

2. Fundamentos teóricos

2.1 Introducción

La comprensión de las bases teóricas es fundamental para el desarrollo de todo trabajo de investigación. Es por ello que se demarca en este capítulo de manera general los siguientes conceptos: índice de refracción a partir de las susceptibilidades ópticas no lineales, interferencia y difracción. En este trabajo en particular es necesario describir la técnica de mezcla de dos ondas, pero no se ahondará en el proceso matemático para la obtención de sus ecuaciones.

2.2 Índice de refracción n

La razón de cambio en la velocidad de propagación de un haz luminoso al pasar de un medio a otro es lo que se conoce como el índice de refracción n . Esto es la razón entre la velocidad de propagación de una onda en el vacío (c) y la velocidad de propagación en el medio específico (v). En condiciones “normales” los materiales presentan un índice n constante. En la siguiente tabla se muestran los valores de n característicos de ciertos materiales:

Medio	Índice
Vacío	1.0
Aire	1.00029
Agua	1.33
Vidrio Refractario	1.52
Diclorometano ⁸	1.41
CS ₂ ⁵	1.627
Yoduro de Metileno	1.74

Figura 1 Índices de refracción

Sin embargo, el índice de refracción definido de esta manera solo es válido para ciertos materiales, longitudes de onda e intensidades de luz. Generalmente se especifica la temperatura a la que dichos valores fueron tomados. Debe considerarse que la expresión matemática del índice de refracción es mucho más compleja, ya que se debe considerar la dirección de propagación de la onda (materiales birrefringentes o de doble refracción), el estrés mecánico aplicado (cristales piezoeléctricos), los campos eléctricos y magnéticos estáticos (efecto Kerr, Pockels y Faraday) y además esta cantidad resulta ser compleja, o sea que tiene una parte real y una imaginaria. Esta última cantidad se asocia a la absorción del medio (denotada por α).

El índice de refracción es una cantidad que depende de la longitud de onda de la luz que incide al medio, sin embargo, en algunos materiales puede depender de la intensidad de esta. Pero para poder apreciar esta dependencia es necesario el uso de campos electromagnéticos muy potentes. Es por ello que no fue sino hasta la invención del láser en 1960 que se permitió el estudio experimental de la óptica no lineal y sus efectos.

Todos los materiales pueden presentar ante la incidencia de luz un comportamiento óptico no lineal, aunque sea de una magnitud despreciable. Para poder modelar la dependencia del material a la intensidad del campo es necesario considerar la polarización del medio, esto es el dipolo magnético inducido por unidad de volumen. De manera general la polarización del medio se puede representar con una dependencia en potencias del campo eléctrico, donde todos los coeficientes son pequeños excepto el correspondiente al término lineal. Un modelo basado en la polarización temporal permite el surgimiento de nuevas componentes:

$$P(t) = \chi^{(1)} \tilde{E}(t) + \chi^{(2)} \tilde{E}^2(t) + \dots + \chi^{(n)} \tilde{E}^n(t) = P^{(1)}(t) + P^{(2)}(t) + \dots + P^{(n)}(t)$$

Donde $\chi^{(n)}$ es la susceptibilidad instantánea de n-ésimo orden, la cual describe la dependencia característica del material al campo E con la n-esima potencia. El caso más conocido es la polarización lineal: $P(t) = \chi^{(1)} \tilde{E}(t) = P^{(1)}(t)$. No todos los materiales exhiben de manera simultánea cualquier orden de la susceptibilidad, en particular, materiales que exhiben las potencias pares no exhiben las potencias impares, aparte del orden 1.

Por ejemplo: Si se considera la contribución de tercer orden $P^3(t) = \chi^{(3)} \tilde{E}^3(t)$, donde la amplitud del campo eléctrico la suponemos de la forma $\tilde{E}(t) = E_0 e^{-i\omega t}/2 + E_0 e^{+i\omega t}/2 = E_0 \cos(\omega t)$. Al reescribir la polarización se obtiene mediante identidades trigonométricas la expresión:

$$P^3(t) = \chi^{(3)} E_0^3 \cos(3\omega t)/4 + 3\chi^{(3)} E_0^3 \cos(\omega t)/4,$$

Con lo cual se obtiene un campo que oscila al triple de la frecuencia del campo incidente, de la misma forma el otro término de la polarización da como resultado un campo que oscila en la misma frecuencia, pero es debido a la susceptibilidad de tercer orden.

