

### CAPITULO III

#### Problemática filosófica I: Los argumentos científicos

I want to know how God created the world.  
I am not interested in this or that phenomenon,  
In the spectrum of this or that element;  
I want to know his thoughts;  
the rest are details.  
*Albert Einstein*

La física cuántica es la teoría que subyace casi todo nuestro entendimiento del universo físico. Explica exitosamente el comportamiento de partículas, las propiedades del núcleo atómico, la estructura y propiedades de moléculas y los estados de la materia. Sin embargo desde sus orígenes ha desarrollado una problemática filosófica muy particular que se centra en la interpretación y es eminentemente *epistemológica*. La problemática que trae consigo el desarrollo de la teoría cuántica es en primera instancia filosófica ya que afecta profundamente nuestra visión de la Naturaleza. Este problema esencialmente epistemológico se centra en el contraste entre los polos de interpretación que dentro de la misma física se dieron y sus controversias entre el determinismo y el indeterminismo, el *subjetivismo* y el *realismo*. El presente capítulo presenta la primera parte de esta problemática filosófica a la que podemos llamar “interna” ya que fueron los mismos científicos formuladores de la teoría los que debatieron en primera instancia respecto a sus consecuencias y se colocaron en posiciones claramente identificables.

En el capítulo anterior pudimos ver que de Planck (1900) a Schrödinger (1926), la teoría cuántica es originalmente una respuesta a una serie de fenómenos que se presentaron dentro de la experimentación, por lo que su génesis se encuentra en la

investigación empírica. El problema que acompaña a estos fenómenos se debe a que el formalismo de la mecánica clásica especifica una serie de relaciones entre parámetros físicos medibles como masa, velocidad, posición y momento. En el mundo macroscópico y en términos clásicos, estos parámetros se interpretan como propiedades objetivamente medibles de los cuerpos que, en teoría, pueden determinarse con gran precisión; ya hemos visto que sus leyes especifican relaciones *deterministas*, *causales*, mantenidas entre estos parámetros *objetivos*.

Sin embargo, como explica Frederick Suppe, *prima facie*, la teoría cuántica **no** admite tal interpretación debido a que más que especificar valores determinados de la posición y el momento de un cuerpo, sólo proporciona *distribuciones de probabilidad* sobre *posibles valores* medidos para la posición y el momento.<sup>1</sup> Por supuesto que se refiere a las relaciones de incertidumbre de Heisenberg que especifican que la posición y el momento de un cuerpo subatómico no pueden ser medidos simultáneamente. Además, la teoría cuántica utiliza varias entidades *hipotéticas* que no se pueden determinar experimentalmente (por ejemplo la dualidad onda- partícula). Estos son los puntos principales que han generado controversia en el ámbito de la interpretación y han traído la **problemática epistemológica** objeto del presente estudio.

En la 5ª conferencia de Solvay en 1927 se propuso una interpretación para la teoría cuántica que se ha convertido en la interpretación “oficial” hasta nuestros días. Esta interpretación, llamada usualmente la “**Interpretación de Copenhague**” (Heisenberg llamó a la visión de Bohr “Kopenhagener Geist der Quantentheorie”) asume que las hipótesis básicas de la teoría cuántica son fundamentalmente correctas tanto matemática como físicamente y no susceptibles a modificación. Abusando de la dualidad onda-

---

<sup>1</sup> Suppe, Frederick. *The Structure of Scientific Theories*. P. 181

partícula y las relaciones de incertidumbre, esta interpretación argumenta a favor de la imposibilidad de medir una cantidad física sin “interferir”. Todo intento de medir un parámetro que caracteriza un sistema tendrá el inevitable resultado de “perturbar” otro parámetro del sistema por lo que se supone que a diferencia del mundo macroscópico, a nivel subatómico estas perturbaciones son esenciales.

Ya que los procesos cuánticos están íntimamente ligados a la *probabilidad* y se asume que sus “leyes” son fundamentalmente correctas, significa que las *leyes estadísticas* describen una *completa realidad no causal* en la que la indeterminación es un hecho fundamental; las relaciones de incertidumbre son un *límite a nuestro conocimiento sobre la naturaleza*. Ya que la posición, el momento y la velocidad de las entidades microscópicas sólo pueden ser medidos con aparatos que afectan el sistema, los valores medidos dependen de la interacción y no representan propiedades objetivas de la partícula. De acuerdo con esto, sólo podemos decir que una partícula es la suma de las “potencialidades de la medición” contenida en su función de onda.<sup>2</sup>

En la dualidad onda- partícula, los conceptos de onda y corpúsculo son **complementarias** (en el sentido de Bohr) ya que ambas son potencialmente presentes en algún grado cada una apareciendo en detrimento de la otra; de igual manera posición, momento y velocidad son *complementarios*. De tal forma que la descripción de sistemas microscópicos se da en pares de conceptos o por *variables complementarias*. Por último, ya que sólo entidades determinables experimentalmente se deben tomar en cuenta, no hay nada en la realidad que corresponda a algunas de las entidades hipotéticas empleadas en

---

<sup>2</sup> *Op. Cit.* P. 182

el formalismo de la teoría; de aquí se sigue la imposibilidad de darle a la teoría cuántica una interpretación realista.<sup>3</sup>

Aunque esta interpretación de la teoría cuántica ha sido la “**oficial**”, varios sectores dentro de la física se le opusieron y la juzgaron inaceptable, particularmente Einstein, Schrödinger, de Broglie y Planck. A continuación presentamos los principales argumentos que se dieron dentro de la física a favor de una interpretación realista de la teoría cuántica y concluiremos demostrando lo que se puede rescatar de su fracaso.

