

6. INTRODUCCIÓN AL DISEÑO DE MIEMBROS SUJETOS A ESFUERZOS DE FLEXIÓN Y CORTANTE

6.1 Miembros sujetos a esfuerzos de flexión

Los esfuerzos para los que deben diseñarse las vigas son los de momento flexionante y de fuerza cortante originados por los requerimientos de carga y momento a lo largo de su eje longitudinal. El perfil W usualmente es la sección más económica al usarse como viga y ha reemplazado en esta aplicación casi por completo a las canales y a las secciones S.

Para vigas, en general, la relación a satisfacerse entre los efectos de las cargas y la resistencia es la siguiente:

$$M_u \leq \phi_b \cdot M_n \quad (6.1)$$

donde: M_u es la combinación de momentos por cargas factorizadas, ϕ_b corresponde, al factor de resistencia para vigas, el cuál es igual a 0.90, y M_n es la resistencia nominal por momento.

El esfuerzo a flexión en cualquier punto de una sección transversal se encuentra mediante la siguiente formulación.

$$f_b = \frac{M \cdot y}{I_x} \quad (6.2)$$

Donde M es el momento flexionante considerado y “ y ” es la distancia del plano neutro de la sección al punto de interés e I_x corresponde al valor del momento de inercia del área de la sección transversal con respecto al eje neutro. Si la distancia “ y ” máxima se redefine como distancia “ c ” (ver **Figura 6-1**¹), se estará analizando la sección en el punto donde ocurren los esfuerzos máximos, uno sujeto a tensión y otro sujeto a compresión, siempre y cuando el eje neutro corresponda al eje de simetría de la sección.

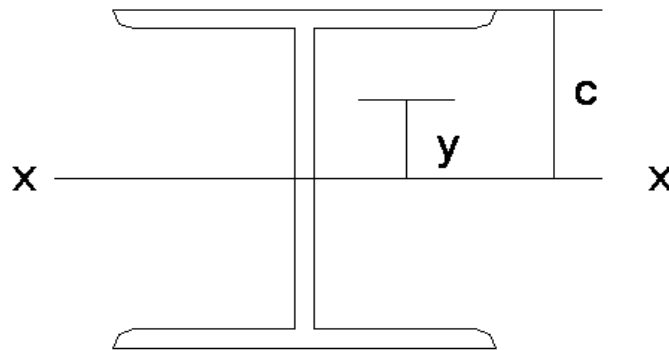


Figura 6-1 Distancia “ y ” y distancia “ c ”

A continuación, en la **Figura 6-2** se muestra la sección del centro del claro de una viga I simplemente apoyada, donde se encuentra actuando una carga concentrada en este mismo punto. En cada inciso se muestran etapas sucesivas de un aumento de esta carga puntual en la sección central de la viga. Esta carga origina el momento máximo en este punto central. Una vez que la fluencia comienza (b), la distribución del esfuerzo sobre la sección transversal deja de ser lineal (c) y la fluencia avanzará en dirección del eje neutro (d). De la

¹ Figura propia

misma forma, la región en fluencia se extenderá longitudinalmente desde el centro de la viga conforme el momento flexionante M_y se alcanza en más localidades.

