CAPÍTULO V

ESFUERZOS DEBIDO A FLEXIÓN Y CORTANTE

El objetivo de este capítulo es ilustrar el procedimiento seguido para obtener los esfuerzos que son producidos por el momento flexionante y la fuerza cortante en vigas. Se dan las herramientas para calcular la distribución de esfuerzos que actúan en una sección, donde la resultante de estos esfuerzos es iguala a V y la sumatoria de momentos es igual al momento flexionante M.

5.1 ESFUERZOS INDUCIDOS POR MOMENTO FLEXIONANTE

Para llegar a la ecuación deseada, en necesario conocer la geometría de deformación. Con base a argumentos de deformación unitaria y simetría se obtiene la deformación unitaria de la viga. Posteriormente con la relación entre esfuerzo y deformación unitaria, se obtienen los esfuerzos con base en la deformación unitaria.

A continuación se hace uso de las condiciones generales de equilibrio, en las que sustituyendo, se logra la ecuación para el esfuerzo normal máximo causado por el momento flexionante .

$$\sigma_m = \frac{Mc}{I}$$

Donde c es la distancia del eje neutro a la fibra más alejada de la sección.

Esta expresión va acompañada de una animación que muestra la ubicación de los esfuerzos máximos en la sección transversal de una viga debidos a flexión positiva (Figura 5.1).

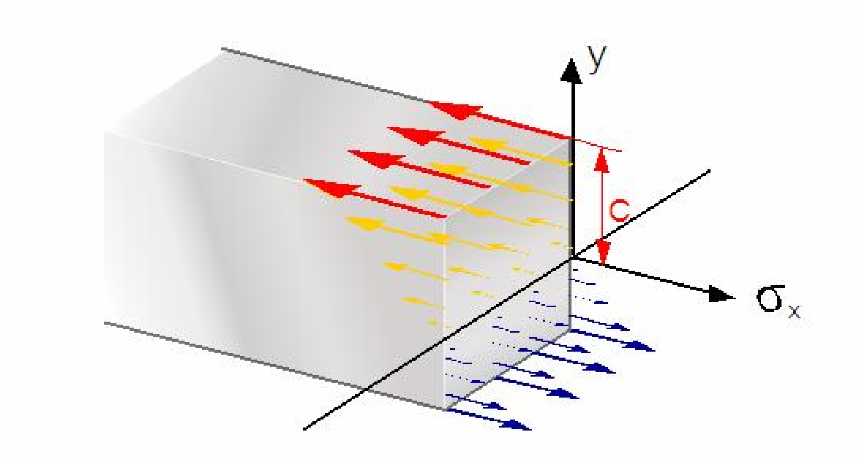

Figura 5.1 Esfuerzos máximos por flexión positiva obtenidos a una distancia c del eje neutro

También se obtiene la expresión para esfuerzo de cualquier fibra localizada a la distancia "y" del eje neutro.

$$\sigma_x = \frac{My}{I}$$

Junto con la expresión se muestra una animación ejemplificando los esfuerzos normales obtenidos a una distancia "y" del eje neutro en una sección transversal de una viga (Figura 5.2).

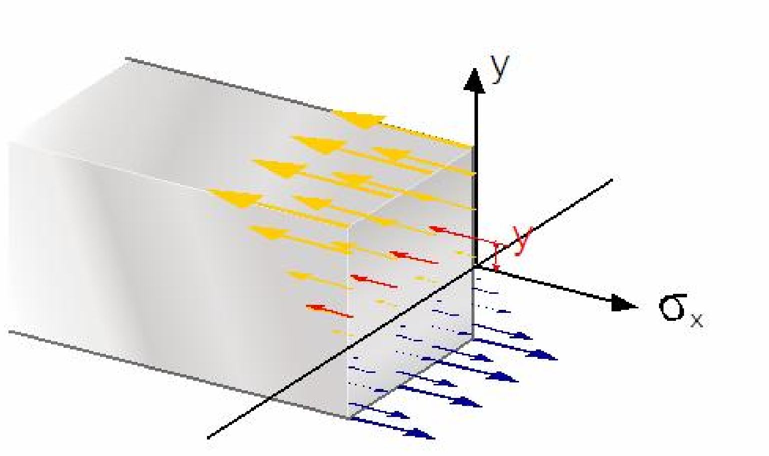

Figura 5.2 Esfuerzos obtenidos a una distancia "y" del eje neutro

En el paquete didáctico se muestra, paso a paso, las sustituciones y, además, se profundiza con imágenes en la obtención de las expresiones de deformación unitaria de una viga (Figura 5.3) y de la satisfacción de la condición general de equilibrio para momentos (Figura 5.4).

