

# Capítulo 5

## Dispersión de un Tren de Pulsos

Se ha descrito ya la analogía entre los casos de dispersión y difracción para pulsos individuales. Ahora se presentarán los resultados para estructuras periódicas. Para ello se han utilizado diferentes perfiles de pulsos así como diferentes duraciones (anchos) iniciales para ellos.

La solución general para una señal periódica de la ecuación de dispersión 3.1 es

$$A(z, \tau) = \sum_{n=-N/2}^{N/2} C_n^0 \exp \left\{ i \frac{\omega_n^2 z}{2} - i \omega_n \tau \right\}, \quad (5.1)$$

donde los coeficientes  $C_n^0$  se obtienen dado el perfil de los pulsos según

$$C_n^0 = \frac{1}{T} \int_{T/2}^{-T/2} f(\tau = 0) e^{+i \omega_n t} dt;$$

recuérdese que la señal de entrada es  $A(0, \tau) = f(\tau + T)$ .

Con la finalidad de estudiar el comportamiento de las señales periódicas, específicamente de pulsos de ultra alta frecuencia ( $T \simeq 1 \text{ ps}$ ), se ha variado la duración inicial  $a_0$  para diferentes perfiles de pulso, hecho que se controla variando  $N$ . El periodo de la señal se mantiene fijo en  $T = 2\pi$ , de modo que se tienen dos variables independientes: el perfil del pulso, controlado por su orden  $N = 2, 6, 12$  y el ancho inicial del mismo. De esta manera se busca estudiar mediante simulaciones computarizadas el comportamiento de las diferentes señales propuestas y sus características específicas.

Las simulaciones fueron realizadas con la ayuda del lenguaje de programación FORTRAN para realizar los cálculos y con el paquete ORIGIN 6.0 para la realización de las gráficas. Haciendo uso de las expresiones obtenidas en el tercer capítulo y del algoritmo de *Transformada Rápida de Fourier* (o FFT) es posible calcular rápidamente los valores de  $|A(z, \tau)|^2$  que es proporcional a la intensidad de la señal y por tanto la cantidad de interés.

## 5.1 Trenes de pulsos Gaussianos

En el caso más simple se utilizará nuevamente el perfil gaussiano. El cálculo analítico de los coeficientes  $c_n$  es similar al caso del pulso individual, solo cambian los límites de integración. Es, sin embargo, más sencillo el cálculo numérico de dichos coeficientes para fines prácticos. Puede observarse que la forma inicial de la señal se recupera en  $z = z_{Tal}$  anteriormente calculada. En este caso específico, dado que el periodo es  $2\pi$ , la distancia de Talbot es de  $z_{Tal} = 4\pi$ , particularmente para  $\beta_2 = 25$  la distancia de Talbot sería de  $251 \text{ m}$ . El ancho de la señal se define de manera similar a la utilizada para el pulso individual,

$$s = [\langle \tau^2 \rangle - \langle \tau \rangle^2]^{1/2},$$

donde las cantidades  $\langle \tau^N \rangle$  están definidas por

$$\langle \tau^N \rangle = \int_{T/2}^{T/2} |A(\tau, z)|^2 \tau^N d\tau.$$

Nótese que los límites de integración han cambiado pues para este caso la señal es periódica. Esto obliga a que la integración se realice en el dominio de cada pulso.

