

CAPÍTULO 2 COLUMNAS CORTAS BAJO CARGA AXIAL SIMPLE

2.1 Comportamiento, modos de falla y resistencia de elementos sujetos a compresión axial

En este capítulo se presentan los procedimientos necesarios para determinar la resistencia de elementos de concreto reforzado sujetos a la acción de carga axial simple. Se consideran aquí únicamente elementos muy cortos, en los que no existen problemas de esbeltez. Se supondrán conocidas la geometría del elemento, incluyendo la cantidad y distribución del acero de refuerzo, la calidad del concreto, definida por una cierta resistencia nominal (f'_c), y la calidad del acero, definida por su esfuerzo de fluencia (f_y).

En la figura 2.1 se representan las curvas carga-deformación unitaria para tres tipos de elementos de concreto sujetos a compresión axial. Las curvas son típicas de las que se obtienen de ensayos de columnas relativamente cortas. Si las columnas fueran muy esbeltas, la resistencia estaría afectada en forma importante por los efectos de la deflexión lateral debida a excentricidades accidentales en la aplicación de la carga. Este problema se tratará más adelante en el capítulo 5.

La curva A, correspondiente a un espécimen de concreto simple, representa la curva característica carga-deformación de una columna con relaciones de esbeltez mayor que 2 pero menor que 10 ó 12. Como es el caso de cilindros de control, la carga máxima se alcanza cuando se llega a una deformación unitaria del orden de 0.002.

Es importante recordar que la resistencia de un prisma disminuye al aumentar la relación de esbeltez, hasta llegar a un valor mínimo aproximadamente igual al 85 por ciento de la resistencia de un prisma con relación de esbeltez igual a dos. Por consiguiente, la resistencia de un elemento de concreto simple sujeto a compresión axial puede estimarse como el producto del 85 por ciento del esfuerzo medido en un cilindro de control (f'_c), ensayado en las mismas condiciones, por el área de la sección transversal del elemento.

Este factor de reducción, 0.85, es sólo un promedio de resultados de ensayos en miembros colados verticalmente. Se han encontrado valores para este factor desde 0.69 hasta 0.95.

Si se adiciona refuerzo longitudinal a un espécimen de concreto simple y se utiliza el refuerzo transversal necesario para mantener las barras longitudinales en su posición durante el colado, la carga máxima se obtiene bajo las mismas condiciones que en un prisma de concreto simple, es decir, a una deformación unitaria del orden de 0.002. La falla, como en el caso anterior, se produce a una deformación de 0.003 ó 0.004, si el ensaye es de corta duración. A esa deformación, el concreto se agrieta longitudinalmente, o según planos con una inclinación aproximada de 45°, dependiendo de las restricciones en los extremos del espécimen, y las barras longitudinales se pandean entre estribos al faltarles el soporte lateral del concreto.

Conviene hacer hincapié en que el término “falla” suele usarse de un modo confuso. En unos casos indica la resistencia y en otros el colapso final que ocurre a una carga generalmente menor que la resistencia. En este caso se utilizará para indicar el colapso final.

La característica acción-respuesta de un espécimen con refuerzo longitudinal es una curva como la B de la figura 2.1. La resistencia adicional sobre la de un prisma de concreto simple es debida a la contribución del refuerzo longitudinal en compresión. Se puede estimar esta contribución como el producto del área de acero por el esfuerzo de fluencia, f_y .

Por lo tanto, la resistencia o carga máxima que un prisma de concreto con refuerzo longitudinal y estribos transversales es capaz de alcanzar, está dada por la expresión:

$$P_o = 0.85 f'_c A_g + A_s f_y \quad (2.1)$$

En ella, A_g representa el área total de concreto, sin descontar el área ocupada por las barras. En rigor debe descontarse esta área pero, como normalmente es pequeña, el error que se comete al no hacerlo también es pequeño. Para porcentajes altos, del orden de 5 por ciento o más del área de la sección, vale la pena descontar el área de las barras.