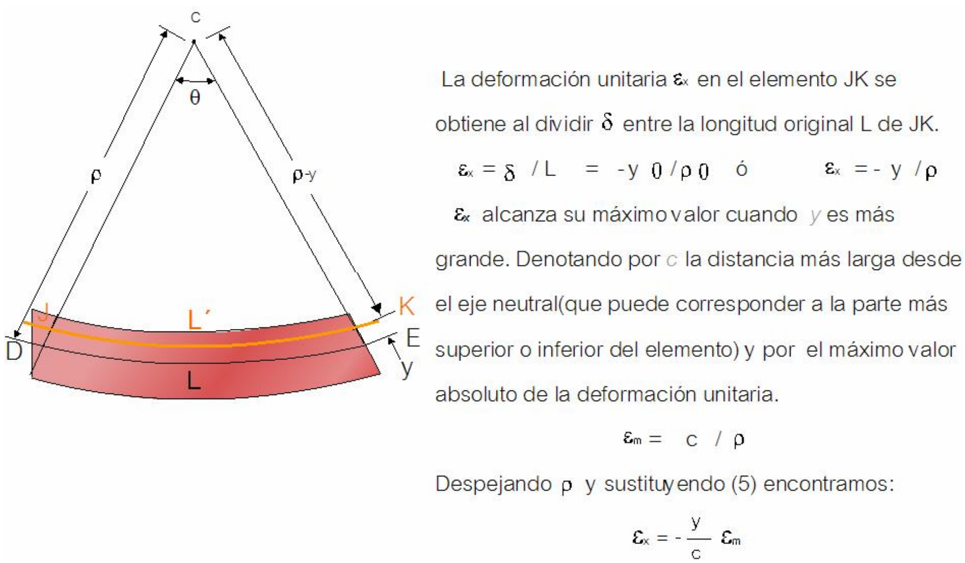

Figura 5.3 Deformación unitaria de una viga

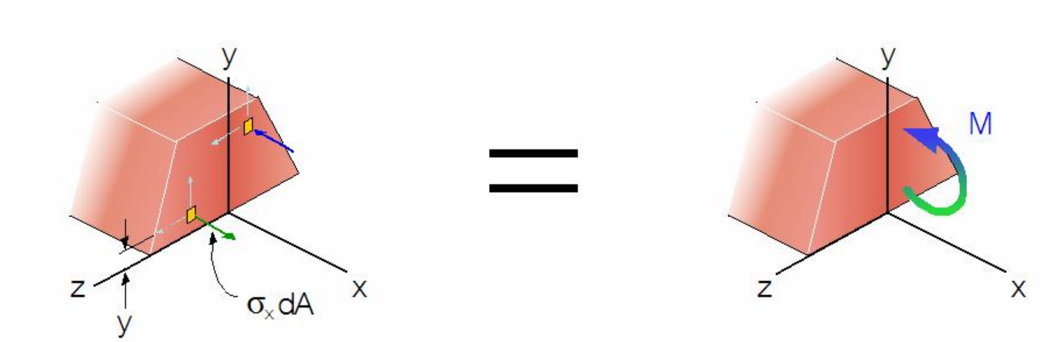

Figura 5.4 Condición de equilibrio para un fragmento de una viga

Posterior a la obtención de las expresiones se continúa con la resolución de un ejemplo.

El objetivo es determinar el esfuerzo máximo para la viga del ejemplo 3 resuelto en el capitulo anterior.