Puede observarse de la imagen 5.1 que alrededor de la distancia de Talbot existe una región finita donde se puede recuperar la estructura inicial del tren de pulsos, esta se denominará *región de formación de imagen* o *intervalo de recuperación* y será referi-

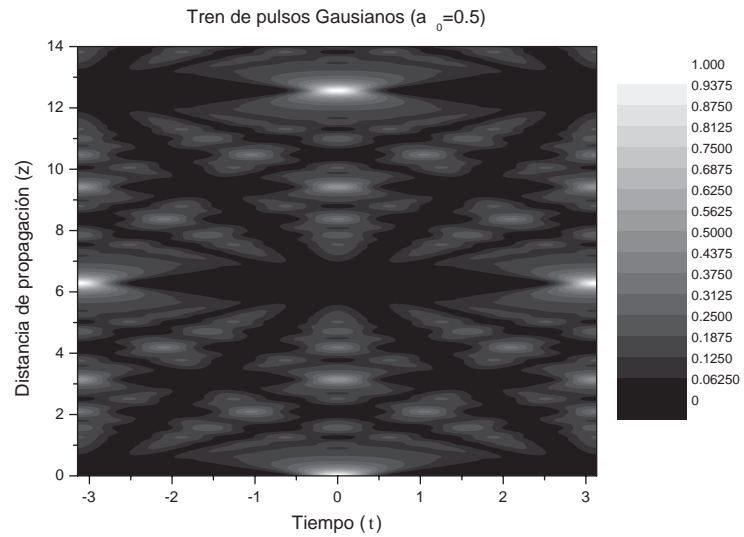


Figura 5.1: Tren de pulsos Gaussianos con  $a_0 = 0.5$ .

