5. INTRODUCCIÓN A ELEMENTOS A COMPRESIÓN

5.1 Compresión simple

Los elementos a compresión (columnas), bajo la acción de una carga axial, tendrán un comportamiento inicial de acortamiento proporcional al esfuerzo generado por la carga que actúa en su eje longitudinal. Cuando la carga aumenta a un valor crítico que se llama de carga crítica, se presenta una falla brusca por inestabilidad lateral denominada pandeo, en el sentido de su menor momento de inercia. Su forma de flexionarse dependerá de las condiciones de sujeción en sus extremos.

Euler determinó por primera vez ésta carga crítica de falla con la expresión:

$$P_c = \pi^2 \cdot \frac{EI}{L^2} \tag{5.1}$$

donde E es el módulo de elasticidad del material, I es el momento de inercia del área transversal con respecto al eje principal menor y L es la longitud del miembro entre puntos de soporte. Para que esta ecuación sea válida, el miembro debe ser elástico y sus extremos deben poder girar libremente pero no tener capacidad de trasladarse lateralmente.

La capacidad resistente de un elemento sujeto a esfuerzos de compresión se encuentra en función de su relación de esbeltez. En las piezas cortas su falla es debido a la resistencia de compresión; por el contrario en las piezas largas su falla se debe al pandeo lateral. Su capacidad dependerá de dicho factor y de la restricción en sus apoyos. Es decir, la falla en las columnas cortas será por aplastamiento mientras que en las largas por flexión lateral.

El tipo más común de miembro en compresión que ocurre en edificios y puentes es la columna. Estos elementos eventualmente también soportan esfuerzos debidos a flexión; en estos casos se conocen como elementos viga-columna.

Existen tres modos generales en los que las columnas cargadas axialmente pueden fallar; estos son: pandeo flexionante, pandeo local y pandeo torsionante. El primero se presenta cuando los miembros sometidos a flexión se vuelven inestables. El pandeo local ocurre cuando alguna parte de la sección transversal de una columna es tan delgada que se pandea localmente en compresión antes de que los otros modos de pandeo puedan ocurrir. El último caso se origina en secciones con un sólo eje de simetría. Estas fallan por torsión o por una combinación de pandeo torsional y flexionante.

Para obtener la resistencia de elementos a compresión se utilizan las siguientes fórmulas según el método LRFD:

$$P_n = A_g \cdot F_{cr} \tag{5.2}$$

$$P_u = \phi_c \cdot P_n \qquad \text{con } \phi_c = 0.85 \tag{5.3}$$

El esfuerzo crítico (F_{cr}) se determina en función del parámetro de esbeltez (λ_c), el cual se define en la siguiente ecuación:

$$\lambda_c = \frac{K \cdot L}{r \cdot \pi} \cdot \sqrt{\frac{F_y}{E}} \tag{5.4}$$

Donde:

- Si $\lambda_c \leq 1.5$,entonces:

$$F_{cr} = (0.658)^{\lambda c^2} \cdot Fy \tag{5.5}$$

- Si $\lambda_c > 1.5$,entonces:

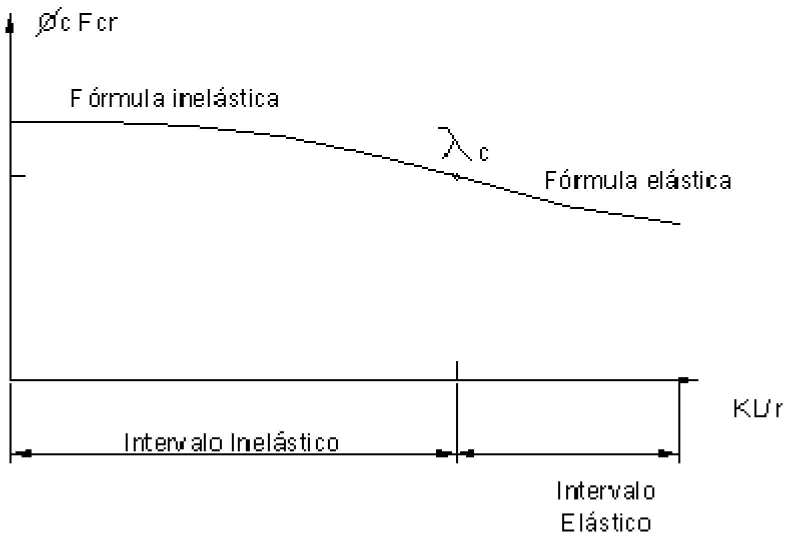
$$F_{cr} = \frac{0.877}{\lambda_c^2} \cdot Fy \tag{5.6}$$

En elementos sujetos a compresión simple se debe de revisar la relación de esbeltez máxima, la cual según el LRFD debe ser:

$$\frac{K \cdot L}{r} < 200 \tag{5.7}$$

A continuación, en la Gráfica 5-1[1] se presenta el Esfuerzo Crítico vs. Relación de Esbeltez:

[1] Traducción de Gráfica Esfuerzo Crítico VS Relación de Esbeltez en Smith, J.C. Structural Steel Design: LRFD Fundamentals.