El índice n se puede representar a partir de las susceptibilidades como:

$$n_0 = \sqrt{1 + 4\pi\chi^{(1)}}, \text{ y } n_2 = \frac{3\pi\chi^{(3)}}{n_0}.$$

2.3 Interferencia

La superposición de dos o más ondas electromagnéticas de la misma longitud de onda, coherentes y de igual polarización sobre un mismo punto o plano genera un patrón de intensidad luminosa muy particular, ya que bajo estas condiciones se presenta el fenómeno de interferencia óptica. La distribución formada en este plano es comúnmente llamado “patrón de interferencia”, donde la intensidad I en este punto es distinta a la suma individual de intensidades de los haces debido a su naturaleza ondulatoria. La intensidad obtenida se obtiene a partir de la suma de los campos superpuestos, en el caso de dos haces, entonces la intensidad estaría dada por $I = |E_1 + E_2|^2$

El caso más simple, para describir el fenómeno de interferencia, es considerar dos ondas planas monocromáticas de la forma:

$$E_1 = E_0 e^{-i(k_1 \cdot \vec{r} - \omega t)}, \quad E_2 = E_0 e^{-i(k_2 \cdot \vec{r} - \omega t)},$$

Los cuales inciden con un determinado ángulo θ respecto a la normal del plano $Z=0$. Cabe mencionar que si ambos campos tienen la misma longitud de onda tendrán el mismo número de onda $k = 2\pi / \lambda$ y solo difieren en la dirección de propagación. La superposición de tales ondas produce una distribución de intensidad de forma cosenoidal:

$$I = 2E_0^2 [1 + \text{Cos}(2kx \text{Sin}(\theta))] = 2I_0 [1 + \text{Cos}(2kx \text{Sin}(\theta))].$$

Donde el periodo (Λ) es la distancia entre dos máximos de intensidad consecutivos en el eje X. Para hallar este valor maximal se demanda que el argumento del coseno (φ) sea un múltiplo entero de 2π :

$$2\pi m = \varphi = 2kx \text{Sin}(\theta) \Rightarrow \Lambda = X_{m+1} - X_m = \lambda / 2 \text{Sin}(\theta)$$

El diagrama del sistema descrito es el siguiente:

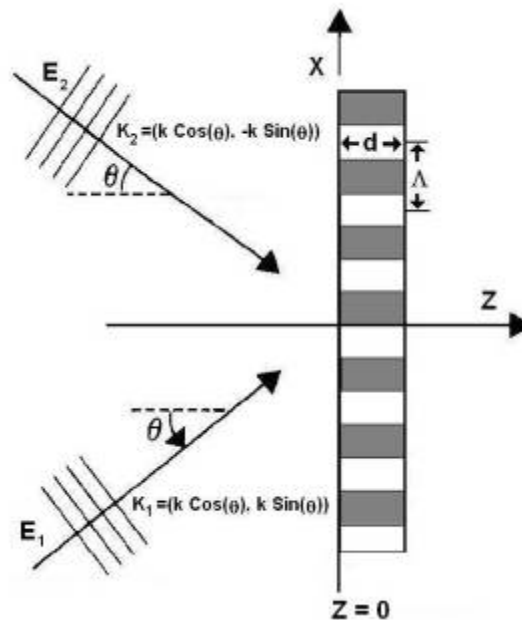


Figura 2 Diagrama de interferencia

Este fenómeno es utilizado por la técnica de “mezcla de 2 ondas” para generar una modulación periódica de intensidad sobre la muestra. Si el medio tiene naturaleza no lineal dependiente de la intensidad luminosa, se inducirá una modulación espacial en cuanto a n y α . Transformando el patrón de interferencia en una rejilla de fase, de absorción, o ambas.

