0
	-0.1179	-0.1179	0	0	0.1179	-0.1179	0	-0.3333	0	0.9024	0	-0.3333
	0	0	-0.1179	0.1179	0	0	0	0	0	0	0.1179	-0.1179
	0	0	0.1179	-0.1179	0	0	0	0	0	-0.3333	-0.1179	0.4512

Fig. 5.17 Matriz de rigidez estructural Ejemplo No.3.

{ D }=	0
	0
	u2
	v2
	u3
	v3
	u4
	v4
	u5
	v5
	0
0	

Fig. 5.18 Vector de desplazamientos nodales Ejemplo No.3

Los resultados de los desplazamientos nodales son los que se muestran en la siguiente figura:

Nodo	Desplazamiento: ▲
u1	0
v1	0
u2	23.47388
v2	1.69869
u3	67.05113
v3	-6.491936
u4	73.86051
v4	-42.49192
u5	28.98195
v5	-25.3013
u6	0
v6	0

Fig. 5.19 Resultados de desplazamientos Ejemplo No.3

Los resultados de las reacciones de los apoyos son los que se muestran en la siguiente figura:

Nodo	Reacciones
Rx1	-0.4338
Ry1	-1
Rx2	0
Ry2	0
Rx3	0
Ry3	0
Rx4	0
Ry4	0
Rx5	0
Ry4	0
Rx5	0
Ry5	0
Rx6	-2.5662
Ry6	11

Fig. 5.20 Resultado de reacciones Ejemplo No.3

Los resultados de las fuerzas internas de cada barra son los que se muestran en la siguiente figura:

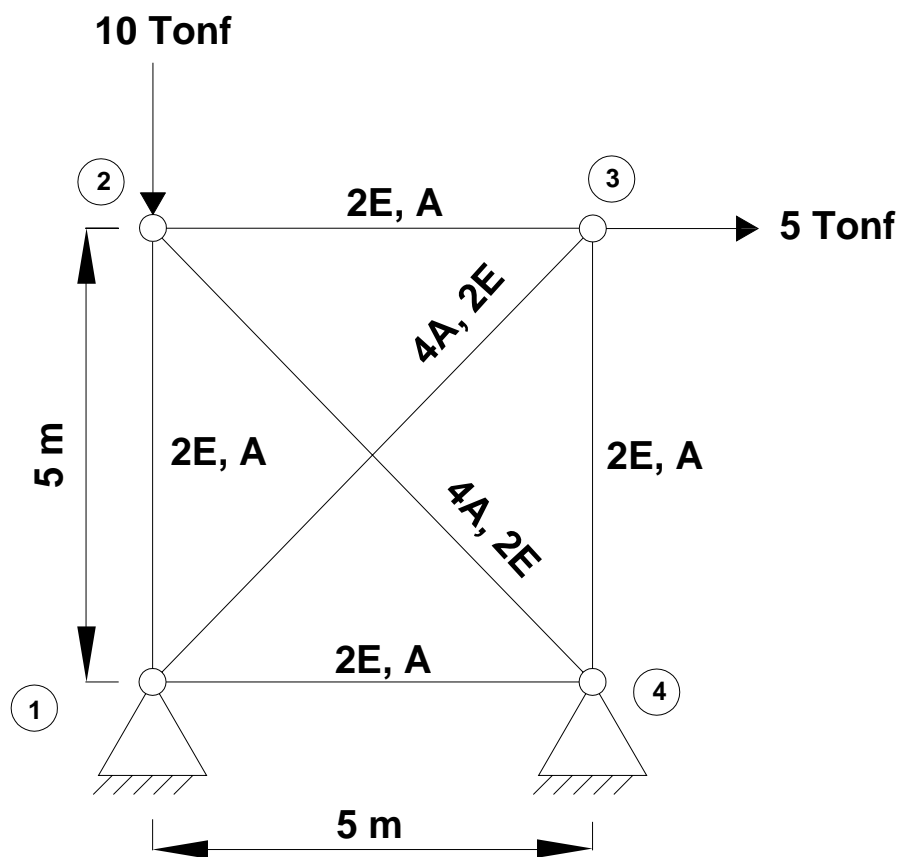
Barras	Fuerzas internas	Tipo
F1-2	0.5662299	Tensión
F2-3	-2.730208	Compresión
F3-4	2.269793	Tensión
F4-5	-5.730207	Compresión
F5-6	-8.433766	Compresión
F2-6	-3.629199	Compresión
F1-5	0.6134419	Tensión
F2-5	1.836023	Tensión
F3-5	-3.20997	Compresión
F2-4	1.032671	Tensión

Fig. 5.21 Resultado de fuerzas internas Ejemplo No.3

5.1.4 Ejemplo No.4

Para la armadura de la figura, obtener por el método matricial de las rigideces lo siguiente:

- 1) Los desplazamientos de los nudos;
- 2) Las reacciones en los apoyos;
- 3) Las fuerzas axiales de todas las barras.