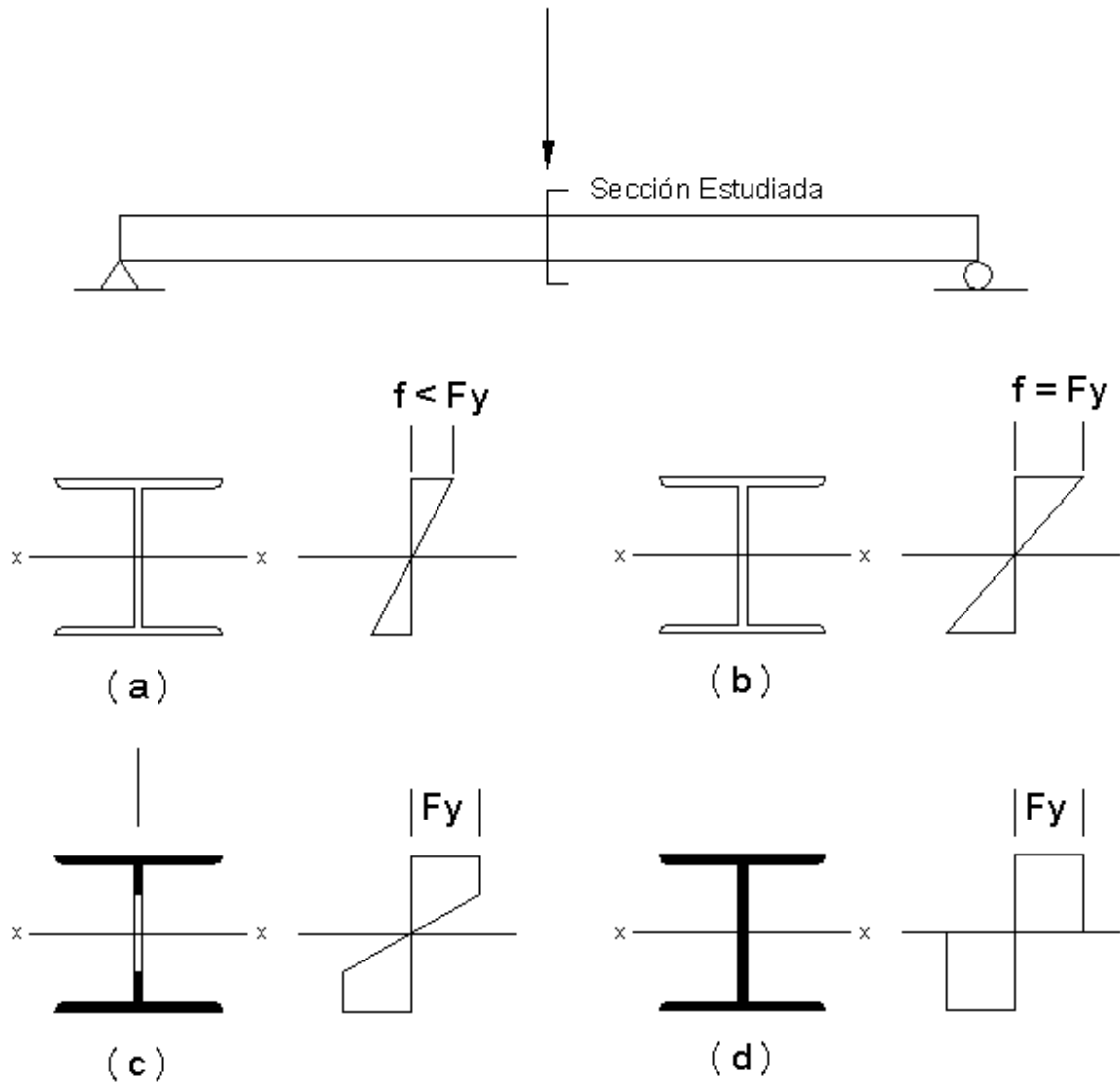


Figura 6-2 Fluencia del acero en sección transversal de viga I

Una vez alcanzado el estado presentado en (d), cualquier incremento de carga adicional causará el colapso del elemento. En este momento se dice que se ha formado una

articulación plástica. El conjunto de las articulaciones plásticas y las articulaciones reales conforman lo que se conoce como “mecanismo de falla”.

Se define como momento plástico al necesario para formar la articulación plástica. Para perfiles simétricos respecto al eje de flexión (ya sea el eje x ó el eje y), el momento plástico (M_p) es igual a:

$$M_p = F_y \cdot Z \quad (6.3)$$

donde F_y es el esfuerzo de fluencia del acero y Z se refiere al módulo plástico de la sección, que puede ser respecto al eje x (Z_x) como al eje y (Z_y).

Según el AISC, las secciones transversales de los perfiles en acero se pueden clasificar como compactas, no compactas o esbeltas. Esta clasificación depende de los valores propios del perfil en relación a su ancho-espesor. Para llevar a cabo correctamente la clasificación de perfiles de acero, se deben definir los siguientes índices:

- * λ .- Razón de ancho-espesor
- * λ_p .- Límite superior para categoría secciones compactas.
- * λ_r .- Límite superior para categoría secciones no compactas.