Si el elemento, además de refuerzo longitudinal, tiene refuerzo helicoidal continuo a todo lo largo, su comportamiento bajo carga queda representado por las curvas C de la figura 2.1. Inicialmente su comportamiento es similar al de un prisma con estribos, hasta llegar al primer máximo, a una deformación unitaria del orden de 0.002. Aproximadamente a esta deformación, el recubrimiento de la hélice o zuncho empieza a desprenderse y, por tanto, la capacidad de carga del elemento disminuye. Al deformarse lateralmente el concreto en forma apreciable por el efecto de Poisson, la hélice se alarga, produciendo como reacción una presión confinante en el núcleo de concreto limitado por el zuncho. De acuerdo con las características de la hélice, la recuperación en capacidad de carga del espécimen será mayor o menor.

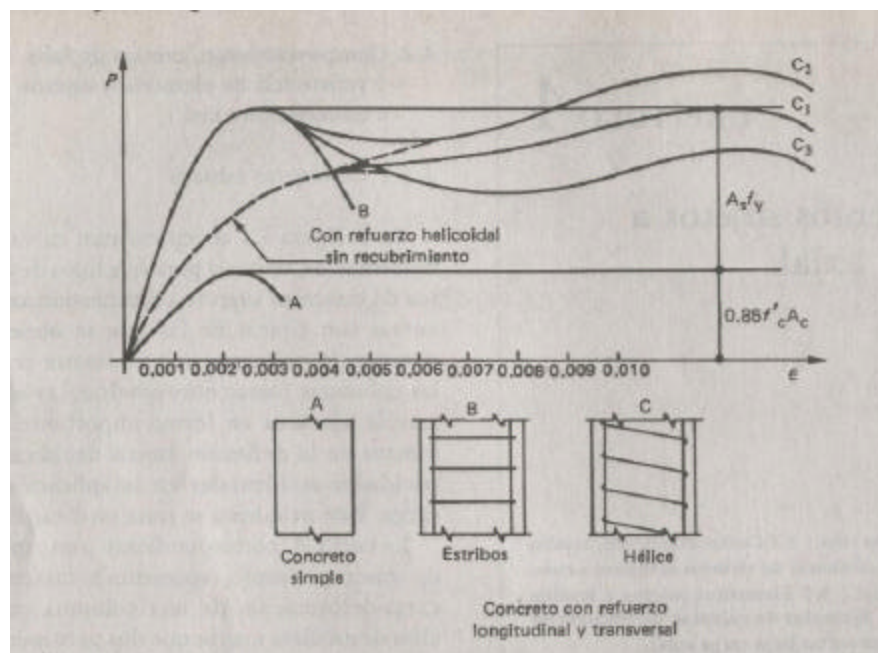


Figura 2.1 Curvas carga-deformación unitaria de columnas cortas bajo compresión axial

Fuente: Gonzáles Cuevas, y Robles, .1995. *Aspectos Fundamentales del Concreto Reforzado*. México, D.F:

Ed. Limusa.

Si el confinamiento proporcionado por el zuncho es suficiente, puede alcanzarse una segunda carga máxima superior a la alcanzada inicialmente, pero a deformaciones considerablemente mayores, como muestra la curva C_2 .

Por el contrario, si el confinamiento no es suficiente, nunca se alcanzará una carga como la del primer máximo (C_3). Si se ensaya un espécimen con hélice y refuerzo longitudinal, pero sin recubrimiento, la etapa inicial quedará representada por la línea de trazo interrumpido con una pendiente menor que la del espécimen con recubrimiento, ya que el área de concreto es menor. La parte final de ambas curvas será igual, puesto que el espécimen con recubrimiento lo habrá perdido a estas deformaciones.

Se puede considerar, entonces, que la resistencia en compresión axial de un elemento de concreto reforzado se obtiene de la contribución de cuatro factores: el concreto del núcleo, el acero longitudinal, el concreto de recubrimiento y el refuerzo helicoidal. Estas dos últimas contribuciones no pueden existir simultáneamente, ya que, como se ha visto, el refuerzo helicoidal actúa en forma apreciable sólo cuando la deformación longitudinal del elemento es igual o mayor que la que produce la caída del recubrimiento.