Solución por medio de la paquetería:

Después de la introducción de datos, se puede observar la imagen de la armadura corroborando así que la introducción de datos fue correcto (Ver Fig. 5.22).

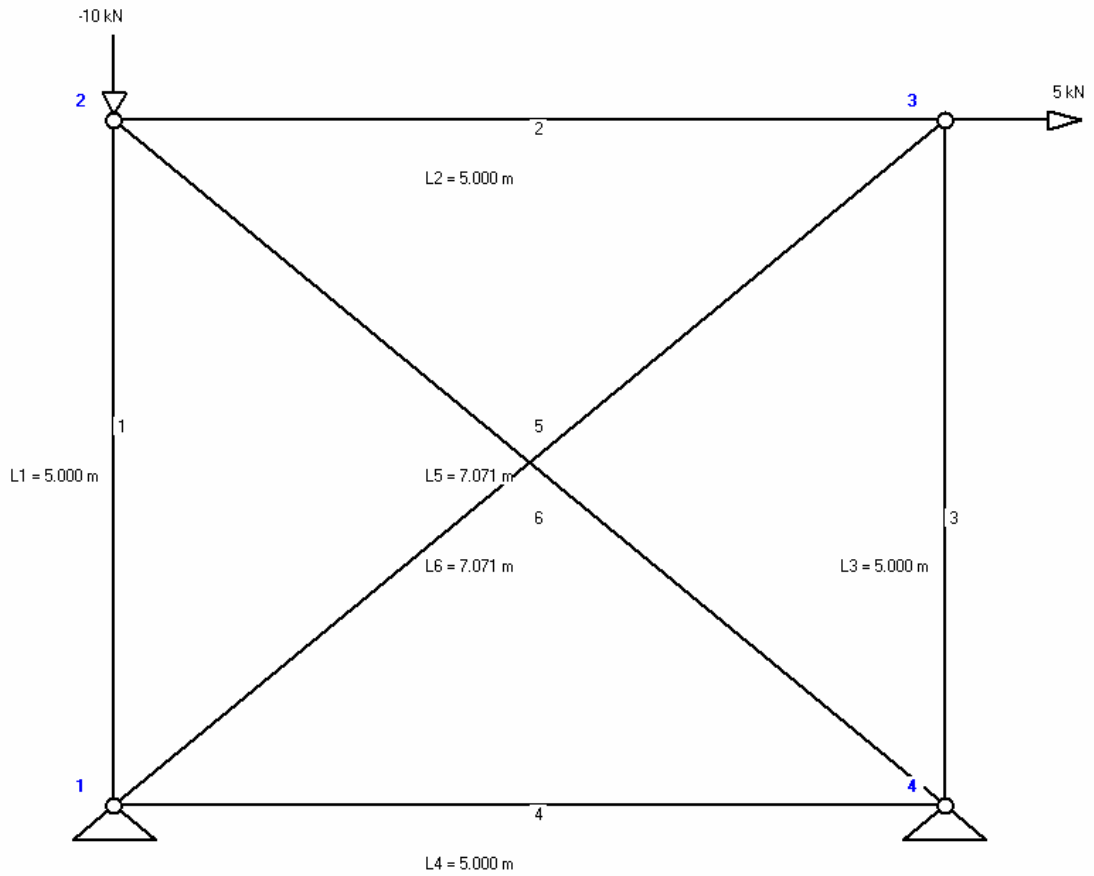


Fig. 5.22 Imagen de Ejemplo No.4

A continuación, podemos observar que la relación de rigidez estructural resulta como se muestra en la Fig. 5.23.