2.4 Difracción

La difracción es junto con la interferencia un fenómeno típicamente ondulatorio, el cual se observa cuando una onda es desviada por un obstáculo cuyas dimensiones son comparables a la longitud de onda. La luz que incide sobre el borde de un obstáculo es desviada (o difractada), y no se genera una sombra geométrica nítida ya que los puntos

situados en el borde del obstáculo actúan como fuentes de ondas coherentes. El diagrama formado es llamado “patrón de difracción”.

A continuación describimos el caso más simple de difracción: el de una rendija de ancho “a” infinitamente larga iluminada de por una onda plana en la parte posterior. Se requiere que sea infinitamente larga para poder despreciar los efectos producidos en las esquinas de la apertura. Se considera que la apertura asemeja una serie de fuentes cilíndricas, cuya superposición determinará el “patrón de difracción” generado por este arreglo.

La condición para hallar los ángulos θ donde tendremos máximos de difracción es: $a \sin(\theta) = \lambda m$, donde $m = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$ son los llamados “órdenes de difracción”, valores para los cuales se obtienen máximos de intensidad ya que la diferencia en el camino óptico entre una onda y otra corresponde a un múltiplo de la longitud de onda.

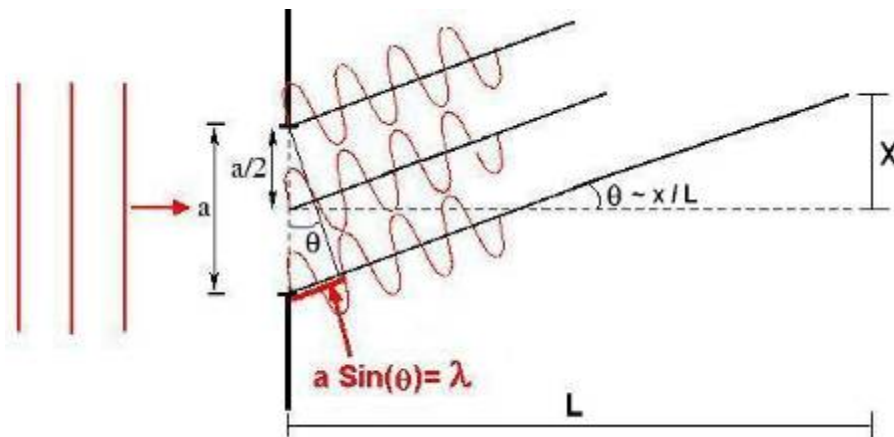


Figura 3 Diagrama de difracción

El patrón de difracción obtenido a una distancia L de la rendija esta descrito por una intensidad de la forma dada por:

$$I = I_0 \frac{\text{Sin}^2(\phi/2)}{(\phi/2)^2}, \quad \phi = \frac{2\pi a \text{Sin}(\theta)}{\lambda},$$

Cuyo perfil se muestra en la siguiente figura:

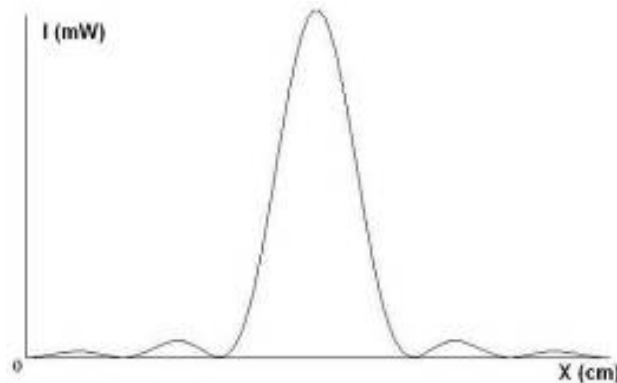


Figura 4 Patrón de difracción de rejilla infinita

En cambio, la distribución de intensidad producida por un arreglo de rendijas infinitas de ancho “a”, espaciadas entre si por una distancia “d”, tendrá la siguiente distribución de intensidad:

$$I = I_0 \frac{\text{Sin}^2(\phi/2)\text{Sin}^2(N\phi'/2)}{(\phi/2)^2 \text{Sin}^2(\phi'/2)}, \quad \phi = \frac{2\pi a \text{Sin}(\theta)}{\lambda}, \quad \phi' = \frac{2\pi d \text{Sin}(\theta)}{\lambda}$$