Si $\lambda \leq \lambda_p$ y el patín se encuentra conectado en forma continua, se trata de sección compacta.

Si $\lambda_p < \lambda \leq \lambda_r$, se trata de una sección no compacta

Si $\lambda > \lambda_r$, se trata de una sección esbelta

A continuación se muestra una tabla extraída del AISC² donde se presentan las ecuaciones para obtener las razones mencionadas previamente.

Tabla 6-1

Elemento	λ	λ_p	λ_r
Patín	$\frac{bf}{2 \cdot tf}$	$\frac{65}{\sqrt{F_y}}$	$\frac{141}{\sqrt{F_y - 10}}$
Alma	$\frac{h}{tw}$	$\frac{640}{\sqrt{F_y}}$	$\frac{970}{\sqrt{F_y}}$

Valores utilizados de λ

Para calcular la resistencia por flexión de perfiles compactos, se debe de tomar en cuenta que una viga puede fallar al alcanzar su momento plástico o por la presencia de: pandeo lateral-torsional (PLT), pandeo local del patín (PLP) o pandeo del alma (PA), tanto elástica como inelásticamente. Cuando el esfuerzo máximo de flexión es menor que el límite proporcional cuando ocurre el pandeo, se conoce como una falla elástica mientras que si sucede lo contrario se conoce como una falla inelástica.

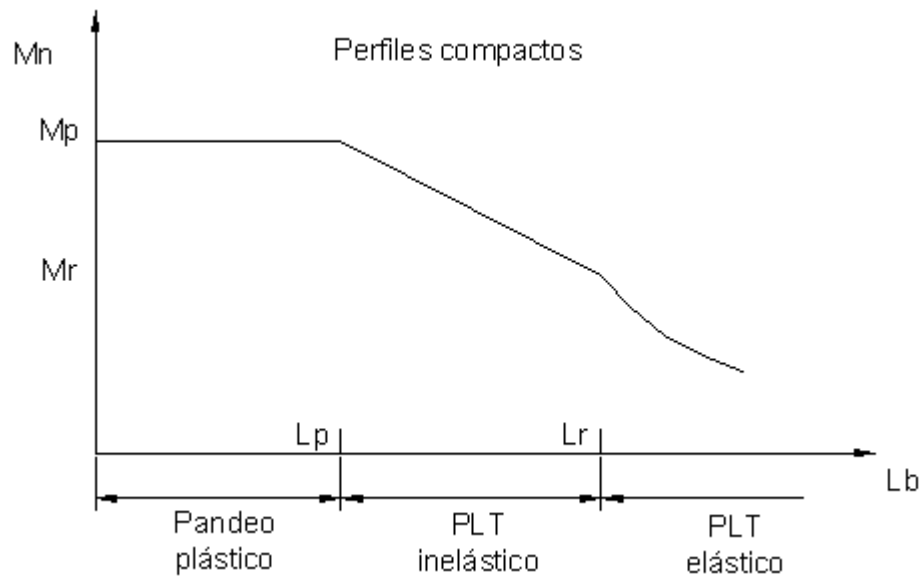
Para el caso común de vigas compactas soportadas lateralmente, la resistencia nominal es:

² Tabla B5.1 del American Institute of Steel Construction (AISC).

$$M_n = M_p \quad (6.4)$$

$$M_p = F_y \cdot Z_x \leq 1.5 \cdot M_y \quad (6.5)$$

La resistencia por momentos de perfiles compactos es una función de la longitud no soportada conocida como L_b . Si ésta es menor que L_p , se considera que la viga cuenta con un soporte lateral total y por lo tanto se cumple que $M_n = M_p$, Si por el contrario, L_b es mayor que L_p pero menor o igual al parámetro L_r , se trata de un pandeo lateral torsional inelástico. Por el contrario, si L_b es mayor que L_r la resistencia del perfil se basa en el pandeo lateral torsional elástico. Los valores L_p y L_r se muestran en la siguiente gráfica.



Gráfica 6-1 Momento Resistente (M_n) vs. Longitud no soportada (L_b)

Donde:

$$M_r = (F_y - F_r) \cdot S_x \quad (6.6)$$

F_r .- Corresponde a 10 ksi para perfiles rolados y 16.5 ksi para perfiles compuestos soldados.