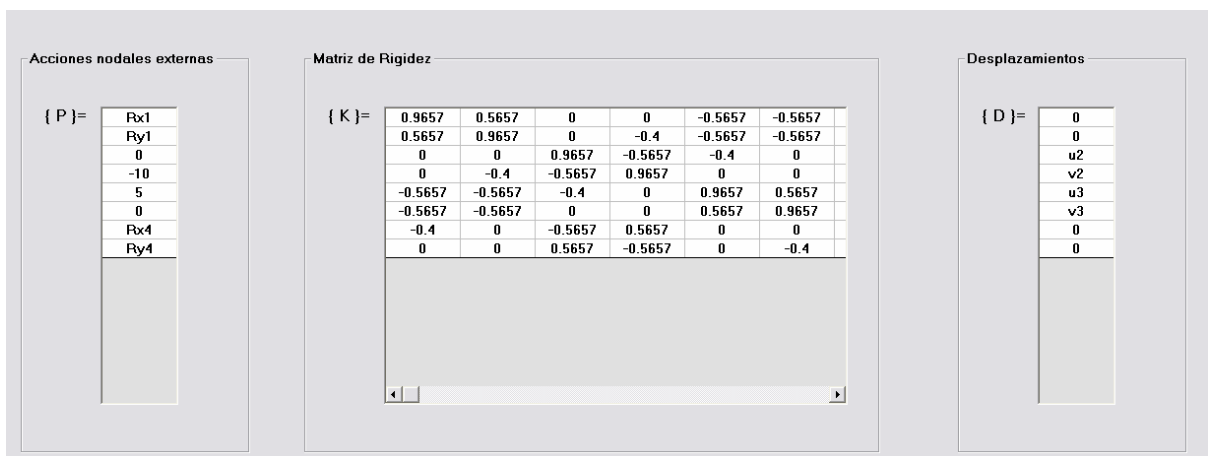


Fig.5.23 Relación de rigidez estructural Ejemplo No.4

Desglosando la relación de rigidez estructural se tiene, primero, el vector de acciones nodales externas {P} (Fig. 5.24), la matriz de rigidez estructural [K] (Fig. 5.25) y, por último, el vector de desplazamientos nodales {D} (Fig. 5.26).

$$\{ P \} = \begin{bmatrix} Rx1 \\ Ry1 \\ 0 \\ -10 \\ 5 \\ 0 \\ Rx4 \\ Ry4 \end{bmatrix}$$

Fig. 5.24 Vector de acciones nodales Ejemplo No.4


$$\{ K \} = \begin{bmatrix} 0.9657 & 0.5657 & 0 & 0 & -0.5657 & -0.4 & 0 \\ 0.5657 & 0.9657 & 0 & -0.4 & -0.5657 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0.9657 & -0.5657 & -0.4 & -0.5657 & 0.5657 \\ 0 & -0.4 & -0.5657 & 0.9657 & 0 & 0.5657 & -0.5657 \\ -0.5657 & -0.5657 & -0.4 & 0 & 0.9657 & 0 & 0 \\ -0.5657 & -0.5657 & 0 & 0 & 0.5657 & 0 & -0.4 \\ -0.4 & 0 & -0.5657 & 0.5657 & 0 & 0.9657 & -0.5657 \\ 0 & 0 & 0.5657 & -0.5657 & 0 & -0.5657 & 0.9657 \end{bmatrix}$$

Fig. 5.25 Matriz de rigidez Ejemplo No.4

$$\{ D \} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ u2 \\ v2 \\ u3 \\ v3 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

Fig. 5.26 Vector de desplazamientos nodales Ejemplo No.4

Los resultados de los desplazamientos nodales son los que se muestran en la siguiente figura:



Nodo	Desplazamientos
u1	0
v1	0
u2	-7.079405
v2	-14.50236
u3	3.418238
v3	-2.002357
u4	0
v4	0

Fig. 5.27 Resultados de desplazamientos Ejemplo No.4

Los resultados de las reacciones de los apoyos son los que se muestran en la siguiente figura:



Nodo	Reacciones
Rx1	-0.8009
Ry1	5
Rx2	0
Ry2	0
Rx3	0
Ry3	0
Rx4	-4.1991
Ry4	5

Fig. 5.28 Resultado de reacciones Ejemplo No.4

Los resultados de las fuerzas internas de cada barra son los que se muestran en la siguiente figura:

Fuerzas internas

Barras	Fuerzas internas	Tipo
F1-2	-5.800943	Compresión
F2-3	4.199057	Tensión
F3-4	-0.800943	Compresión
F1-4	0	
F1-3	1.132704	Tensión
F2-4	-5.938363	Compresión

Fig. 5.29 Resultado de fuerzas internas Ejemplo No.4

5.2 Comparación de resultados (proceso manual y electrónico)

Las tablas que se presentan a continuación muestran los resultados de cada uno de los ejercicios realizados en el Capítulo III, estas tablas fueron creadas con el propósito de comparar los resultados de los ejercicios realizados de forma manual y de forma electrónica con el programa AMMRA.