### **1.-Schrödinger Vs. Bohr, Born y los saltos cuánticos**

Desde 1926 Schrödinger se manifestó en contra de las interpretaciones de Bohr y Born. Podemos suponer que esto se debe en gran medida a que su propia mecánica ondulatoria pretendía ofrecer una posibilidad de regresar a la confianza en el tipo de leyes causales y deterministas que encontramos en la electrodinámica de Maxwell y la gravitación de Einstein.<sup>4</sup>

Schrödinger viajó a Copenhague a finales de septiembre de este año invitado por Bohr a dar una plática formal sobre su teoría. En su *Der Teil und das Ganze*<sup>\*</sup>, Heisenberg hace un recuento detallado de lo ocurrido en este tiempo, en el que explica que la discusión entre Schrödinger y Bohr comenzó desde la estación de tren y continuó cada día desde temprano en la mañana hasta entrada la noche ya que Schrödinger se quedó en la casa de su anfitrión.<sup>5</sup>

---

<sup>3</sup> *Ibid.*

<sup>4</sup> Moore. *Schrödinger life and thought*. P. 226

<sup>\*</sup> La parte y el todo

<sup>5</sup> Moore. *Ibid.*

No es necesario un estudio profundo a nivel matemático para demostrar la diferencia entre el concepto de “probabilidad” que propone Born en su interpretación de la mecánica cuántica y aquél empleado por Boltzmann en la teoría de los gases, sobre todo por su introducción de ciertas *propiedades extrañas*. Entre los puntos principales que Schrödinger discutió con Bohr se encuentra el concepto de “**saltos cuánticos**” a los que Schrödinger consideraba carentes de sentido. Heisenberg recuerda su profunda argumentación:

*It is claimed that the electron in a stationary state of an atom first revolves periodically in some sort of an orbit without radiating. There's no explanation given of why it should not radiate; according to Maxwell theory, it must radiate. Then the electron jumps from this orbit to another one and thereby radiates. Does this transition occur gradually or suddenly? If it occurs gradually, then the electron must gradually change its rotation frequency and its energy. It's not comprehensible how this can give sharp frequencies for spectral lines. If the transition occurs suddenly, in a jump so to speak, then indeed one can get from Einstein's formulation of light quanta the correct vibration frequency of the light, but then one must ask how the electron moves in the jump. Why doesn't it emit a continuous spectrum, as electromagnetic theory would require? And what laws determine*

*its motion in the jump? Well, the whole idea of quantum jumps must simply be nonsense.*<sup>6</sup>

Para Bohr esto no implicaba que no hubieran saltos cuánticos y sólo probaba que no los podemos visualizar, es decir, que los conceptos pictóricos que usamos para describir los eventos comunes y los experimentos de la “vieja” física no son suficientes para representar el proceso del salto cuántico. Según él, no hay ninguna sorpresa cuando se considera que de los procesos con los que tratamos no se puede tener experiencia directa y nuestros conceptos no se aplican a ellos. Y Schrödinger le rebatía que no quería una discusión filosófica, sino sólo saber cómo se comportan las partículas en estado estacionario o en su transición de un estado a otro. Tan pronto como cambiamos la imagen de partículas a ondas ya no importan tanto las frecuencias. Schrödinger reconocía la necesidad de admitir tanto ondas como partículas, pero nunca desarrolló una interpretación del fenómeno cuántico para rebatir la ortodoxia de la interpretación de Copenhague. Pronto Heisenberg comenzó el análisis del principio de incertidumbre y fundamentado en él, Bohr sacó su concepto de complementariedad.<sup>7</sup>

## **2.-La Quinta Conferencia de Solvay:**

Del 24 al 29 de octubre de 1927 se llevó a cabo la Quinta Conferencia de Solvay en Bruselas. El tema de la conferencia era “Electrones y Fotones”, y su objetivo era realizar una discusión sobre las implicaciones de la revolución en física asociada con los recientes avances de la teoría cuántica (para este momento el **principio de correspondencia** de

---

<sup>6</sup> Moore, *Op. Cit.* P. 227

<sup>7</sup> *Op. Cit.* P. 228

**Bohr**, el de **incertidumbre** de **Heisenberg** y la **interpretación estadística** de **Born** ya eran conceptos establecidos y aceptados a nivel general).<sup>8</sup>

En esta conferencia Einstein refutó las ideas de Bohr y el indeterminismo en la mecánica cuántica sostenido por el círculo de Copenhague y el de Gotinga. Igual que Schrödinger, Einstein debatió con Bohr en extenso. El motivo eran los *fundamentos epistemológicos de la física cuántica*. Para Einstein era claro desde el principio que la interpretación Bohr- Born tendría conflictos con la relatividad especial y **rechazaba la conclusión** de que la **realidad era fundamentalmente indeterminista** manteniendo que la naturaleza estadística de los fenómenos cuánticos pudiera ser atribuido a “**variables ocultas**” que, al ser descubiertas, resultaría en un registro determinista.

Einstein propuso una serie de experimentos mentales entre ellos uno que refuta lógicamente la interpretación de Born sobre la superposición lineal de funciones de onda en su relación a la superposición de estados probabilísticos de un electrón. La objeción principal era que la hipótesis probabilística no ofrece una liga causal que lleve al electrón de un punto a otro. También objetaba que esta interpretación implicaba que debían haber colapsos espontáneos de un grupo de ondas espacialmente esparcidas, de tal forma que violaba la idea que se subentiende de la teoría de la relatividad especial: que las señales no se propagan infinitamente rápido. Esto es, “**acción a distancia**”.<sup>9</sup>

A pesar de la oposición de Einstein, Schrödinger y De Broglie en esta conferencia de Bruselas, la interpretación de Bohr sobre la función de onda en términos de conocimiento humano que emergería en el significado atribuido a la mecánica cuántica como una ley subyacente de la materia elemental, terminó por imponerse. Esta visión

---

<sup>8</sup> *Op. Cit.* P. 239

<sup>9</sup> Sachs. *Einstein versus Bohr*. P. 105

sostiene la epistemología *positivista* que alcanzaría un verdadero “boom” entre los años 1927- 1932, periodo que Karl Popper llama “*the end- of- the- road- thesis*” (“la tesis del final del camino”) refiriéndose a que la mecánica cuántica se consideraría la **Última Revolución** en física; ya que había alcanzado los *límites inherentes del conocimiento*.<sup>10</sup>

Así pues, desde la Quinta Conferencia de Solvay emergió una ortodoxia, un tipo de partido o una escuela dirigida principalmente por Bohr, con ayuda de Heisenberg y Pauli, y menos activamente Born, Jordan y Dirac. Casi todos los grandes nombres de la teoría atómica pertenecían a ella excepto Einstein, Schrödinger, Planck y De Broglie.<sup>11</sup>

### **3.-EPR**

Aunque Einstein rebatió las ideas de Bohr en 1927, en los congresos de Solvay de 1930 y 1933 no levantó ninguna objeción. Estaba en desacuerdo con la interpretación Copenhague- Gotinga, pero parecía haberse resignado; sin embargo, en el tomo del 15 de mayo de 1935 de la *Physical Review* lanzó un brillante ataque que tendría importantes consecuencias para el mundo de la física y la filosofía. De carácter meramente epistemológico, *Can Quantum- Mechanical Description of Physical Reality be Considered Complete?* había sido escrito en colaboración con los jóvenes Boris Podolsky y Nathan Rosen, por lo que lo llamamos EPR (Einstein, Podolsky, Rosen).