La contribución a la resistencia aportada por el concreto, tanto el del núcleo como el del recubrimiento, puede valuarse como el producto del 85 por ciento de la resistencia de un cilindro de control por el área correspondiente, y la contribución del acero longitudinal, como el producto del esfuerzo de fluencia por el área de acero (ecuación 2.1). Para evaluar la contribución del refuerzo helicoidal, puede

utilizarse la información sobre el comportamiento de prismas de concreto sujetos a compresión triaxial.

Es posible evaluar la contribución de la hélice o espiral en función de las propiedades mecánicas del acero y del porcentaje volumétrico de refuerzo helicoidal. Este último se define como:

$$r_s = \frac{\text{volumen del acero en un paso de hélice}}{\text{volumen del núcleo de concreto en un paso de hélice}}$$

Denominando d al diámetro del núcleo, centro a centro de la hélice, A_s al área del alambre helicoidal, y s al paso, se tiene:

$$r_s = \frac{p \times d \times A_s}{\left(\frac{p \times d^2 \times s}{4} \right)} = \frac{4 \times A_s}{s \times d} \quad (2.2)$$

La presión confinante se puede expresar en función de la tensión del refuerzo helicoidal, partiendo de las condiciones de equilibrio mostrado en la figura (2.2).

Por sencillez, se supone que la hélice está contenida en un plano normal al eje del elemento. También se supone que el esfuerzo en la hélice ha alcanzado el límite de fluencia, lo cual se ha comprobado experimentalmente.

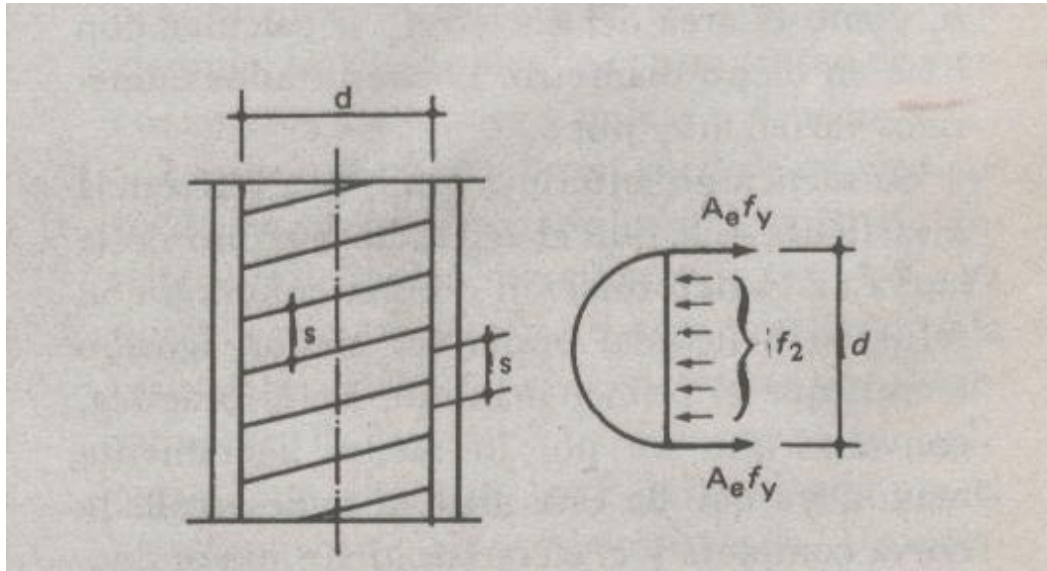


Figura 2.2 Diagramas de cuerpo libre de una sección con hélice

Fuente: Gonzáles Cuevas, y Robles, .1995. **Aspectos Fundamentales del Concreto Reforzado**. México, D.F: Ed. Limusa.

Del equilibrio de las fuerzas mostradas se obtiene:

$$2 A_e f_y = f_2 \quad s d \tag{2.3}$$

donde f_y representa el esfuerzo de la hélice y f_2 , la presión confinante que actúa en el plano medio del elemento. Usando la definición de ρ_s de la ecuación (2.2) resulta:

$$f_2 = \frac{\rho_s \times f_y}{2} \tag{2.4}$$

El efecto de la presión confinante de una hélice es comparable al de la presión de aceite en un ensaye de compresión triaxial, como se ha comprobado experimentalmente en ensayes de prismas con refuerzo helicoidal sin recubrimiento. De acuerdo con la expresión $f_1 = f_c + 4.1 f_2$, el refuerzo máximo

que un espécimen de concreto simple es capaz de soportar es igual al esfuerzo máximo sin presión confinante mas 4.1 veces el esfuerzo confinante, f_2 . Por consiguiente, la contribución de la hélice será aproximadamente $4.1 f_2 A_c$, o sea, $2.05 r_s f_y A_c$, donde A_c es el área del núcleo.