Tabla 5.1 Comparación de resultados del Ejemplo 1

		Proceso manual (Elaboración propia)	Proceso electrónico
Desplazamientos (\circ)	u_2	5	5
	u_3	22.5	22.533
	v_3	-1.443375673	-1.442
Reacciones (kN)	R_{1x}	-10	-9.999999
	R_{1y}	-8.660254038	-8.666666
	R_{2y}	8.660254038	8.666666
Fuerzas internas (kN)	F_{12}	5	5
	F_{13}	10	10.0055
	F_{23}	-10	-10.0055

Tabla 5.2 Comparación de resultados del Ejemplo 2

		Proceso manual (Elaboración propia)	Proceso electrónico
Desplazamientos	u₁	-326.56	-326.5639
	u₂	-163.28	-163.282
	v₂	-1253.53	-1253.529
	v₄	-168.36	-168.3591
	u₂	72.04	72.00698
	v₅	-1253.53	-1253.529
Reacciones (kN)	R_{1y}	8.164	8.1641
	R_{3x}	-33.672	-33.6718
	R_{3y}	41.836	41.8359
	R_{4x}	33.672	33.6718
Fuerzas internas (kN)	F₁₂	16.32	16.3282
	F₁₅	-18.26	-18.2555
	F₂₃	16.32	16.3282
	F₂₅	0	0
	F₃₄	-16.84	-16.8359
	F₃₅	-55.9	-55.9017
	F₅₄	37.65	37.6462

Tabla 5.3 Comparación de resultados del Ejemplo 3

		Proceso manual (Elaboración propia)	Proceso electrónico
Desplazamientos	u₁	67.041	67.0511
	v₁	-6.495	-6.4919
	u₂	73.863	73.8605
	v₂	-42.492	-42.4919
	u₃	23.471	23.4739
	v₃	1.699	1.6987
	u₄	28.984	28.9819
	v₄	-25.298	-25.3013
Reacciones (Tonf)	R_{5x}	-0.434	-0.4338
	R_{5y}	-1	-1
	R_{6x}	-2.566	-2.5662
	R_{6y}	11	11
Fuerzas internas (Tonf)	F₁₂	2.274	2.2698
	F₃₄	1.834	1.836
	F₁₃	-2.731	-2.73
	F₂₄	-5.731	-5.73
	F₃₅	0.566	0.5662
	F₄₆	-8.433	-8.4338
	F₁₄	-3.209	-3.2099
	F₃₆	-3.629	-3.6292
	F₂₃	1.034	1.0327
	F₄₅	0.614	0.6134

Tabla 5.4 Comparación de resultados del Ejemplo 4

		Proceso manual (Elaboración propia)	Proceso electrónico
Desplazamientos	u₂	-7.0795	-7.0794
	v₂	-14.5023	-14.5024
	u₃	3.4181	3.4182
	v₃	-2.0023	-2.0024
Reacciones (Tonf)	R_{1x}	-0.8009	-0.8009
	R_{1y}	5	5
	R_{4x}	-4.1991	-4.1991
	R_{4y}	5	5
Fuerzas internas (Tonf)	F₁₂	-5.8009	-5.8009
	F₂₃	4.199	4.1991
	F₃₄	-0.8009	-0.8009
	F₁₄	0	0
	F₁₃	1.1326	1.1327
	F₂₄	-5.9382	-5.9384

Los resultados de los cuatro ejercicios con ayuda del programa, comparados con los obtenidos manualmente, son iguales. La diferencia estriba en el número de posiciones decimales usados. La realización de estos ejemplos fue más fácil de ejecutar por medio de la paquetería. El tiempo de cálculo de los ejercicios por medio de un proceso manual es muy largo, cansado y algunas veces resulta tedioso. Con este programa se puede analizar cualquier tipo de armaduras, sin importar el número de barras y nodos.

Con el proceso electrónico puede ahorrarse tiempo al analizar armaduras, resulta ser una herramienta para comprobar los resultados de análisis manuales. El programa ofrece una ventana donde se puede observar la relación de rigidez estructural, siendo ésta el paso más importante para el análisis matricial de armaduras por medio del método de las rigideces.

No obstante, es de vital importancia recordar que para utilizar la paquetería se necesitan tener las bases para realizar un procedimiento como éste, es decir, conocer el método matricial de las rigideces.