Karl Popper en la sección 77 de su *The Logic of Scientific Discovery* (1934) introdujo un experimento cuyo objeto era *demostrar que las partículas sí tienen posición y momento*, pero que fracasó por errores matemáticos. Poco tiempo después apareció el EPR con un experimento que proponía lo mismo de forma más exitosa. Si dejamos que

---

<sup>10</sup> Popper. *Quantum Theory and the Schism in Physics*. P. xvii

<sup>11</sup> Sachs . *Op. Cit.* P. 100



dos partículas A y B colinden y A se aparta, B puede ser observada y medida. Podemos escoger arbitrariamente medir la posición o el momento de B. Si decidimos medir su posición, entonces podemos calcular la posición de la alejada A. Si optamos por el momento, entonces también podemos calcular el momento de A. Por lo que A debe tener tanto momento como posición aunque el formalismo matemático no nos permita predecir el calcular de ambos a un tiempo.<sup>12</sup>

El concepto de “*fenómeno*” es utilizado dentro del discurso de la interpretación de Copenhague completamente contaminado de *positivismo*, por lo que no es un concepto inocente. Sin embargo, neutralizándolo, podemos decir que el rechazo a la teoría cuántica de Einstein se puede resumir en un desacuerdo con Bohr sobre el concepto de *fenómeno*, al que Bohr veía como algo que se refiere exclusivamente a observaciones bajo circunstancias específicas. En contraste, Einstein creía en un marco teórico más profundo que describe los “fenómenos” independientemente de estas condiciones, es decir, una realidad objetiva. Estaba convencido de que la mecánica cuántica es lógicamente consistente, pero es una manifestación de una teoría subyacente en la que una descripción objetivamente real es posible, posición que mantuvo hasta su muerte.<sup>13</sup>

El mejor resumen de la crítica del artículo EPR es dado por ellos mismos en el preliminar a la discusión, lo cito completo:

*In a complete theory there is an element [una variable dinámica]  
corresponding to each element of reality of a physical quantity is  
the possibility of predicting it with certainty, **without disturbing***

---

<sup>12</sup> *Op. Cit.* P. 148

<sup>13</sup> Duck. *100 Years of planck's Quantum*. P. 413

*the system. In quantum mechanics in the case of two physical quantities described by noncommuting operators, the knowledge of one precludes the knowledge of the other. Then either (i) the description of reality given by the wave function in quantum mechanics is **not complete**; or (ii) these two quantities cannot have **simultaneous reality**. Consideration of the problem of making predictions concerning a system on the basis of measurements made on another system that had previously interacted with it leads to the result that if (i) is false then (ii) is also false. One is thus led to conclude that the description of reality as given by a wave function is not complete.*<sup>14</sup> (Negritas nuestras)

La argumentación de la primera parte del artículo establece que cualquier consideración “sería” de una teoría habrá de hacer una distinción entre la *realidad objetiva* – independiente de toda teoría, y los conceptos físicos con los que opera la teoría. Estos conceptos, tienen el fin de *corresponder* con la realidad objetiva, y a través de ellos nos representamos esta realidad a nosotros mismos.

Para juzgar el éxito de una teoría física, debemos preguntar dos cosas:

i) Si la teoría es **correcta** y

ii) Si la descripción dada por la teoría está **completa**.

Si la respuesta a ambas es afirmativa, entonces la teoría es satisfactoria. Si es correcta o no, lo sabremos por el *grado de concordancia* entre las conclusiones de la teoría y la

---

<sup>14</sup> Duck. *Op. Cit.* P. 419

*experiencia* humana. Esta experiencia que nos permite hacer interferencias sobre la realidad tanto cuántica como clásica, en física toma la forma de experimento y medición. Es la cuestión de la *completes* de la mecánica cuántica lo que se ataca.

Sin importar el sentido que demos a “completa”, hay requerimientos necesarios para una teoría tanto clásica como cuántica: todo elemento de la realidad física debe tener una *contraparte* en la otra teoría. Condición llamada “complemento clásico” y “complemento cuántico” (c/q). El problema del complemento se resuelve si determinamos los elementos de la realidad (c/q) física.

Los elementos de una realidad física completa no se pueden determinar por consideraciones filosóficas *a priori*, sino que deben ser encontradas por resultados de experimentación y medición. Una definición comprensible de una realidad completa es innecesaria para nuestro propósito. Podemos quedar satisfechos con el criterio razonable de que si podemos predecir con certeza (*con probabilidad unitaria*) y *sin perturbar el sistema* el valor de una cantidad física, entonces existe un elemento de la realidad física que corresponde a esta cantidad. Aunque este criterio no agota todas las formas de reconocer una realidad física completa, cuando menos nos da una bajo ciertas condiciones. Tomado esto *no* como una condición de la realidad *necesaria* sino *suficiente*, este criterio concuerda tanto con las ideas de la mecánica clásica como con las de la cuántica sobre la realidad.<sup>15</sup> Y descansa en la asunción de que el mundo físico puede ser correctamente analizado en términos de elementos existentes de la realidad distintos y separados, posición llamada *realismo local*.<sup>16</sup>

---

<sup>15</sup> *Op. Cit.* P. 426

<sup>16</sup> Moore. *Op. Cit.* P. 303

Ya que el resto de la argumentación es bastante compleja (sobre todo debido a las ecuaciones de su elevado formalismo matemático), seguiremos la simplificación que de ella hace Walter Moore, biógrafo de Schrödinger. Sabemos que las partículas elementales tienen un momento angular o spin intrínseco, de tal forma que en un campo magnético actúan como pequeños magnetos que pueden tomar sólo una de dos orientaciones en la dirección del campo (llamémoslas + o -). Es el experimento de sujetar la partícula a un campo magnético lo que lo hace + o -. Una aserción básica de la mecánica cuántica es que la partícula en sí misma no tiene la posibilidad de ser + o -, sino que antes del experimento hay una *probabilidad* de 0.5 de convertirse en + y la misma probabilidad de ser -. Si dos partículas (digamos *a* y *b*) se hacen interactuar, usualmente descenderán de nivel energético así que si una partícula es +, la otra es -, sin que haya forma de decir cual es cual.<sup>17</sup>