La validez de este coeficiente fue comprobada en forma aproximada en la investigación del American Concrete Institute (ACI) sobre columnas. En lo sucesivo, el coeficiente 2.05 se redondeará a 2.0. En la demostración anterior se ha medido el diámetro d centro a centro de la hélice. Sin embargo, en los reglamentos de construcción suele medirse entre los paños exteriores, y tanto la cuantía r_s como el área del núcleo A_c se calculan con base en dicho diámetro. Los resultados numéricos varían muy poco.

Se mencionó anteriormente, con referencia a la figura (2.1), que el segundo máximo de la curva-deformación de una columna con refuerzo helicoidal podía ser mayor, igual o menor que el primer máximo. En la práctica, conviene que sea por lo menos ligeramente mayor, ya que de esta manera se desarrolla la curva completa y el elemento tiene mayor ductilidad, lo cual es muy conveniente desde el punto de vista estructural. Para que esto suceda, la contribución de la hélice, $2 r_s f_y A_c$, debe ser ligeramente mayor que la contribución del recubrimiento de concreto que se desprende al alcanzarse el primer máximo. Esta condición puede lograrse haciendo que el porcentaje de refuerzo helicoidal, r_s , sea suficientemente grande.

2.1.1 Normas técnicas complementarias (NTC-77) del Reglamento del Distrito Federal

La ecuación para calcular la resistencia es:

$$P_{ro} = f''_c A_g + A_s f_y \quad (2.5)$$

donde f''_c representa un esfuerzo uniforme en toda la sección transversal de la columna y los otros términos tienen el significado de las expresiones anteriores. Esta ecuación es equivalente a la (2.1) pero en vez del esfuerzo uniforme $0.85 f'_c$ de esta última se emplea f''_c , el cual es igual a:

$$f''_c = 0.85 f^*_c, \text{ si } f^*_c \leq 280 \text{ Kg/cm}^2 \quad (2.6)$$

$$f''_c = 0.85 f^*_c, \text{ si } f^*_c \leq 28 \text{ MPa}$$

$$f''_c = (1.05 - \frac{f^*_c}{1400}) f^*_c, \text{ si } f^*_c > 280 \text{ Kg/cm}^2 \quad (2.7)$$

$$f''_c = (1.05 - \frac{f^*_c}{140}) f^*_c, \text{ si } f^*_c > 28 \text{ MPa}$$

El término f^*_c es una medida de la resistencia del concreto en la estructura, la cual por lo general es menor que la de los cilindros de control, y se calcula con la expresión siguiente:

$$f^*_c = 0.8 f'_c \quad (2.8)$$

La relación de refuerzo helicoidal, r_s , no debe ser menor que:

$$0.45 \left(\frac{A_g}{A_c} - 1 \right) \left(\frac{f'_c}{f_y} \right) \quad (2.9)$$

con lo cual se logra que el segundo máximo de la gráfica carga-deformación sea ligeramente mayor que el primero (figura 2.1). También se especifica que el claro libre de la hélice no sea mayor de 7 cm.

La resistencia calculada con la ecuación (2.5) es la resistencia nominal. La resistencia de diseño, P_{RO} , o sea, la que debe usarse para el diseño final de los elementos estructurales, se obtiene multiplicando la resistencia nominal por el factor reductor, F_R , que para el caso de las columnas con carga axial tiene un valor de 0.75 para columnas con estribos y de 0.85 para columnas con refuerzo helicoidal o con estribos que cumplan requisitos especiales en cuanto a su separación y diámetro.