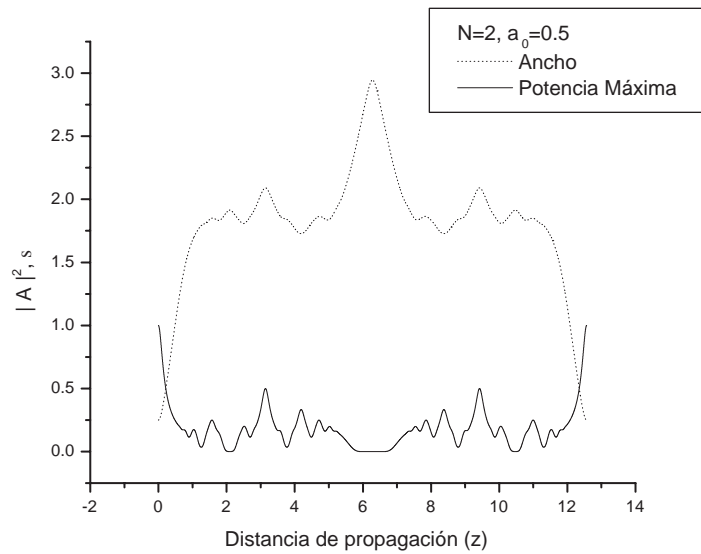


Figura 5.2: Tren de pulsos  $N = 2$ ,  $a_0 = 0.5$

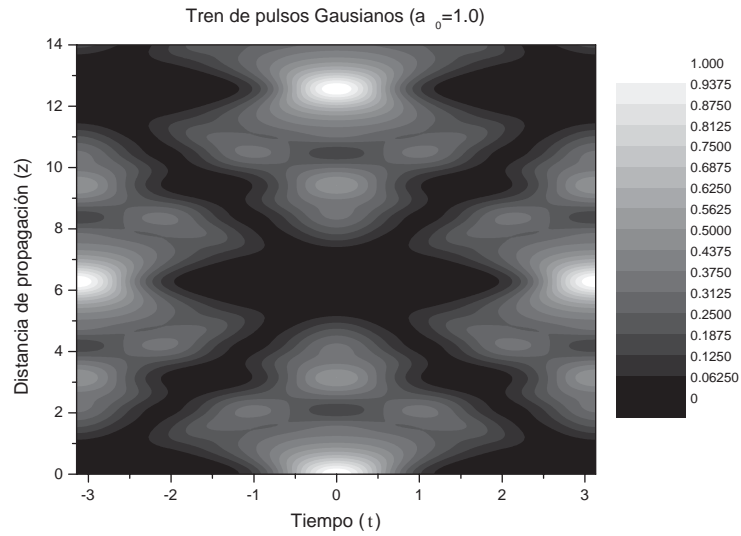


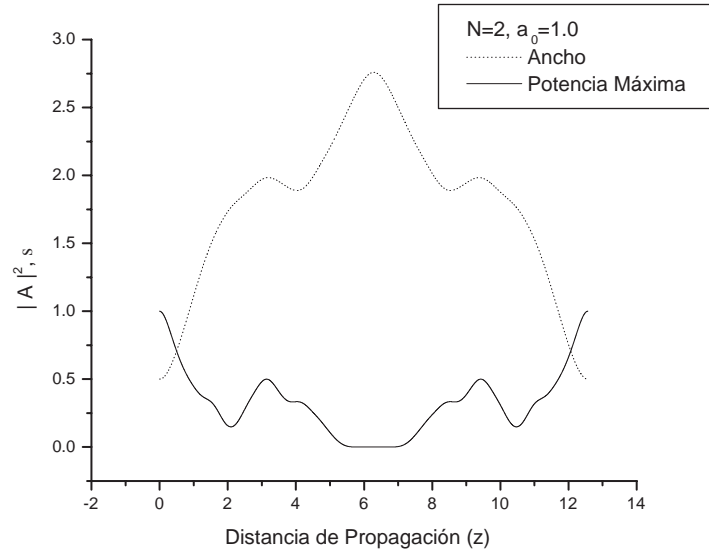
Figura 5.3: Tren de pulsos Gausianos con  $a_0 = 1.0$ .

da como  $\Delta z_{Tal}$ , esta distancia diferirá para diferentes tiempos iniciales así como para diferentes perfiles. Para  $a_0 = 0.5$  la región de recuperación mide alrededor de  $0.1L_D$  que es aproximadamente  $4m$  y varía poco para diferentes perfiles. Para la difracción en la rejilla se conoce el resultado

$$\theta_{dif} = \frac{\lambda}{a_0}$$

donde  $\theta_{dif}$  representa el ángulo de difracción,  $\lambda$  es la longitud de la onda incidente y  $a_0$  representa el tamaño de la abertura. Se ha elegido esta notación para enfatizar el hecho de que para la dispersión el resultado es análogo, esto quiere decir que para un pulso más corto, los efectos de interferencia serán más fuertes pues el ángulo de dispersión  $\theta_{dis}$  es mayor. El resultado es que  $\Delta z_{Tal}$  para  $a_0 = 0.5$  sea muy pequeña (aproximadamente  $0.1L_D$ ).

El intervalo de recuperación para anchos mayores aumenta (para  $a_0 = 1.0$  es aprox. de  $0.5$ ), puesto que el ángulo de dispersión (difracción en el caso de la rejilla espacial)

Figura 5.4: Tren de pulsos  $N = 2$ ,  $a_0 = 1.0$ 

es menor, por ello se puede establecer que

$$\Delta z_{Tal} \propto \frac{1}{a_0}$$

o bien que

$$\Delta z_{Tal} \propto \theta_{dis}.$$

Es notoria la diferencia en la curva de potencia máxima, pues para  $a_0 = 0.5$  decae muy rápidamente cerca de  $z = 0$  y de  $z = z_{Tal}$  mientras que para aberturas mayores es más suave (compárense las gráficas de las figs. 5.2, 5.4, 5.6) lo cual se muestra de manera clara en las gráficas de intensidad (figs. 5.1, 5.3, 5.5).