Supongamos que después de la interacción de estas partículas las separamos a una distancia tan grande que no hay posibilidad de ninguna otra interacción entre ellas y un experimento se hace para medir la orientación del spin de *a*. Si encontramos que *a* es +, es absolutamente seguro que *b* será -. Así, EPR aplica su criterio de realidad física: ya que el valor *b*(-) se predijo por el spin de *b* sin de ninguna manera perturbar *b*, entonces debe corresponder a un elemento de la realidad física existente. Ahora, esta conclusión contradice un postulado fundamental de la mecánica cuántica de acuerdo al cual el símbolo del spin no es una propiedad *intrínseca* de la partícula, *sino que es evocada sólo por el proceso de medición*; por lo que EPR considera **incompleta** a la mecánica cuántica.<sup>18</sup>

---

<sup>17</sup> *Ibid.*

<sup>18</sup> Moore. *Op. Cit.* P. 304

Según EPR una teoría completa debería contener sólo **variables ocultas** (clásicas) y debería deducir las distribuciones de probabilidad en lugar de postularlas. Una variable oculta es una función que posee valores definitivos todo el tiempo en vez de estar diseminados: es libre de dispersión como la posición clásica y las intensidades clásicas de campo. Este tipo de variable era llamada “oculta” en contraste con las alegadas “observables” tal vez refiriéndose a un nivel sub- cuántico subyacente cubierto por la teoría cuántica.<sup>19</sup>

EPR también tiene un lado experimental: De acuerdo a la teoría cuántica, los componentes del spin de un objeto cuántico no conmutan (igualarse, ajustarse). Por lo tanto, en una interpretación realista, no tienen valores definitivos todo el tiempo, como consecuencia de que no pueden ser medidos exacta y simultáneamente. O más simplemente: los componentes del spin no son los componentes de un vector\*, así que no hay ningún vector que medir. En contraste, si el spin fuera un vector ordinario (por lo tanto una variable oculta), sus componentes se ajustarían y consecuentemente sería posible medir los componentes al mismo tiempo.<sup>20</sup>

Por supuesto que Bohr objetó contra EPR y lo hizo utilizando su **Principio de Complementariedad** (1934), estudiado en el capítulo anterior y con el que según él, la descripción del fenómeno cuántico está completa. No nos detendremos en su argumentación pues circula con los siempre recurrentes conceptos que ya hemos estudiado.

#### **4.-La paradoja del gato de Schrödinger:**

---

<sup>19</sup> Bunge. *Scientific Realism*. P. 245

\* Un vector es el segmento que determina la posición de un punto con respecto a otro tomado como fijo.

<sup>20</sup> *Op. Cit.* P.248

Inspirado en gran medida en una carta que le escribió Einstein y sobre todo motivado por el EPR, Schrödinger publicó en 1935 un ensayo en tres partes en *Die Naturwissenschaften* titulado *The Present Situation in Quantum Mechanics*. La objeción de Schrödinger era que hay una **paradoja lógica** si suponemos que el concepto “dualidad onda- partícula” y todo el formalismo de la mecánica cuántica sólo se aplica a cantidades microscópicas de materia mientras que el comportamiento físico del reino macroscópico ha de ser producto de la física clásica.

Este artículo comienza explicando cómo la física, en base a datos experimentales, crea *modelos* que son *representaciones* de objetos naturales *idealizados* o simplificados para que el análisis matemático les pueda ser aplicado. Estas deducciones, una vez sometidas a experimentación, pueden causar alteraciones o refinamiento del modelo con sus resultados. El modelo puede ser descrito en términos de ciertas especificaciones, llamadas *variables*. También hay *constantes* del modelo (como masa  $m$  o el cuanto de acción de Planck  $h$ ). La física clásica define el *estado* del modelo dando los valores de todas las variables, sin embargo, como ya hemos visto, en la mecánica cuántica no se pueden medir todas las variables simultáneamente. Sabemos que esta es una condición impuesta por las relaciones de incertidumbre de Heisenberg, derivadas del hecho de que las operaciones de posición y momento no conmutan. Sin embargo es posible medir sus valores que caen en ciertos rangos de acuerdo con las relaciones de incertidumbre, de tal forma que uno puede hablar de las variables especificadas en el modelo como *claras* o *confusas*.<sup>21</sup>

Sin embargo la función de onda  $\psi$  define el estado del modelo sin equivocación. Constituye un catálogo completo de las probabilidades de encontrar cualquier resultado

---

<sup>21</sup> Moore. *Op. Cit.* P. 307

específico de una medición hecha sobre el sistema físico para el que el modelo fue diseñado. Para Schrödinger las propiedades como el momento angular corresponden a una *nueva clase de propiedades* y sólo tienen en común su nombre con las propiedades clásicas. En la sección 5 del ensayo se pregunta si las variables son realmente confusas y afirma que la descripción clásica con sus valores agudos para las variables puede ser reemplazado por la función- $\psi$  siempre y cuando lo confuso se limite a dimensiones atómicas que escapan a nuestro control directo. Pero cuando la incertidumbre incluye cosas visibles y tangibles, decir “confuso” carece de sentido.<sup>22</sup>

Schrödinger describe la paradoja así:

*One can even construct quite burlesque cases. A cat is shut up in a steel chamber, together with the following diabolical apparatus (which one must keep out of the direct clutches of the cat): in a Geiger tube there is a tiny mass of radioactive substance, so little that in the course of an hour perhaps one atom of it disintegrates, but also with equal probability not even one; if it does happen, the counter responds and through a relay activates a hammer that shatters a little flask of prussic acid. If one has left this entire system to itself for an hour, then one will say to himself that the cat is still living, if in that time no atom has disintegrated. The first atomic disintegration would have poisoned it. The  $\psi$ -function of the entire system would express this situation by having the*

---

<sup>22</sup> *Op. Cit.* P. 308

*living and the dead cat mixed or smeared out (pardon the expression) in equal parts.*

*It is typical of such cases that an uncertainty originally restricted to the atomic domain has become transformed into a macroscopic uncertainty, which can then be solved through direct observation.*

*This inhibits us from accepting in a naive way a 'blurred model' as an image of reality... There is a difference between a shaky or not sharply focused photograph and a photograph of clouds and fogbanks.<sup>23</sup>*

