Introducción

El nacimiento y desarrollo de la mecánica cuántica durante el siglo pasado trajo consigo una serie de ideas nuevas a nuestra concepción de la física. La **no conmutatividad** en la mayoría de las observables cuánticas y el descubrimiento de un nuevo tipo de propiedades de la materia, los **fermiones**, que se rigen por el principio de exclusión de Pauli y con propiedades de anti-conmutación de sus estados de multipartícula (fermiones) son dos de estas nuevas ideas que se estudiaran y mezclaran en esta tesis.

En la formulación hamiltoniana de la Mecánica Clásica las coordenadas y sus momentos conjugados son usualmente considerados como variables dinámicas que conmutan, de hecho, ni siquiera se cuestionaba su conmutatividad [1]. En la década de los años 30's, surgió un principio de correspondencia que se puede enunciar así: "Todo sistema clásico tiene su análogo cuántico". Por otra parte se dice que no todo efecto cuántico tiene su análogo clásico. Hasta hace poco, los fermiones parecían caer dentro de esta categoría. En los años 70's, Casalbuoni [2], mostró que sí existía tal análogo clásico y que para ello bastaba con utilizar variables que anticonmutaran (variables o números de Grassmann). Esto, aunado a tomar el límite $\hbar \to 0$ (es decir, cuando $\hbar$ es despreciable) forman lo que se conoce como pseudomecánica.

En el límite clásico ($\hbar \to 0$) de la mecánica cuántica se encuentra que para sistemas bosónicos, todos los conmutadores de los operadores mecánico cuánticos se hacen cero y por tanto los operadores pueden ser representados por funciones reales, de variables del espacio fase clásico, las cuales son números reales (números que conmutan). Tenemos así una *mecánica conmutativa* (que nombraremos como **bosónica**)[1]. Para sistemas fermiónicos cuánticos, son ahora los anticonmutadores los que se hacen cero en el límite clásico, por lo que ahora nuestras variables deben pertenecer a un álgebra que anticonmute. A éstas se les conoce como variables de Grassmann. Desde luego esto nos genera una *mecánica anticonmutativa* (que llamaremos **fermiónica**)[2,3,4].

Sin embargo, no todas las observables clásicas conmutan (o anticonmutan). Cuando no caen en niguna de estas categorías se dice que son no-conmutativas. Esto ha hecho que en años recientes se cuestionara sobre los efectos que tendría aplicar la no-conmutatividad a espacios clásicos [5,6,7]. Es decir, a las variables usadas en la mecánica clásica. En particular se ha investigado cómo afectaría a las **ecuaciones de movimiento** clásicas [8,9]. Hasta ahora, sólo se ha documentado el caso para variables bosónicas. El caso para variables fermiónicas (de Grassmann) no se ha hecho y es esto precisamente el objeto de estudio de esta tesis.