Donde N es el número de rendijas que conforman la rejilla. Por ejemplo, la distribución esperada para una rejilla de 10 rendijas con $a = d = 21\mu\text{m}$, iluminadas con un haz de $\lambda = 632 \text{ nm}$, y proyectada a una distancia de 2.5m es de la forma mostrada en la figura 5:

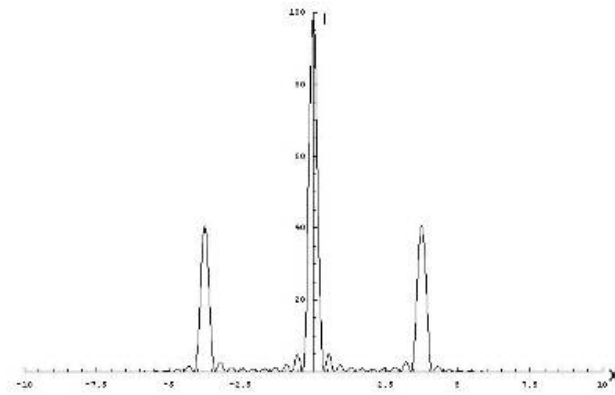


Figura 5 Patrón de difracción de rejilla con N=10

Al ser difractados por la rejilla de fase y/o absorción, los haces de escritura extraen la información del medio en cuanto a eficiencia de difracción. Los fenómenos ondulatorios de interferencia y de difracción se conjugan al implementar la técnica de mezcla de dos ondas.

2.5 Técnica de “Mezcla de Dos Ondas”

Esta técnica se basa en el uso del fenómeno de interferencia para inducir rejillas de absorción y de fase en un material fotosensible. Posteriormente mediante el fenómeno de difracción se mide la respuesta óptica del medio evaluando los cambios en la transmisión de los haces de escritura.

Las aplicaciones de esta técnica no se limitan a determinar la eficiencia de difracción de un material, también ha sido aplicada para detección de vibraciones⁹ y el desplazamiento ultrasónico en polímeros fotorefractivos¹⁰

Para describir la interferencia de los haces monocromáticos consideraremos dos ondas cuyas amplitudes del campo eléctrico son E_r (que llamaremos de referencia) y E_m (de modulación). Consideraremos además que ambos haces son coherentes y que inciden con el mismo ángulo (θ) respecto a la normal de la muestra.

La coherencia es una propiedad óptica del láser, y es necesaria para que el efecto de interferencia sea generado. Esto implica que los fotones que componen un haz están en fase unos con otros tanto en el espacio como en el tiempo. Las fuentes normales no tienen esta propiedad ya que son producidas por átomos independientes que emiten con escalas de tiempo de 10^{-8} sg.

Para describir el patrón de interferencia en el espacio bidimensional $r = (z, x)$, basta usar el principio de superposición del campo eléctrico de los haces de referencia y de modulación:

$$I = |E_r + E_m|^2 = I_r + I_m + 2\sqrt{E_r E_m} \cos(2kx \sin(\theta))$$

Como ya se había mencionado, el patrón de interferencia tiene forma cosenoidal, donde el periodo (Λ) es la diferencia entre dos máximos de intensidad consecutivos en el eje X. Para hallar Λ se demanda que el argumento del coseno sea un múltiplo de 2π :

$$\varphi = 2\pi n = 2kx \sin(\theta) = \frac{4\pi x \sin(\theta)}{\lambda} \Rightarrow \Lambda = X_{m+1} - X_m = \frac{\lambda}{2\sin(\theta)}$$

El diagrama del sistema descrito es el siguiente:

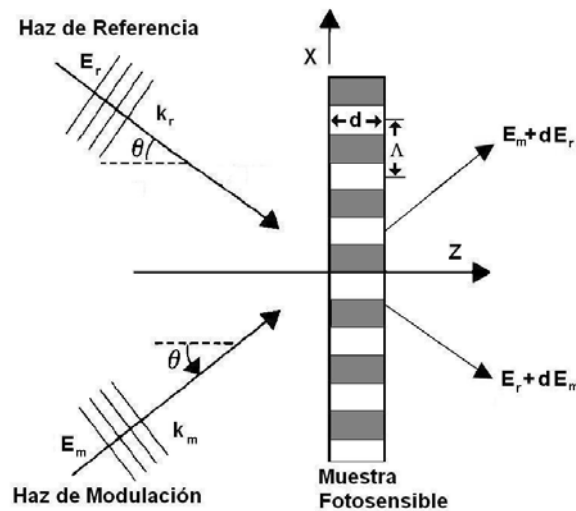


Figura 6 Diagrama de sistema de “Mezcla de dos ondas”

Consideraremos que en el medio, al ser un medio no lineal, este patrón de interferencia inducirá una estructura periódica como respuesta a la modulación en intensidad luminosa. La respuesta del medio puede dar lugar a la formación de rejillas de amplitud y/o rejillas de fase, por lo que los haces incidentes podrán experimentar difracción (“autodifracción”) al pasar a través de la rejilla. La modulación en el índice de refracción n y/o de absorción α se pueden representar como el promedio de la variable (\bar{n} , $\bar{\alpha}$), más una cosenoidal de baja amplitud (n_2 , α_2 respectivamente), que matemáticamente se puede expresar como:

$$n(I) = n_0 + n_2 I, n_2 < n_0$$

$$\alpha(I) = \alpha_0 + \alpha_2 I, \alpha_2 < \alpha_0$$

En el caso en que la muestra tenga un ancho mucho mayor que la longitud de onda ($d \gg \lambda$) se puede hablar de una “rejilla volumétrica”. Estas se caracterizan por mostrar un número discreto de órdenes de difracción ya que deben cumplir con la condición de Bragg. El camino óptico excedente de un haz reflejado internamente debe ser múltiplo entero de la longitud de onda, de manera que se asegura que la interferencia sea constructiva.

$$\lambda m = 2\Lambda \sin(\theta), m = 0, \pm 1, \pm 2 \dots$$

Ya que se mantiene el mismo ángulo de incidencia θ y que las rejillas son generadas al mismo tiempo en que los haces pasan a través de ellas podemos asegurar que siempre se cumplirá la condición de Bragg.

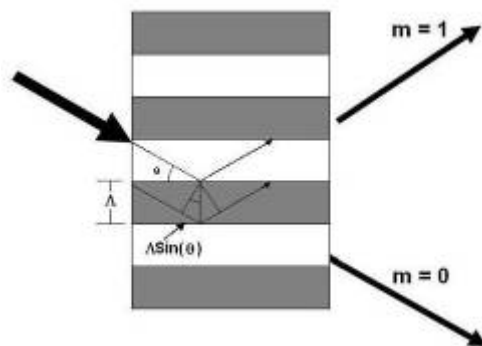


Figura 7 Condición de Bragg

Al trabajar sobre rejillas volumétricas podemos hacer uso de la “Teoría de Acoplamiento de Ondas para Rejillas Holográficas Gruesas” de Kogelnik¹¹. La cual describe las aportaciones debidas a α y a n en cada haz difractado. De manera general la

amplitud del campo del haz difractado $E_d = HE_r$, donde la amplitud compleja de difracción H, contiene las aportaciones de fase y de absorción.

En el limite $H \ll 1$ puede representarse mediante: $H = -D(iP + A)$, tomando en cuenta las eficiencias holográficas de fase: $P = \frac{\pi n_2 d}{\lambda \cos(\theta)}$, y de absorción:

$A = \frac{a_2 d}{2 \cos(\theta)}$. Este modelo describe el caso general de las rejillas de transmisión sin

inclinación de los planos de las rejillas (unslanted), tomando en cuenta la perdida debida

a la atenuación: $D = e^{\frac{-\bar{a}d}{\cos(\theta)}}$.

Se observa que existe una diferencia de fase (i) entre las contribuciones de amplitud de campo difractado debidas a P y a A. Este desfase nos permite registrar los valores de n y de α por separado y de manera simultánea como se verá posteriormente. De esta manera se puede determinar cual aportación predomina y es responsable del comportamiento no lineal del material. En ciertos casos su influencia puede ser equiparable.