Esta conclusión ha sido llamada el “principio de distinción de estado”: estados de sistemas macroscópicos que pueden ser referidos aparte por una observación macroscópica son distintos entre ellos, sean observados o no. Schrödinger argumentaba que de acuerdo a Born, la partícula está en una superposición lineal de todos los estados posibles de movimiento antes de hacer la medición, esto es, antes de observar el estado anímico del gato. Esto querría decir que hay una correlación en la superposición lineal de los estados de vida y muerte del gato. Así que el gato macroscópico obedecería, en este caso, las reglas de la teoría cuántica, en contradicción con el juicio mecanico- cuántico de que sólo materia microscópica obedecería estas leyes.<sup>24</sup>

Para Schrödinger es claro que hay una paradoja en las condiciones de la teoría cuántica por lo que concluye que la interpretación probabilística de su ecuación de onda es lógicamente inconsistente cuando se aplica al caso de una partícula individual. En

---

<sup>23</sup> *Ibid.*

<sup>24</sup> Sachs. *Einstein versus Bohr*. P. 108



pocas palabras, la interpretación de la mecánica cuántica de Born es filosófica y físicamente insostenible. Pocos comentadores de la paradoja del gato, sobre todo el Premio Nobel 1963 Eugene Wigner y John von Neumann, quienes han defendido la posición idealista de que el gato no está ni muerto ni vivo hasta que un observador ha visto en la caja y registrado el hecho en una conciencia humana.

### **5.- Las teorías de “variables ocultas”:**

La extraña y paradójica naturaleza de los fenómenos cuánticos llevó a algunos a intentar dar modelos de la física subatómica que pudieran explicar las observaciones de forma más racional. Entre estos intentos encontramos las teorías de las “variables ocultas”.

Hemos visto que Einstein creía que la teoría cuántica es incompleta ya que se refiere a agregados de cosas similares y no a entidades individuales. Los objetos microfísicos individuales deben tener posiciones, velocidades y energías precisas en todo momento. Una teoría adecuada, según él, debería contener variables “ocultas” o clásicas, y debería deducir todas las distribuciones de probabilidad en lugar de postularlas.

Para comprender en general el concepto de **variables ocultas** podemos usar un ejemplo coloquial: arrojar una moneda. Aunque no podemos predecir si caerá una cara u otra, el resultado será determinado por las leyes de la física clásica junto con la velocidad inicial y el “spin” de la moneda. La diferencia en el caso cuántico es que todas las propiedades correspondientes que determinen el camino de un fotón son en principio inmensurables: son “variables ocultas”.

En sentido amplio, la teoría de variables ocultas es aquella que contiene variables dinámicas, es decir, aquellas como momento y posición, cuyos valores son *determinados*

*todo el tiempo*, de tal forma que su dispersión alrededor de sus valores promedio es nula. Estas variables, típicas de la física clásica no se encuentran en la teoría cuántica standard, sin embargo es posible enriquecerla con ellas.<sup>25</sup> Una variable oculta es una función que, en cada instante posee un valor preciso en lugar de una distribución de valores ya que carece de dispersión o varianza. La única variable de este tipo que encontramos en la teoría cuántica es el tiempo, aunque también la masa y la carga eléctrica tienen valores precisos, sin embargo son *parámetros* y no *variables*.

Desde 1932 la obra de John von Neumann *Die mathematischen Grundlagen der Quantenmechanik* introducía variables ocultas, sin embargo el fin con el que las usó tenía un tono particular. Intentaba dar una “prueba” matemática que establecería de una vez por todas el carácter “final” y “completo” de la mecánica cuántica y demostraría que todos aquellos que como Einstein y Schrödinger creían que debía haber una capa más profunda de realidad física se equivocaban.<sup>26</sup>

Con el objeto de *generalizar* esta prueba, von Neumann introdujo el concepto que se volvería famoso de las “variables ocultas”. Popper dice sarcásticamente que para von Neumann una variable oculta era todo aquello que se pudiera tomar en cuenta dentro de la teoría atómica que aún no se considerara por la mecánica cuántica.<sup>27</sup> Hasta hoy pocos pueden demostrar que esa prueba se encuentra en el texto, pero de haberla, supuestamente prueba que las variables ocultas no existen en la mecánica cuántica o que su existencia contradice a la mecánica cuántica. No nos detendremos en el asunto, sólo lo mencionaremos haciéndolo de lado y demostrando su invalidez recordando que en el mismo año de la obra de von Neumann el positrón y el neutrón fueron descubiertos y que

---

<sup>25</sup> Bunge. *Racionalidad y realismo*. P. 244

<sup>26</sup> Popper. *Quantum Theory and the schism in physics*. P. 11

<sup>27</sup> *Ibid.*

un año después Pauli predijo la existencia del neutrino demostrado experimentalmente cuatro años después.

Hay casos excepcionales en los que una variable dinámica tiene valores precisos, pero el costo de esta precisión es considerable ya que entonces, otras variables serán totalmente borrosas. Si la posición es precisa, la velocidad está total y objetivamente indeterminada. No nos enfrentamos aquí a un conocimiento incompleto, sino lo contrario, como explica Bunge, “el conocimiento preciso es imposible debido a la borrosidad o indeterminación objetiva. No hay nada por conocer acerca de una variable dinámica que es totalmente borrosa.”<sup>28</sup> La borrosidad característica de las variables dinámicas de la teoría cuántica no podía ser admitida por Einstein para quien la *imprecisión* puede ser propiedad de nuestras ideas pero *nunca de la naturaleza*.

Estimulado por Einstein, el físico y filósofo de la ciencia **David Bohm** agregó dos variables ocultas a la mecánica cuántica: una **posición** y un **impulso** que tienen valores precisos en cada instante. Por un momento pareció que se podía volver a hablar de trayectorias precisas; pero éstas resultaron ser enormemente complejas. Además, la nueva teoría no tenía un poder predictivo que superara a la anterior.<sup>29</sup>

Tomando en cuenta que la interpretación de Copenhague descansa en gran medida sobre asunciones filosóficas, Bohm lanzó un doble ataque. Por un lado formuló una filosofía de la ciencia alternativa que demostró insostenible una serie de juicios de la escuela ortodoxa y por el otro sostuvo que una vez abandonadas estas ideas, es posible desarrollar una interpretación causal aplicando variables ocultas.<sup>30</sup>