S_x - corresponde al módulo de sección elástico respecto al eje x.

La determinación de M_n debido a pandeo lateral torsionante elástico se obtiene de la siguiente ecuación:

$$M_n = \frac{\pi}{L_b} \cdot \sqrt{E \cdot I_y \cdot G \cdot J + \left(\frac{\pi \cdot E}{L_b}\right)^2 \cdot I_y \cdot C_w} \quad (6.7)$$

Donde:

L_b : Longitud no soportada (in).

G : 11,200 ksi, corresponde al módulo de cortante para el acero estructural.

La ecuación anterior deberá ser multiplicada por un factor C_b en caso que se presente un gradiente de momento. La obtención de este factor se encuentra dada en la sección F1.2 del AISC y depende de la siguiente fórmula:

$$C_b = \frac{12.5 \cdot M_{\max}}{2.5 \cdot M_{\max} + 3 \cdot M_A + 4 \cdot M_B + 3 \cdot M_C} \quad (6.8)$$

donde:

M_{\max} : Corresponde al momento máximo en valor absoluto dentro de la longitud no soportada (L_b).

M_A : Corresponde al momento en valor absoluto localizado en el punto cuarto de la longitud no soportada (L_b).

M_B : Corresponde al momento en valor absoluto localizado en el centro de la longitud no soportada (L_b).

M_C : Corresponde al momento en valor absoluto localizado a los tres cuartos de la longitud no soportada (L_b).

La longitud L_r corresponde a:

$$L_r = \frac{r_y \cdot X_1}{(F_y - F_r)} \cdot \sqrt{1 + \sqrt{1 + X_2 \cdot (F_y - F_r)^2}} \quad (6.9)$$

donde los términos X_1 y X_2 están dados por las siguientes expresiones:

$$X_1 = \frac{\pi}{S_x} \cdot \sqrt{\frac{E \cdot G \cdot J \cdot A}{2}} \quad (6.10)$$

$$X_2 = \frac{4 \cdot C_w}{I_y} \cdot \left(\frac{S_x}{G \cdot J} \right)^2 \quad (6.11)$$

Al analizar vigas por su comportamiento inelástico se recurre al uso de fórmulas empíricas; para perfiles compactos, empleando este análisis, se recurre al uso de:

$$M_n = M_p - (M_p - M_r) \cdot \left(\frac{L_b - L_p}{L_r - L_p} \right) \quad (6.12)$$

donde el valor L_p corresponde a:

$$L_p = \frac{300 \cdot r_y}{\sqrt{F_y}} \quad (6.13)$$

De la misma manera, esta ecuación debe ser multiplicada por un factor C_b siempre que el momento aplicado presente un gradiente de momento.

En el caso de la obtención de resistencia a flexión de los perfiles no compactos, se debe conocer previamente que éstos, debido a su geometría, sólo se encuentran expuestos a sufrir una falla debida a pandeo lateral torsionante (PLT) y pandeo local del patín (PLP). En caso de realizar un análisis de un perfil compacto, se deben revisar ambos casos y seleccionar el más pequeño de los resultados obtenidos como resistencia por flexión del perfil.

En este caso se incorpora un nuevo término que se conocerá como λ que depende de las dimensiones del perfil y se definirá como:

$$\lambda = \frac{b_f}{2 \cdot t_f} \quad (6.14)$$

Donde, según el Manual de construcción en acero por esfuerzos permisibles, b_f corresponde al ancho del patín de una viga laminada o de una viga formada por tres placas, y t_f corresponde al espesor del patín.

Para demostrar si un patín entra en el rango de no compacto, se debe satisfacer la siguiente desigualdad; si este es el caso, a continuación se procede a determinar el M_r con la ecuación dada.

$$\lambda_p < \lambda \leq \lambda_r \quad (6.15)$$

Si la desigualdad anterior se cumple, el patín analizado es no compacto y su pandeo será inelástico. Su momento resistente se calcula de la siguiente manera:

$$M_n = M_p - (M_p - M_r) \cdot \left(\frac{\lambda - \lambda_p}{\lambda_r - \lambda_p} \right) \quad (6.16)$$

donde:

$$\lambda_p = \frac{65}{\sqrt{F_y}} \quad (6.17)$$

$$\lambda_r = \frac{141}{\sqrt{F_y - F_r}} \quad (6.18)$$

$$M_r = (F_y - F_r) \cdot S_x \quad (6.19)$$

El valor F_r es conocido como un esfuerzo residual y es igual a 10 ksi para perfiles rolados.