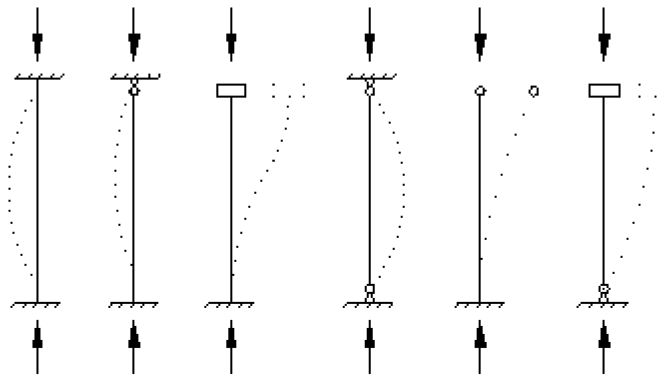
Gráfica 5-1 Intervalos a considerar en compresión simple

El factor k en realidad es un factor que multiplica a la longitud de la columna para obtener la longitud efectiva de la misma. Es decir, la longitud con la cuál se diseñará el elemento. El valor de este factor no necesariamente es menor a la unidad y depende del tipo de apoyos encontrados en el extremo del elemento.

A continuación se presenta la **Tabla 5-1**[2], en donde se aprecian los valores k recomendados para los diferentes tipos de apoyos en columnas. Estos valores podrán ser fácilmente sustituidos en los problemas de estudio con la finalidad de estudiar una columna con los apoyos deseados.

[2] Traducción de Tabla de Factor k en Crawley, Stanley W y Dillon, Robert M. Steel Buildings "Análysis and Design"

Tabla 5-1



Valor K teórico	0.5	0.7	1.0	1.0	2.0	2.0
Valor K de diseño recomendado	0.65	0.80	1.2	1.0	2.1	2.0

Símbolos para condiciones de extremo	Se impide rotación y traslación
	Se permite rotación y traslación
	Se impide rotación, se permite traslación
	Se permite rotación, se impide traslación

Factor k para diferentes tipos de apoyos

El catálogo de problemas resueltos también incluye algunos casos de elementos que forman parte de una estructura continua (marcos rígidos) sometidos a esfuerzos de compresión. Para resolver estos ejemplos se deberá tomar en cuenta la restricción rotacional que proporcionan las vigas en el extremo de una columna. Esta restricción se traduce en la rigidez rotacional de los miembros que se intersecan en el nudo y la cuál se expresa como:

$$K = \frac{E \cdot I}{L} \qquad (5.8)$$

La razón de la rigidez de la columna a la rigidez de la trabe se deberá analizar para cada extremo del elemento y se expresa como:

$$G = \frac{\sum E_c \cdot I_c / L_c}{\sum E_g \cdot I_g / L_g} \qquad (5.9)$$

donde:

$\sum E_c \cdot I_c / L_c$.- Sumatoria de las rigideces de las columnas en el extremo del elemento analizado.

$\sum E_g \cdot I_g / L_g$.- Sumatoria de las rigideces de las trabes en el extremo del elemento analizado.

Utilizando los valores obtenidos de G para cada uno de los extremos, el "Manual of Steel Construction" presenta los nomogramas de Jackson-Mooreland, donde, con los valores de extremo G, encontramos el factor k para la longitud efectiva del miembro.