---

<sup>28</sup> Bunge. *Op. Cit.* P. 151

<sup>29</sup> *Ibid.*

<sup>30</sup> Suppe. *The Structure of Scientific Theories*. P. 183

En oposición a los intentos como los de Einstein por dar una interpretación causal a la teoría cuántica en términos de variables ocultas, los que trabajan con la interpretación de Copenhague han dado argumentos que pretenden demostrar el fracaso del intento. Primero, si la teoría cuántica es correcta, la incertidumbre de Heisenberg especifica últimas y absolutas limitaciones en la exactitud de la medición que podemos usar para definir el estado de las cosas por ninguna posible intención de mediciones. Así que, inclusive en el caso de que existiera un nivel subatómico que contenga el tipo de variables ocultas requeridas, la inclusión de estas variables no podría incrementar la exactitud de cualquier predicción más allá de lo que la teoría cuántica ya ha obtenido; de tal forma que no sería posible verificar experimentalmente ninguna teoría causal que predice el comportamiento detallado de un sistema individual a nivel atómico. En segundo lugar utilizan la “demostración” de von Neumann de que ningunas distribuciones de movimientos de parámetros “ocultos” en el sistema observado podrían llevar a los mismos resultados que los de la ecuación de Schrödinger cuando la función de onda es interpretada probabilísticamente. Ambos argumentos llevan a la conclusión de que nada corresponde a una serie de parámetros “ocultos” teniendo un grado de definición precisa que vaya más allá de los límites impuestos por las relaciones de incertidumbre. Concluyen que una interpretación causal de variables ocultas es imposible.<sup>31</sup>

Bohm sometió estos argumentos y concluyó que las conclusiones que afirman la necesidad de renunciar a la causalidad, continuidad y la naturaleza objetiva de la realidad que viene de estos argumentos no pertenecen ni a los hechos experimentales subyacentes a la teoría cuántica ni al formalismo matemático usado para expresarla. Esto se debe a

---

<sup>31</sup> *Op. Cit.*, P. 184

que ambos argumentos dependen de la asunción (implícita) de que ciertos aspectos de la formulación común de la teoría cuántica son absolutos y finales, que ellos nunca van a ser contradichos ni refutados en el futuro o tomados como aproximaciones de dominio limitado. Tales juicios niegan la posibilidad de que hayan variables ocultas o un nivel sub- cuántico en el que ocurrieran nuevos tipos de movimiento para los que nuevos tipos de leyes causales se mantengan; así que dan por supuesto la cuestión de la posibilidad de las variables ocultas. Bohm concluye que los argumentos contra la hipótesis de las variables ocultas dependen esencialmente de asunciones extraempíricas o cuando menos filosóficas.<sup>32</sup>

El ataque de Bohm contra la interpretación de Copenhague demuestra que estas asunciones filosóficas centrales a ella son insostenibles. Para ello presenta un análisis de la causalidad y el azar que no estudiaremos por economía lingüística y de la que sólo diremos que para Bohm las aseveraciones filosóficas de la escuela de Copenhague y sus argumentos en contra de la posibilidad de una explicación causal de variables ocultas es tan insostenible como el determinismo laplaciano. En particular la incertidumbre de Heisenberg sólo muestra que hay límites en la exactitud de la medición en el dominio de validez de la teoría cuántica. No demuestra que una teoría más comprensiva, que emplee entidades a un nivel subcuántico, explique las regularidades estadísticas de la teoría cuántica deba ser sujeto a la misma restricción de exactitud; y tampoco demuestra que tales entidades subcuánticas son en principio discernibles experimentalmente. De aquí sigue que entidades hipotéticas que no pueden ser determinadas experimentalmente de acuerdo a la teoría cuántica no son necesariamente intrínsecamente indeterminables; no hay razón para aceptar una metodología instrumentalista; el éxito de la teoría no exige

---

<sup>32</sup> *Ibid.*

que todas las teorías futuras deban ser instrumentalistas o no causales. No hay porqué desechar en principio la hipótesis de un nivel mecánico subcuántico que contenga variables ocultas y en la que el carácter estadístico de la teoría cuántica común se origine en fluctuaciones a la deriva de nuevos tipos de entidades existentes en un nivel más bajo.<sup>33</sup>

Posteriormente, en 1964, **John Bell** derivó un importante teorema que muestra cómo una decisión experimental debe ser hecha entre las predicciones puramente mecánico-cuánticas de sistemas complejos y las predicciones de teorías de variables ocultas locales (deterministas). Bell reformuló el EPR a la luz del descubrimiento de Einstein de que la mecánica cuántica implica acción a distancia. El **teorema de Bell** demuestra que si asumimos que el resultado está determinado antes de la medición, calculamos probabilidades que difieren con aquellas predichas por la teoría cuántica.<sup>34</sup>

Para 1966 Bell demostró que no hay una equivalencia entre las teorías de variables ocultas y la teoría cuántica estándar, que todas las teorías de variables ocultas contienen ciertas “desigualdades” que son violadas por la teoría cuántica. Pero esta prueba teórica no tuvo impacto porque no se pudo poner las “**desigualdades de Bell**” a prueba experimental. Las variables ocultas de Bell no tienen una interpretación física precisa: son sólo parámetros ajustables en una teoría que es bastante más fenomenológica que la mecánica cuántica. De hecho, estas variables ocultas no son sujeto de ninguna ley precisa establecida, por lo que no son parte de una teoría física propiamente. Debemos ver esto como una virtud ya que demuestra que las desigualdades de Bell son para toda la familia de teorías de variables ocultas locales, sin importar las leyes precisas que se

---

<sup>33</sup> Suppe. *Op. Cit.* P. 187

<sup>34</sup> March. *Op. Cit.* P. 229

asuman.<sup>35</sup> Bell demostró que ninguna teoría de variables ocultas que preserve la localidad y el determinismo es capaz de reproducir las predicciones de la física cuántica para un experimento con dos fotones.

Si aplicamos esto al caso de un par de objetos cuánticos (llamados 1 y 2) que tienen un spin inicial en dirección contraria uno del otro y que hayan sido subsecuentemente separados sin haber sido interferidos. Tomemos la probabilidad  $P(x,y)$  de que el objeto 1 tenga un spin positivo en dirección de  $x$ , y el objeto 2 un spin positivo en dirección  $y$ . Según la mecánica cuántica, esta probabilidad excede la suma de probabilidades  $P(x,z)$  y  $P(y,z)$ :  $P(x,y) \geq P(x,z) + P(y,z)$ . En contraste, una teoría de variables ocultas predice exactamente el revés de la desigualdad:  $P(x,y) \leq P(x,z) + P(y,z)$ . Esto es lo que se llama una “**desigualdad de Bell**”.<sup>36</sup>

Se realizaron varios experimentos probando el teorema de Bell, y el más definitivo fue el de **Alain Aspect** en Francia quien en 1982 reportó un experimento que daba una versión conclusiva. Tocaba dos problemas: (i) saber si los fotones emitidos por la fuente poseen todas sus propiedades, particularmente la polarización; y (ii) dar cuenta de las correlaciones a distancia entre los resultados de cada analizador o explicar las coincidencias registradas por el contador.