6.2 Miembros sujetos a esfuerzo cortante

Al aplicar fuerzas transversales P y P' en el elemento AB mostrado en la **Figura 6-3**³, se corta la barra por C , justo en el punto de aplicación de las dos fuerzas. Se demuestra que deben existir fuerzas internas en el plano de la sección mismas que su resultante sea igual a P . A estas fuerzas internas se les conoce como fuerzas cortantes y a su magnitud P se le conoce como cortante de la sección.

³ Figura propia basada en Figura 5.17 en Segui, William T. "Diseño de Estructuras de Acero con LRFD".

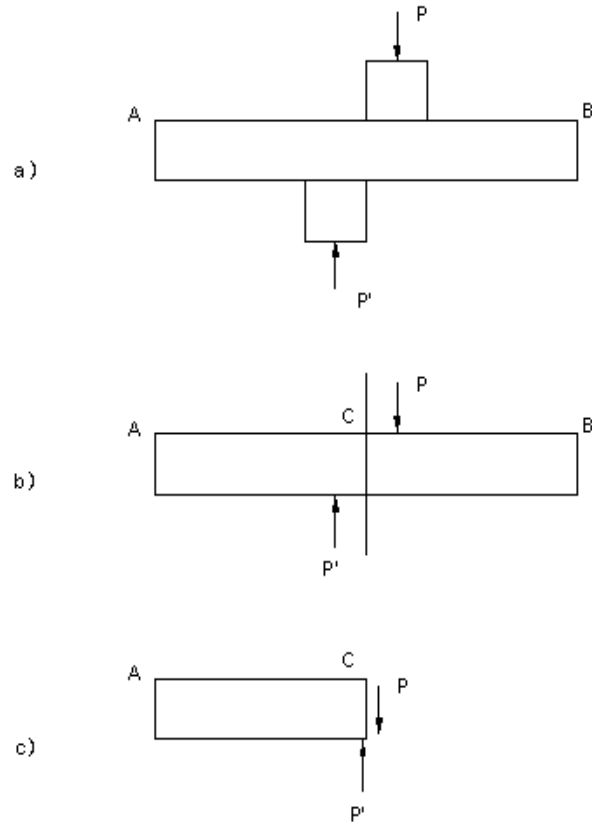


Figura 6-3 Fuerza Cortante en Vigas

En la mayoría de los casos, el esfuerzo cortante no es un problema en vigas de acero puesto que debido a la geometría de los perfiles laminados, estos son capaces de resistir cortantes elevados, aunque hay algunos casos en donde este cortante sí debe ser considerado al revisar o diseñar perfiles de acero sujetos a estas acciones.

El cortante se vuelve crítico en secciones cercanas a grandes cargas concentradas, cerca de los apoyos de una viga, cuando dos miembros estructurales se encuentren conectados rígidamente entre sí de modo que sus almas se encuentren en un mismo plano y cuando las vigas a estudiar, se encuentren despatinadas, debido al peralte reducido de la misma.

La resistencia por cortante de una viga es satisfactoria cuando la llamada fuerza cortante máxima basada en la combinación gobernante de cargas factorizadas (V_u) sea menor o igual que el producto del factor de resistencia por cortante (ϕ_v) multiplicado por la resistencia nominal por cortante de la sección (V_n). De tal manera que:

$$V_u \leq \phi_v \cdot V_n \quad (6.20)$$

donde:

$$\phi_v = 0.90$$

$$V_n = 0.6 \cdot F_y \cdot A_w \quad (A_w \text{ se refiere al área del alma del perfil}) \quad (6.21)$$