Se presenta la viga y el diagrama de momentos flexionantes que previamente fue obtenido. Se localiza el momento flexionante máximo en la gráfica tanto en magnitud y localización de la sección transversal donde se presenta dicho momento (Figura 5.5). Localizada la sección se realiza un corte en ella (Figura 5.6) y posteriormente se efectúa una ampliación a la sección transversal donde se pueden observar las dimensiones de la viga. (Figura 5.7)

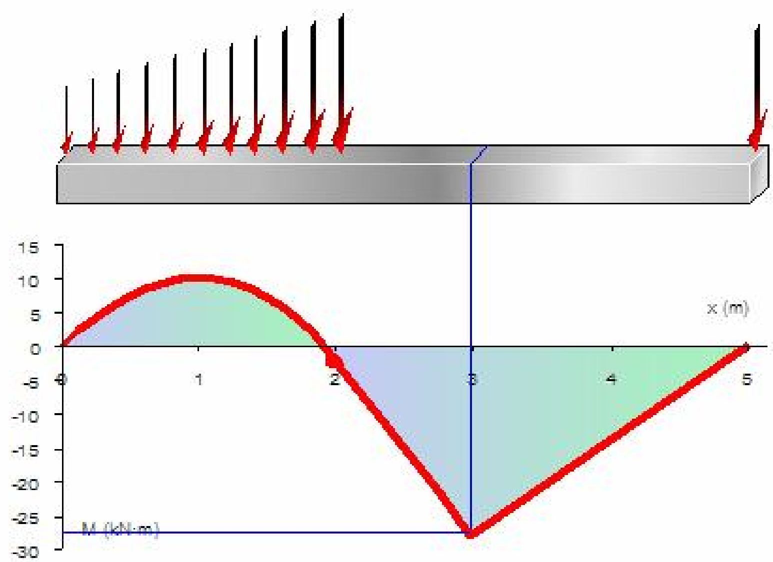

Figura 5.5 Magnitud y localización del momento flexionante más grande

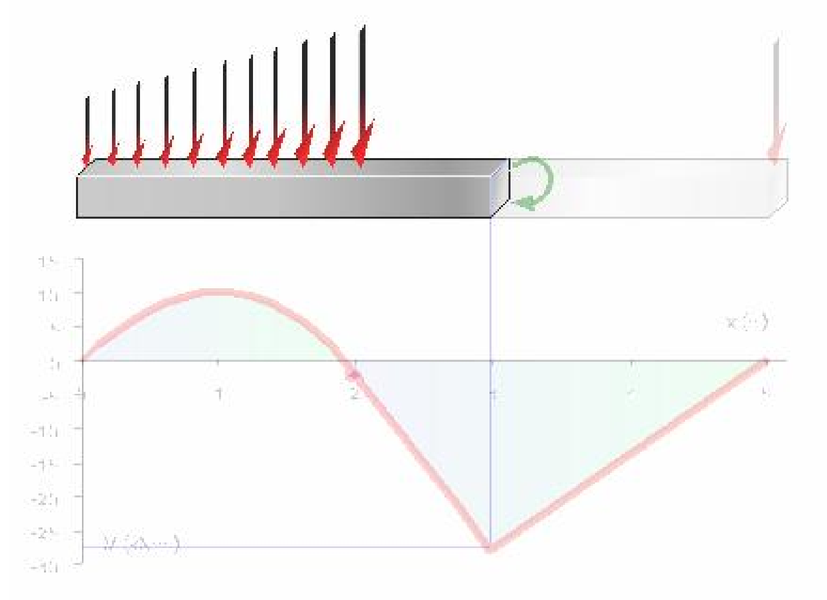

Figura 5.6 Se realiza un corte en la sección donde ocurre el momento mayor

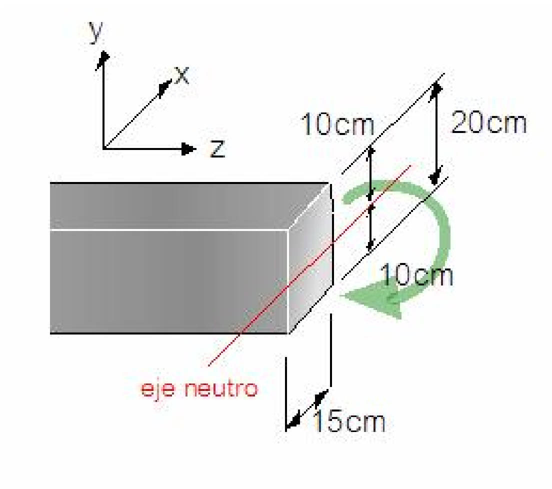

Figura 5.7 Dimensiones de la sección transversal

Se obtienen las propiedades geométricas necesarias para aplicar la expresión:

$$\sigma_m = \frac{Mc}{I}$$

Se localiza *c* en la figura y se indica con una animación en dónde se encuentran los esfuerzos máximos (Figura 5.8)