## 5.2 Trenes de pulsos supergaussianos

Ahora se presentarán resultados para perfiles supergaussianos, estos serán comparados cualitativamente con los gaussianos. Recuérdese que estos pulsos se aproximan a pulsos

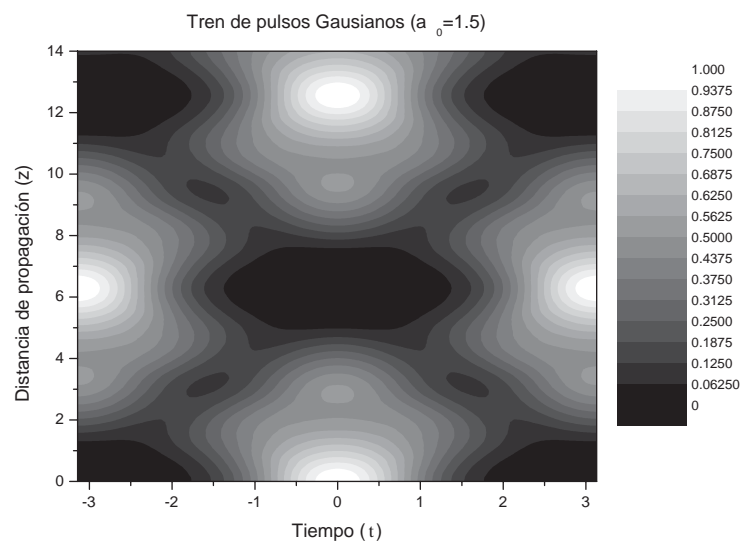


Figura 5.5: Tren de pulsos Gaussianos con  $a_0 = 1.5$ .

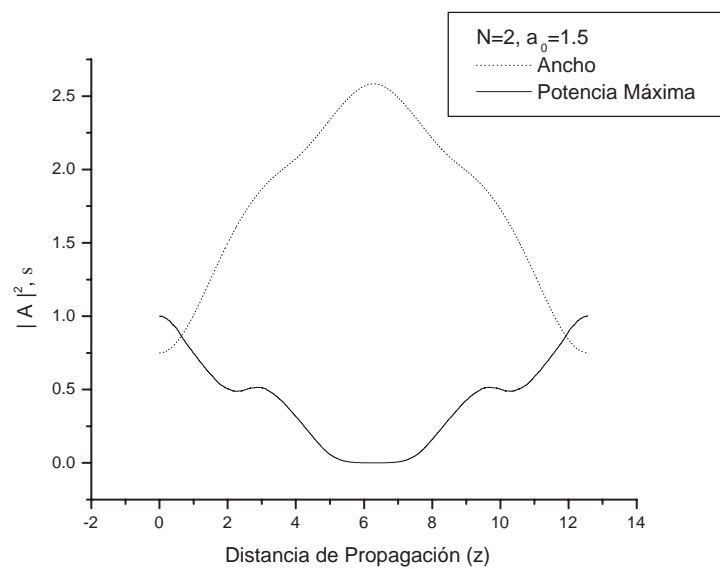
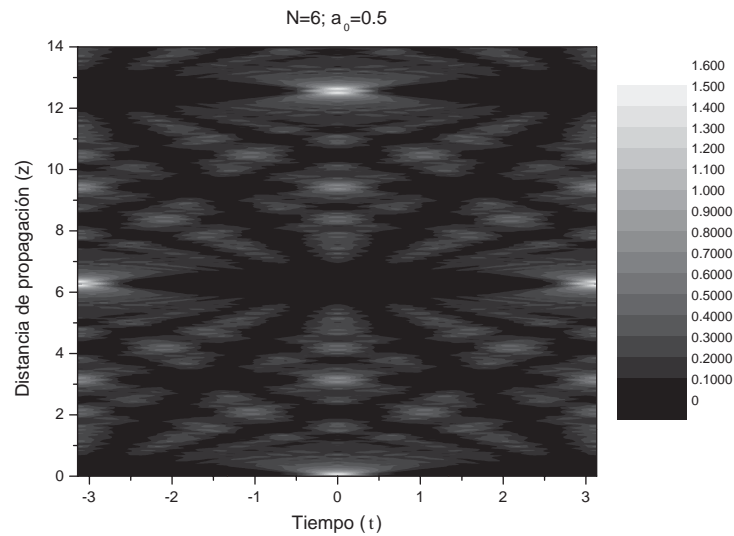