En esta última fórmula, V_n sucede en el momento que se presenta la fluencia del alma; casi todas las secciones de vigas laminadas que se fabrican, caen en esta sección. Ésta será la resistencia nominal de la sección sometida a cortante siempre que no se presente pandeo por cortante del alma; eso último dependerá de la relación ancho-espesor (del alma) $\frac{h}{t_w}$. Se utilizará la fórmula anterior en todos los casos donde se cumpla la siguiente condición:

$$\frac{h}{t_w} \leq \frac{418}{F_y} \quad (6.22)$$

De lo contrario, se verificará la siguiente desigualdad, la cual indica que puede ocurrir pandeo inelástico del alma; si se cumple la desigualdad, se utilizará la fórmula presentada a continuación.

$$\frac{418}{\sqrt{F_y}} < \frac{h}{t_w} \leq \frac{523}{\sqrt{F_y}} \quad (6.22)$$

Entonces:

$$V_n = 0.6 \cdot F_y \cdot A_w \cdot \frac{\frac{418}{\sqrt{F_y}}}{\frac{h}{t_w}} \quad (6.23)$$

En caso que:

$$\frac{523}{\sqrt{F_y}} < \frac{h}{t_w} \leq 260 \quad (6.24)$$

se presentará un pandeo elástico del alma, donde V_n se obtiene mediante la aplicación de la siguiente fórmula:

$$V_n = \frac{132000 \cdot A_w}{\left(\frac{h}{t_w}\right)^2} \quad (6.25)$$

En caso que el valor obtenido de $\frac{h}{t_w}$ sea mayor que 260, se requerirá reforzar el alma del elemento por medio de atiesadotes. En este caso se deben seguir las estipulaciones que involucran a traves armadas.

Es importante considerar que si en los apoyos de la viga estudiada, se presentan elementos que no cuentan con patines (despatinados), es necesario considerar los efectos provocados por bloque de cortante. Este análisis se lleva a cabo de la misma manera que la revisión por bloque de cortante en elementos sujetos a tensión, estudiados anteriormente en la sección previa.

6.3 Deflexión permitida en vigas

Una vez que se hayan revisado todos los conceptos mencionados anteriormente, se asegura que la viga en cuestión no va a fallar, pero eso no es suficiente puesto que se debe poner atención en la deflexión que presenta el elemento.

Muchas veces, la apariencia de las estructuras se ve afectada por deflexiones excesivas; éstas no inspiran confianza aunque exista una completa seguridad en cuestión a la resistencia del elemento.

La práctica común para edificaciones ha sido limitar estas deflexiones por carga viva aproximadamente a:

$$\Delta = \frac{1}{360} \cdot L \quad (6.26)$$

Donde L corresponde a la longitud del claro. Este valor es muy usual pero puede variar dependiendo de la carga soportada por el claro estudiado. Si la viga debe soportar maquinaria delicada y precisa, estas deformaciones se limitan a $1/1500$ o $1/2000$ de la longitud de la viga.

Una vez conocido el valor permitido de la deflexión máxima, este valor debe ser comparado con la deflexión teórica que presenta nuestra viga. Esta deflexión teórica se puede obtener mediante los métodos de área de momentos, trabajo virtual y viga conjugada. Una de las expresiones más utilizadas al resolver ejercicios teóricos como los presentados en este trabajo, es el caso de la deflexión teórica presentada para una viga simple con carga uniformemente aplicada. Esta es:

$$\Delta L = \frac{5 \cdot w \cdot L^4}{384 \cdot E \cdot I_y} \quad (6.27)$$

donde w corresponde a la carga por unidad de longitud (sin factorizar), que somete al elemento, L es la longitud del claro en cuestión, E corresponde al módulo de elasticidad para el acero estructural e I_y al momento de inercia con referencia a su eje y . Una vez que se conoce este valor, se compara con el valor Δ máximo permitido y para que nuestra viga sea aprobada por deflexión, el valor de deflexión máximo permitido debe ser mayor que el valor teórico.

En los problemas resueltos en el libro electrónico se consideran a revisión dos tipos de deflexiones permitidas. La deflexión en construcción no enyesada (6.26) y la deflexión en construcción de piso no enyesado:

$$\Delta = \frac{1}{240} \cdot L \quad (6.28)$$