Supongamos que un átomo emite dos fotones en direcciones opuestas al mismo tiempo. Sus polarizaciones lineales son medidas por polarizadores orientados en direcciones ajustables a voluntad. Los fotones que salen de los polarizadores activan “fotomultiplicadores” cuya proporción de coincidencia es monitoreada por un contador. El resultado es que los estados de polarización de los dos fotones están altamente

---

<sup>35</sup> Bunge. *Op. Cit.* P. 247

<sup>36</sup> *Op. Cit.* P. 248

correlacionados. El estado de polarización medido por uno de los polarizadores depende de esa medida por el otro polarizador y viceversa. El mismo resultado se obtiene si los polarizadores son rotados durante el vuelo de los fotones y antes de llegar a los polarizadores para prevenir toda comunicación entre ellos.<sup>37</sup>

Según la teoría clásica y las teorías de variables ocultas, los fragmentos que resultan del proceso tienen propiedades definidas de principio a fin y los analizadores sólo exhiben lo que ya está ahí. Ahora, de acuerdo a la teoría cuántica las entidades que salen de la fuente se encuentran en una superposición de estados polarizados. Esta superposición se colapsa (se reduce) en la interacción del sistema con el analizador. Esto quiere decir que el analizador no sólo mide una polarización existente, sino que también *la produce*. Los experimentos de Aspect han sido confirmados desde entonces en varias ocasiones.

Sin embargo aún hoy hay confusión respecto a lo que prueban. Algunos creen que el **realismo** ha sido refutado y que el determinismo está definitivamente fuera. Otros mantienen que es la conjunción de EPR y su criterio de realidad con el principio clásico de separabilidad y localidad lo que realmente está en riesgo. En última instancia lo que queda claro es que Bell y Aspect han demostrado que una teoría de variables ocultas locales es insostenible e incapaz de ser un fenómeno observado.

En general podemos decir siguiendo a Mario Bunge, que los objetivos de las teorías de variables ocultas son los siguientes:

1) Restablecer el realismo en el sentido filosófico, es decir, dar cuenta objetiva del mundo físico más que describir la información, expectativas e incertidumbres del sujeto cognoscente, particularmente el observador.

---

<sup>37</sup> *Op. Cit.* P. 249



- 2)Restablecer el realismo en el sentido de EPR: cumplir con el criterio de la realidad física: si podemos predecir con certeza (con probabilidad unitaria) el valor de una cantidad física sin interferir en el sistema, entonces existe un elemento de la realidad física que le corresponde a la cantidad física.
- 3)Restablecer el determinismo clásico deduciendo probabilidad de causalidad, esto es, explicar distribuciones de probabilidad en términos de diferencias individuales y la mutua independencia de los componentes de ensambles estadísticos.
- 4)Completar el trabajo iniciado por la teoría cuántica, tomada como una teoría estadística dando cuenta del comportamiento de entidades físicas individuales.
- 5)Remplazar la teoría cuántica en cuanto a teoría fenomenológica, con una teoría *mecanista* que explique el comportamiento cuántico en vez de dar sólo “recetas” para calcularlo. O sea, exhibir los mecanismos subyacentes al comportamiento cuántico, es decir, la difracción\* del electrón y el efecto túnel, *deduciendo la teoría cuántica como un caso particular con ciertos límites o para circunstancias especiales*.
- 6)Restablecer la *separabilidad o independencia* de objetos que, habiendo sido componentes de un sistema enlazado en el pasado, ahora están ampliamente separados en el espacio, o sea, eliminar las correlaciones a distancia (de EPR).<sup>38</sup>

Las teorías de variables ocultas incluyen el postulado de separabilidad que establece que si un sistema se dismantela y sus componentes se alejan mucho entre sí, terminan comportándose de forma independiente los unos de los otros ya que han dejado de interactuar. Éste es un postulado intuitivo que resulta de una visión clásica a la que Einstein se aferró, pero es contradicho por la mecánica cuántica. Según la cual, los

---

\* La difracción es el fenómeno que se produce cuando un tren de ondas encuentra un obstáculo de dimensiones del orden de su longitud de onda.

<sup>38</sup> Bunge. *Op. Cit.* P. 246

componentes de un sistema siguen ligados (correlacionados a distancia) aunque no medie una fuerza que los una. A continuación estudiaremos los dos primeros puntos\* a modo de conclusión para este capítulo.

Hemos visto algunos de los mejores argumentos del interior de la ciencia en favor de una **interpretación realista** de la teoría cuántica. Hoy hemos superado el EPR, la paradoja de Schrödinger y las teorías de variables ocultas, aunque no la interpretación de Copenhague establecida en la V Conferencia de Solvay. La mayoría de los físicos siguen trabajando con la mecánica cuántica y aceptan su naturaleza aplicándola con éxito en un extenso campo práctico, sin preocuparse por su estatus epistemológico.

Lo que EPR, la paradoja de Schrödinger y las teoría de variables ocultas realmente combaten es *la doctrina de que las propiedades físicas no tienen realidad objetiva independiente del acto de observar*. En este sentido, la teoría ortodoxa del mundo cuántico puede ser descrita en palabras de **Pascual Jordan**: la observación no sólo afecta lo que ha de ser medido, lo produce... Obligamos [al electrón] a asumir una posición determinada... Nosotros mismos producimos los resultados de la medición.” Este juicio es una verdad indudable para la mayoría de los físicos contemporáneos. La opinión aceptada es que bajo esa “realidad” no es posible medir sin interferir, hecho inevitable por la existencia del cuanto de acción que en general hace imposible hasta en principio crear ensayos que puedan darnos la información que la mecánica clásica exigiría.

Einstein, siempre en contra de esta visión, quería que las cosas tuvieran propiedades, fueran medidas o no. Recuerda un amigo suyo: “*We often discussed his*

---

\* En realidad los otros cuatro no son problemáticos ya que sus consecuencias se refieren sólo a las teorías de variables ocultas, mientras los dos primeros tienen más alcance dentro de la teoría cuántica en general.