En el caso de los problemas incluidos en el libro electrónico para obtener el factor k se recurre directamente a las ecuaciones en las que se encuentran basados dichos nomogramas. Estas son:

Para marcos no arriostrados:

$$K = \frac{G_{sup} \cdot G_{inf} \cdot \left(\frac{\pi}{K}\right)^2 - 36}{6 \cdot (G_{sup} + G_{inf})} - \frac{\left(\frac{\pi}{K}\right)}{\tan\left(\frac{\pi}{K}\right)} \tag{5.8}$$

Para marcos arriostrados:

$$K = \frac{G_{sup} \cdot G_{inf}}{4} \cdot \left(\frac{\pi}{K}\right)^2 + \left(\frac{G_{sup} + G_{inf}}{2}\right) \cdot \left(1 - \frac{\frac{\pi}{K}}{\tan\left(\frac{\pi}{K}\right)}\right) + \frac{2 \cdot \tan\left(\frac{\pi}{2 \cdot K}\right)}{\frac{\pi}{K}} - 1 \tag{5.9}$$

donde:

G_{sup} .- Razon de la rigidez de la columna a la rigidez de la trabe en el extremo superior del miembro analizado.

G_{inf} .- Razon de la rigidez de la columna a la rigidez de la trabe en el extremo inferior del miembro analizado.

5.2 Pandeo torsional y flexotorsional

El tipo de pandeo torsional es causado debido a la torsión alrededor del eje longitudinal del miembro. Esta sólo puede ocurrir en miembros con secciones transversales doblemente simétricas con elementos muy esbeltos en su sección transversal. El perfil cruciforme es muy vulnerable a este tipo de pandeo. El pandeo flexotorsional es causado por una combinación de pandeo por flexión y pandeo torsional. El elemento se tuerce y se flexiona simultáneamente. Sólo puede ocurrir con secciones asimétricas.

Las especificaciones del AISC (American Institute of Steel Construction) requieren un análisis del pandeo torsional o del flexotorsional cuando sean necesarios. A continuación se menciona el procedimiento utilizado en el apéndice E3 de estas especificaciones que proporciona un enfoque general que se puede utilizar para cualquier perfil asimétrico. En este apéndice se utiliza un parámetro definido como λ_e situado:

$$\lambda_e = \sqrt{\frac{F_y}{F_e}} \tag{5.10}$$

donde F_e se debe determinar para pandeo flexotorsional elástico o para pandeo torsional elástico; donde para perfiles con doble simetría (pandeo torsional) se utiliza:

$$F_e = \left(\frac{\pi^2 \cdot E \cdot C_w}{(K_z \cdot L)^2} + G \cdot J \right) \cdot \frac{1}{I_x + I_y} \tag{5.11}$$

mientras que en el caso de perfiles con un solo eje de simetría (pandeo flexotorsional) se utiliza:

$$F_e = \frac{F_{ey} + F_{ez}}{2 \cdot H} \cdot \left(1 - \sqrt{1 - \frac{4 \cdot F_{ey} \cdot F_{ez} \cdot H}{(F_{ey} + F_{ez})^2}} \right) \tag{5.12}$$

Cuando se analiza el caso de perfiles que no cuentan con ningún eje de simetría (pandeo flexotorsional) se utiliza:

$$\left(F_e - F_{ex}\right)\cdot\left(F_e - F_{ey}\right)\cdot\left(F_e - F_{ez}\right) - F_e^2\cdot\left(F_e - F_{ey}\right)\cdot\left(\frac{x_0}{r_0}\right)^2 - F_e^{\,2}\cdot\left(F_e - F_{ex}\right)\cdot\left(\frac{y_0}{r_0}\right)^2 = 0$$

(5.13)

donde:

F_e .- Es la raíz más pequeña si se utiliza la última ecuación.

C_w .- Constante de alabeo (in)

K_z .- Factor de longitud efectiva para pandeo torsional

G .- Módulo de cortante (ksi)

J .- Constante de torsión (in^4)

$$F_{ex} = \frac{\pi^2\cdot E}{\left(\frac{K_x\cdot L}{r_x}\right)^2} \tag{5.14}$$

$$F_{ex} = \frac{\pi^2\cdot E}{\left(\frac{K_y\cdot L}{r_y}\right)^2} \tag{5.15}$$

$$F_{ez} = \left(\frac{\pi^2\cdot E\cdot C_w}{\left(K_z\cdot L\right)^2} + G\cdot J\right)\cdot\frac{1}{A\cdot r_0^{\,2}} \tag{5.16}$$

$$H = 1 - \left(x_0^{\,2} + y_0^{\,2}\right)/\,r_0^{\,2} \tag{5.17}$$

$$r_0^{\,2} = x_0^{\,2} + y_0^{\,2} + \frac{I_x + I_y}{A} \tag{5.18}$$

Considerando x_0 y y_0 como las coordenadas del centro de cortante de la sección transversal con respecto al centroide (in). El centro de cortante es el punto sobre la sección transversal a través del cuál la carga transversal sobre una viga debe pasar para que el miembro se flexione sin torcerse.