2.2 Ejemplos de cálculos de resistencia de columnas cortas bajo carga axial

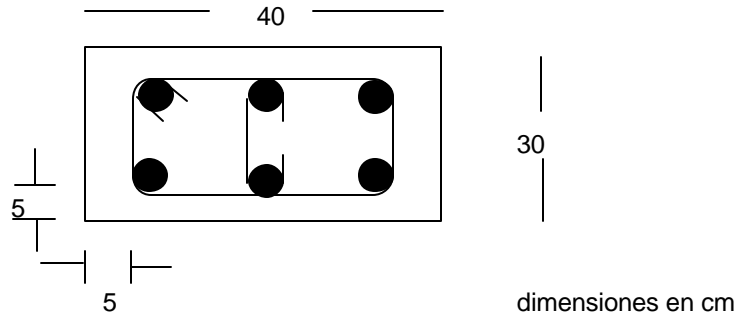
Cálculo de la resistencia de una columna corta: rectangular

de estribos, sujeta a carga axial de compresión

Sistema de unidades MKS

Datos:

base	40 cm
altura	30 cm
recubrimiento horizontal	5 cm
vertical	5 cm



f'_c	300 kg/cm ²		
f_y	4200 kg/cm ²		
A_s	30,48 cm ²		
E	3	20 cm	c.a.c.

Valores de constantes:

f^*c	240 kg/cm ²
$f''c$	204 kg/cm ²
A_g	1200 cm ²
p	0,0254

Resistencia nominal

a) sin descontar el área de las barras:

P_o 372,816 ton

b) descontando el área de las barras:

A_n 1169,52 cm²

P_o 366,59808 ton

Resistencia de diseño

a) sin descontar el área de las barras:

$P_o R$ 261 ton

b) descontando el área de las barras:

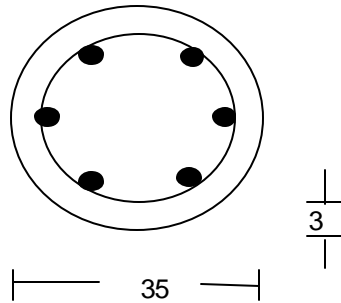
$P_o R$ 257 ton

Cálculo de la resistencia de una columna corta
de estribos sujeta a carga axial de compresión
Sistema de unidades MKS

circular

Datos:

diametro	35 cm		
recubrimiento	3 cm		
f'c	250 kg/cm ²		
fy	4200 kg/cm ²		
As	30,48 cm ²		
E	3	15 cm	c.a.c.



Valores constantes:

f*c	200 kg/cm ²
f" c	170 kg/cm ²
Ag	962,11275 cm ²
p	0,03168028

Resistencia nominal:

Po 291,575168 ton

Resistencia de diseño:

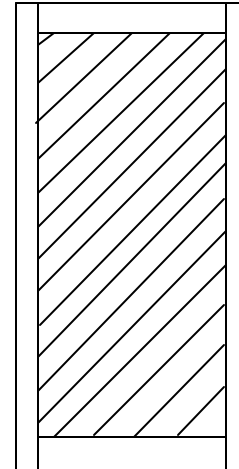
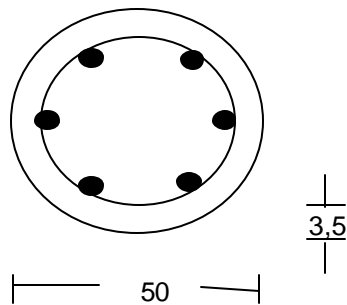
Po R 205 ton

Cálculo de la resistencia de una columna corta de estribos sujeta a carga axial de compresión
fuerzas dadas en MKS

circular zunchada

Datos:

D	50 cm
r	3,5 cm
D est	43 cm
f'c	200 kg/cm ²
f _y	4200 kg/cm ²
A _s	40,56 cm ²
f _{yz}	4200 kg/cm ²
A _z	0,71 cm ²
s	5 cm



Valores constantes:

f*c	160 kg/cm ²
f" c	136 kg/cm ²
A _g	1963,49541 cm ²
A _s	1452,2012 cm ²
p	0,02065704
ps	0,0132093

Resistencia nominal:

Primer máximo

Po 438 ton

Revisión del refuerzo helicoidal

ps 0,0132093
0,00754462
0,00571429

correcto por ps

correcto por s

Segundo máximo

Po 529 ton

Resistencia de diseño:

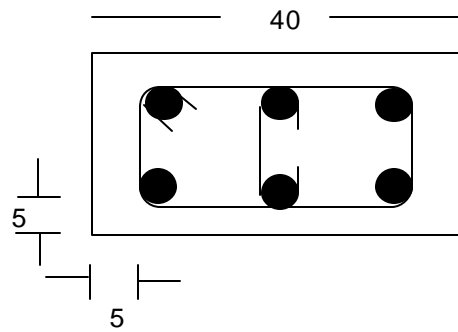
Po R 424 ton

Cálculo de la resistencia de una columna corta:
de estribos, sujeta a carga axial de compresión
Sistema de unidades SI

rectangular

Datos:

base	40 cm
altura	30 cm
recubrimiento horizontal	5 cm
vertical	5 cm



30

dimensiones en cm

f'_c	30 MPa		
f_y	420 MPa		
A_s	30,48 cm ²		
E	3	20 cm	c.a.c.

Valores de constantes:

f^*c	24 MPa
$f''c$	20,4 MPa
A_g	1200 cm ²
p	0,0254

Resistencia nominal

a) sin descontar el área de las barras:

P_o	3728,16 KN
-------	------------

b) descontando el área de las barras:

A_n	1169,52 cm ²
P_o	3665,9808 KN

Resistencia de diseño

a) sin descontar el área de las barras:

$P_o R$	2610 KN
---------	---------

b) descontando el área de las barras:

$P_o R$	2567 KN
---------	---------

Cálculo de la resistencia de una columna corta de estribos sujeta a carga axial de compresión

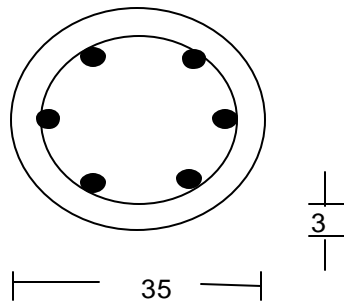
circular

Sistema de unidades SI

Datos:

diametro	35 cm	
recubrimiento	3 cm	
f'c	25 Mpa	
fy	420 Mpa	
As	30,48 cm ²	
E	3	15 cm

c.a.c.



Valores constantes:

f*c	20 Mpa
f" c	17 Mpa
Ag	962,11275 cm ²
p	0,03168028

Resistencia nominal:

Po 2915,75168 KN

Resistencia de diseño:

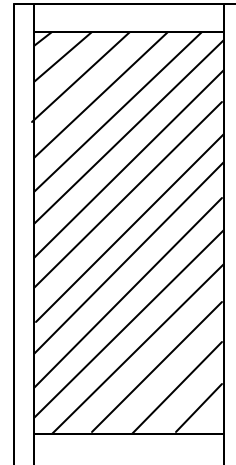
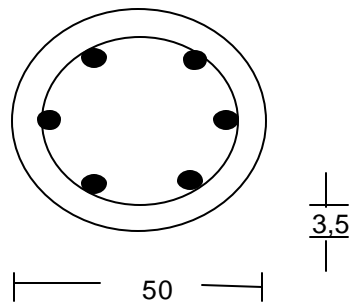
Po R 2042 KN

Cálculo de la resistencia de una columna corta de estribos sujeta a carga axial de compresión
fuerzas dadas en SI

circular zunchada

Datos:

D	50 cm
r	3,5 cm
D est	43 cm
f'c	20 Mpa
fy	420 Mpa
As	40,56 cm ²
fyz	4200 Mpa
Az	0,71 cm ²
s	5 cm



Valores constantes:

f*c	16 Mpa
f"c	13,6 Mpa
Ag	1963,49541 cm ²
As	1452,2012 cm ²
p	0,02065704
ps	0,0132093

Resistencia nominal:

Primer máximo

Po 4400 KN

Revisión del refuerzo helicoidal

ps	0,0132093
	0,00754462
	0,00571429

correcto por ps

correcto por s

Segundo máximo

Po 5300 KN

Resistencia de diseño:

Po R 4240 KN