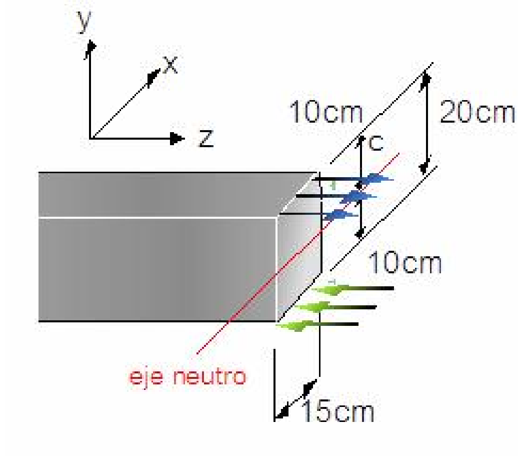

Figura 5.8 Esfuerzos máximos

5.2 ESFUERZOS INDUCIDOS POR CORTANTE

Para encontrar la ecuación de esfuerzo cortante promedio en una cara de un elemento que ha sido cortado paralelo a su eje, se parte de estudiar un elemento diferencial vertical de una viga sometida a cargas (Figura 5.9).

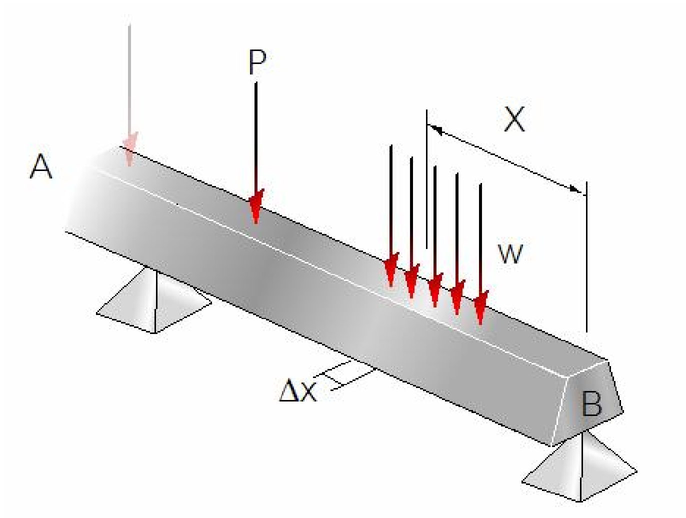

Figura 5.9 Viga sometida a cargas

Se aísla una elemento diferencial de ancho Δx para estudiar los esfuerzos cortantes en las caras verticales, se le hace un corte a esta franja (Figura 5.10) y se estudia sólo un fragmento de los dos que se generan. Para continuar en la demostración se toma el fragmento superior (Figura 5.11).