El haz m es modulado en fase mediante el cambio en el camino óptico o bien con un modulador electro-óptico. La modulación debe realizarse con una señal senoidal con frecuencia ω_m . El campo eléctrico del haz modulado (E_m) después de la transmisión es

$$E_m' = DE_m e^{iM \sin(\varpi_m t)}$$

La señal S(t) obtenida en el fotodetector debido a los haces transmitido (m) y difractado (r) es proporcional a: $S(t) = |DE_m e^{iM \sin(\varpi_m t)} + HE_r|^2$

$$S(t) = D^2 [E_m^2 + (P^2 + A^2)E_r^2 - 2E_m E_r A \cos(M \sin(\varpi_m t)) - 2E_m E_r P \sin(M \sin(\varpi_m t))]$$

Esta señal puede ser rescrita al hacer uso de las siguientes identidades trigonométricas:

$$\text{Cos}(M\text{Sin}(\omega_m t)) = J_0(M) + 2\sum_{n=1}^{\infty} J_{2n}(M)\text{Cos}(2n\omega_m t)$$

$$\text{Sin}(M\text{Sin}(\omega_m t)) = 2\sum_{n=1}^{\infty} J_{2n-1}(M)\text{sin}((2n-1)\omega_m t)$$

La señal obtenida al truncar las series de Bessel hasta el término cuadrático es:

$$S_0 = D^2[E_m^2 + (P^2 + A^2)E_r^2 - (1 - \frac{M^2}{4})AE_mE_r]$$

$$S_1(t) = -2D^2E_mE_rP\text{MSin}(\varpi_m t)$$

$$S_2(t) = -\frac{D^2}{2}E_mE_rAM^2\text{Cos}(2\varpi_m t)$$

Donde el término S_0 representa la señal continua (DC). Al analizar los otros términos se demuestra que para identificar la aportación debida a no linealidades de fase (P) es necesario observar la señal $S_1(t)$ modulada con la frecuencia fundamental. Análogamente para determinar las aportaciones de absorción (A) es necesario medir la señal $S_2(t)$ en el segundo armónico. Al medir la influencia de ambas rejillas se determina definitivamente a quien atribuir la naturaleza no lineal del sistema.

En el caso de que se analice la señal obtenida del haz transmitido r en conjunto con el haz difractado m solo el segundo término sufre un cambio de signo

Una vez determinado si una de las aportaciones es despreciable o si son de magnitud equiparable se puede decidir la aproximación a la eficiencia de difracción η que se aplicará. Basándose en a la teoría de Kogelnik se describe que la eficiencia para rejillas sin inclinación puede ser de fase, de absorción o ser una combinación equiparable

de ambas. Las expresiones correspondientes a estas posibilidades se muestran a continuación respectivamente:

$$\eta^n = e^{\frac{-2\bar{a}d}{\cos(\theta)}} \text{Sin}^2\left(\frac{\pi n_1 d}{\lambda \cos(\theta)}\right)$$

$$\eta^\alpha = e^{\frac{-2\bar{a}d}{\cos(\theta)}} \text{Sinh}^2\left(\frac{a_1 d}{2\lambda \cos(\theta)}\right)$$

$$\eta = e^{\frac{-2\bar{a}d}{\cos(\theta)}} \left[\text{Sin}^2\left(\frac{\pi n_1 d}{\lambda \cos(\theta)}\right) + \text{Sinh}^2\left(\frac{a_1 d}{2\lambda \cos(\theta)}\right) \right]$$

Experimentalmente la eficiencia de difracción se puede medir como la razón de la intensidad de un haz difractado (orden ± 1) y la intensidad del haz inicial, donde no hay un mayor número de haces difractados. De manera que basta despejar n_1 del modelo escogido.

El estudio de los materiales fotosensibles requiere del uso de técnicas que describan la eficiencia de difracción del medio, ya que esta contiene la información de fase y de absorción del material. La ventaja de conocer dichos cambios es que permite conocer el mecanismo de reacción molecular o bien las propiedades ópticas macroscópicas que el medio ofrece.