*notions on objective reality. I recall that during one walk Einstein suddenly stopped, turned to me and asked whether I really believed that the moon exists only when I look at it.*”<sup>39</sup> Estas palabras de Einstein expresan el núcleo de la problemática epistemológica que intentamos resolver: la realidad objetiva del mundo sin un “observador”.

La respuesta teórica de Bell (1964) utilizando el experimento de Bohm y en la que las propiedades de las que no podemos saber nada (los valores simultáneos del spin de una partícula a lo largo de varias direcciones distintas) deben existir, está de acuerdo a la línea de razonamiento de EPR. El teorema de Bell demuestra que la inexistencia de estas propiedades es una consecuencia directa de las predicciones cuantitativas de la teoría cuántica. Como podemos observar esta conclusión es independiente del juicio sobre la completud que da la teoría cuántica de la descripción de la realidad física. Si los datos de tal experimento concuerdan con las predicciones numéricas de la teoría cuántica, entonces la posición filosófica de Einstein debe ser errónea. La versión del EPR hecha por Aspect y colaboradores aplicando el análisis de Bell demostró que las predicciones de la teoría cuántica eran efectivamente obedecidas. Treinta años después del reto de Einstein, un hecho y no una doctrina metafísica, lo refutó. Pero analicemos más a fondo el problema del realismo.

Aunque hoy se han probado experimentalmente falsas las desigualdades de Bell y con ellas todas las teorías de variables ocultas, aún no se toma una salida. En estas discusiones se encuentran distintas tesis que hemos de distinguir: el **realismo filosófico** (o realismo a secas), el **determinismo**, el “**dogma de EPR**” (de que todas las propiedades tienen valores definidos todo el tiempo), y su hipótesis de que los objetos distantes se comportan independientemente uno del otro. Hemos visto la argumentación

---

<sup>39</sup> Citado en: Boyd, Richard, et al. (Ed.) *The Philosophy of Science*. P. 501

interna de la ciencia a favor de un **realismo**, sin embargo no queda claro lo que se entiende por realismo. Algunos autores –como Aspect- suponen que es el **realismo filosófico** el núcleo de la discusión, pero en física es usual la confusión del “realismo” con lo que hemos llamado “clasicismo” o “dogma EPR”.<sup>40</sup>

Hablamos de **realismo filosófico** cuando hablamos de la **tesis de que la naturaleza tiene una existencia propia**, independiente y anterior al sujeto cognoscente. Esto es distinto al criterio de la realidad física empleado por EPR que decimos es de corte “clasicista”. No es un realismo filosófico ya que envuelve la negación del principio de superposición de acuerdo al cual las propiedades dinámicas de los objetos cuánticos normalmente tienen distribuciones de valores y no valores puntuales. Después del indiscutible éxito de la teoría cuántica y el fracaso de las teorías de variables ocultas, el principio clasicista de EPR ha de ser considerado un dogma superado.<sup>41</sup>

En lo referente a los objetivos de las teorías de variables ocultas que revisa Bunge, parece que sólo la restauración del realismo filosófico es plausible. Sin embargo, eso es algo que se puede hacer sin la necesidad de variables ocultas. Basta un cambio de interpretación del formalismo de la teoría. Podremos ver que la interpretación de Copenhague es adventicia y que la interpretación realista que se centra en las cosas mismas y no en el observador, no sólo es posible sino que es la empleada por los físicos cuando no se ponen filosóficos.<sup>42</sup> Debe quedar claro que el diseño y la aplicación de mediciones presuponen la realidad (existencia independiente) de todo el **sistema de medición** y cada uno de sus componentes: objeto, aparato y experimentador. Así que el realismo filosófico definitivamente no está en riesgo. La caída de las desigualdades de

---

<sup>40</sup> Bunge. *Op. Cit.* P. 349

<sup>41</sup> *Op. Cit.* P. 247

<sup>42</sup> *Ibid.*

Bell no ha refutado el principio de que el mundo físico puede existir sin la ayuda de aquellos que intentan conocerlo.

El realismo filosófico, de Aristóteles a Descartes y a Russell afirma que la naturaleza existe aunque no sea percibida o concebida. De hecho, el realismo filosófico es compatible con ontologías alternativas, en particular el llamado “neodeterminismo” que trata con tipos no causales (en particular probabilistas) de determinación.<sup>43</sup> Es el realismo en el sentido “clasicista” de EPR y las desigualdades de Bell lo que se ha refutado. Aunque podemos decir que el realismo de EPR en realidad se cayó una vez que la teoría cuántica resolvió los problemas que la física clásica había dejado sin resolver. Desde entonces hemos aprendido que la realidad está “tiznada” –digamos-, borrosa y que no es “limpia”, que todo objeto cuántico posee algunas propiedades que en vez de tener valores definidos todo el tiempo, tienen distribuciones de valores y que, a diferencia de los cuerpos rígidos –y similarmente a los fluidos y los campos-, los objetos cuánticos son extremadamente sensibles al medio, ora natural o artificial. Descubrimiento que por supuesto no altera la naturaleza ni la esclaviza al supuestamente “omnipotente” observador. Nos enseñó que *la naturaleza está compuesta no sólo de objetos clásicos sino de objetos cuánticos*.

Siguiendo a Bunge, diremos que si algo ha confirmado la refutación experimental de las desigualdades de Bell –como cualquier otro experimento- es el **realismo filosófico** ya que todo experimento bien diseñado envuelve una distinción clara entre sujeto conocedor (experimentador), aparato y objeto de conocimiento.<sup>44</sup> La hipótesis refutada no tiene nada que ver con el realismo, sino con lo que llamamos aquí el “dogma clasicista”.

---

<sup>43</sup> *Op. Cit.* P. 253

<sup>44</sup> *Ibid.*

La caída de este dogma confirma la tesis de que los objetos descritos por la teoría cuántica son muy diferentes de los que describe la física clásica, no sólo por sus leyes, sino por sus propiedades dinámicas: en particular, **no tienen formas geométricas precisas**, y por consiguiente, tampoco trayectorias precisas. La paradoja de Schrödinger y el fracaso de las teorías de variables ocultas nos han demostrado que –como toda teoría revolucionaria- la teoría cuántica ha de ser entendida en sus propios términos y no con analogías clásicas.