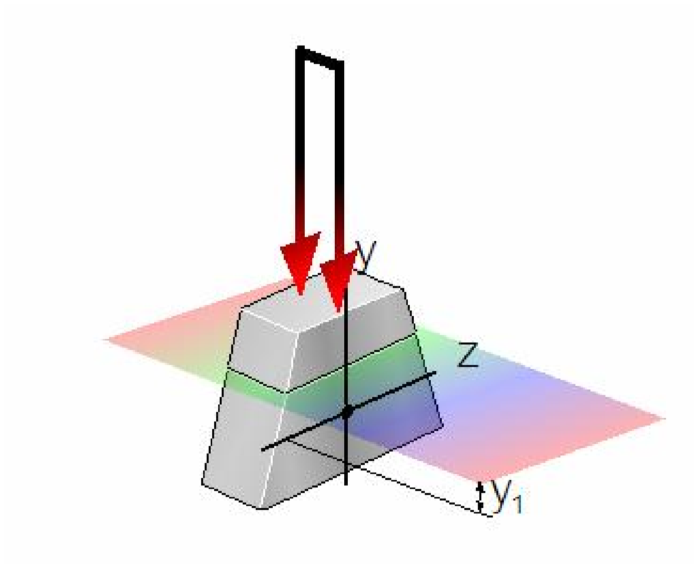

Figura 5.10 Se realiza un corte donde se obtendrá el esfuerzo cortante promedio

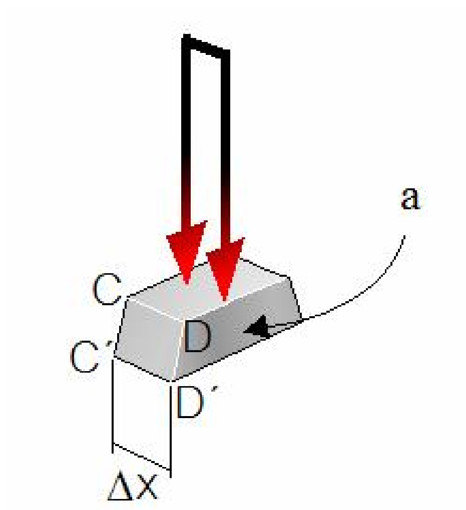

Figura 5.11 Fracción estudiada

Este elemento está sujeto a una fuerza cortante horizontal en la cara inferior, a fuerzas cortantes verticales y esfuerzos normales en los costados (Figura 5.12).

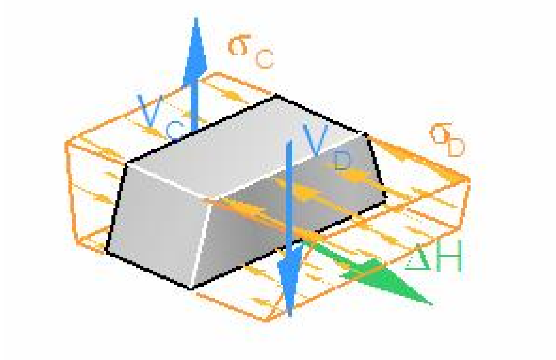

Figura 5.12 Fuerzas actuantes en el fragmento estudiado

Se aplica la ecuación general de equilibrio en x, con todas las fuerzas y esfuerzos mencionados que participan en ella. Sustituyendo por fórmulas vistas en el capítulo 3 (fuerza cortante y momento flexionante en vigas) e introduciendo el concepto de Q, se llega a la expresión que da el valor de fuerza cortante y a la expresión de fuerza por unidad de área *q*.

$$\Delta H = \frac{VQ}{I}\Delta x$$

$$q = \frac{VQ}{I}$$

Para conseguir el esfuerzo cortante, se divide esta expresión entre el área ΔA (Figura 5.13).

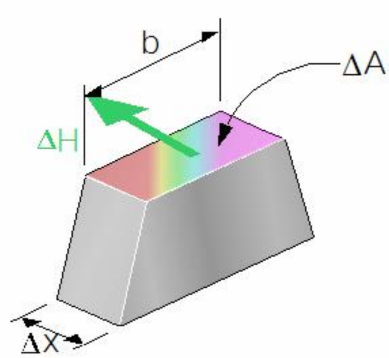

Figura 5.13 Área y fuerza cortante

Eliminando términos, queda la expresión:

$$\tau_{prom} = \frac{VQ}{bI}$$

Se prosigue a la solución de un ejemplo que consiste encontrar el espaciamiento s de los tornillos que unen a elementos de madera para formar una viga cuando ésta soporta una carga vertical (Figura 5.14), sabiendo que los tornillos soportan cierta fuerza cortante.

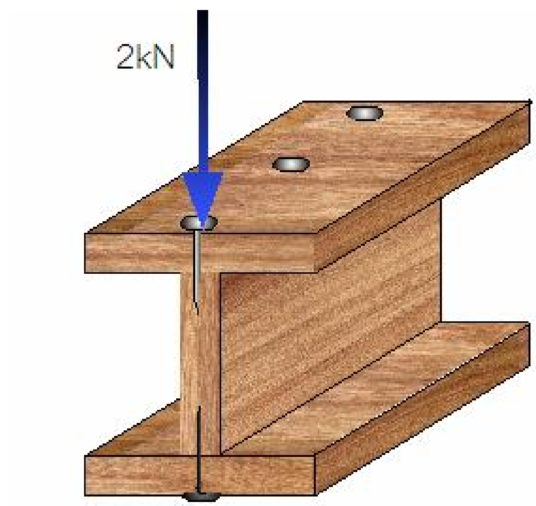

Figura 5.14 Viga de madera

Se analiza la sección inferior del elemento de madera indicado en la figura 5.15. Ahí se obtendrá la fuerza por unidad de área q.

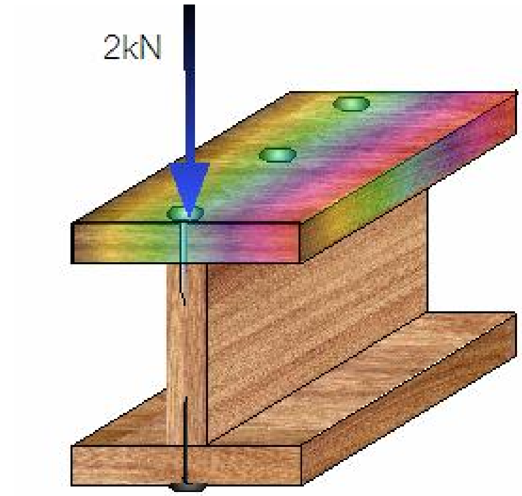

Figura 5.15 Se obtendrá q en la parte inferior del elemento indicado

Se estudia la sección transversal para obtener las propiedades necesarias para aplicar la formula de q.

$$q = \frac{VQ}{I}$$

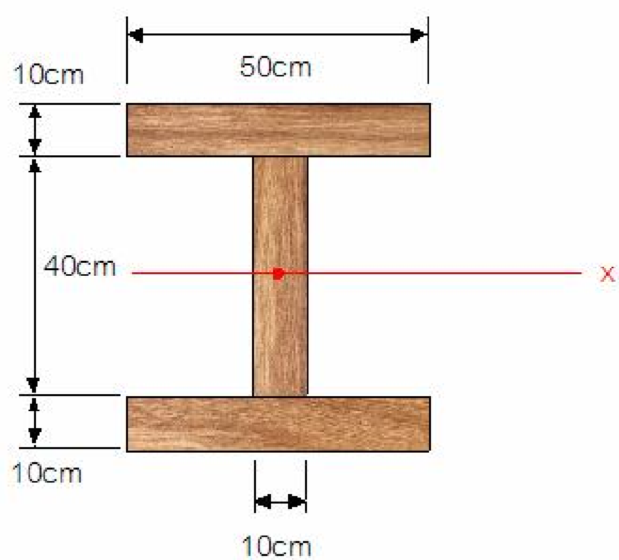

Figura 5.16 Sección transversal de la viga

Una vez obtenido el primer momento de inercia Q y el segundo momento de inercia I, se aplica la ecuación de q. Puesto que se proporcionó la resistencia de cada tornillo, la separación s se obtiene de dividir dicha resistencia entre q

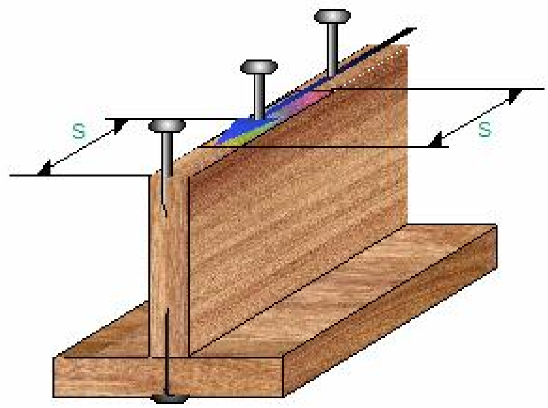

Figura 5.10 Separación s entre tornillos