Figura 5.6: Tren de pulsos  $N = 2$ ,  $a_0 = 1.5$

Figura 5.7:  $N = 6$ ,  $a_0 = 0.5$ .

rectangulares cuanto más se aumenta el valor de  $N$ . El pulso de orden  $N = 6$  y  $a_0 = 0.5$ , a primera vista (5.7) se comporta de una manera muy semejante al pulso gaussiano de la misma anchura, sin embargo la gráfica de la figura 5.8 muestra que la potencia varía mucho a lo largo de la distancia de propagación, de hecho, cerca de la distancia de Talbot (al igual que de cero) se observa un máximo local muy angosto, lo cual hace que el intervalo de recuperación o de formación de imagen sea muy pequeño. Además, en este caso se tienen dos puntos muy cercanos cerca de la distancia de Talbot donde la señal se comporta igual. de nuevo esto dificultaría enormemente la recuperación de la señal. El perfil de orden 6 muestra un comportamiento similar para la duración inicial  $a_0 = 1.5$  aun que el ancho de las zonas cercanas a la distancia de Talbot es mayor.

Nuevamente se puede observar que para aberturas mayores el intervalo de recuperación es mayor. En el caso  $a_0 = 1.5$  para el pulso de orden  $N = 6$  se observa además un mínimo local cerca de  $z = 1.5$  y para la misma anchura en el pulso de orden  $N = 12$

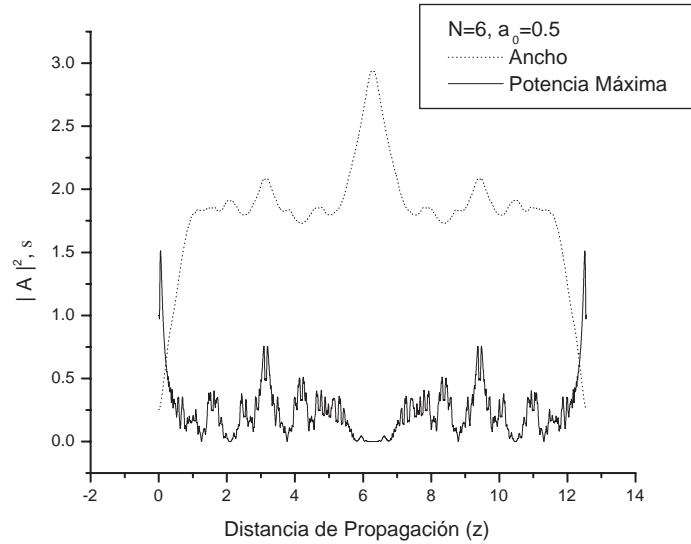


Figura 5.8: Tren de pulsos  $N = 6$ ,  $a_0 = 0.5$

la potencia máxima varía rápidamente cerca de la distancia de Talbot. Este hecho puede dificultar la recuperación de la señal a pesar de que el intervalo de recuperación es grande.

En todas las simulaciones se observa que en  $z = z_{Tal}/2$ , la potencia máxima alcanza un mínimo y la forma de los pulsos está desplazada por  $T/2$ . Este efecto se debe a la interferencia y sucede, por supuesto, también en el caso de la difracción. Para obtener la distancia de Talbot real en una fibra óptica dada (i.e. de material y medidas específicas) se procede a multiplicar la distancia de Talbot por la distancia de dispersión, de esta manera se sabría con precisión la distancia a la cual se puede recuperar la información.

El hecho de que este intervalo de recuperación sea mayor para el perfil gaussiano de pulsos con ancho inicial  $a_0 = 1.5$  permitiría tener un margen de error para recuperar la señal. Es decir que al requerir un dispositivo de recuperación de la señal, la precisión para colocarlo no sería crítica para trenes de pulsos gaussianos, mientras que en los casos



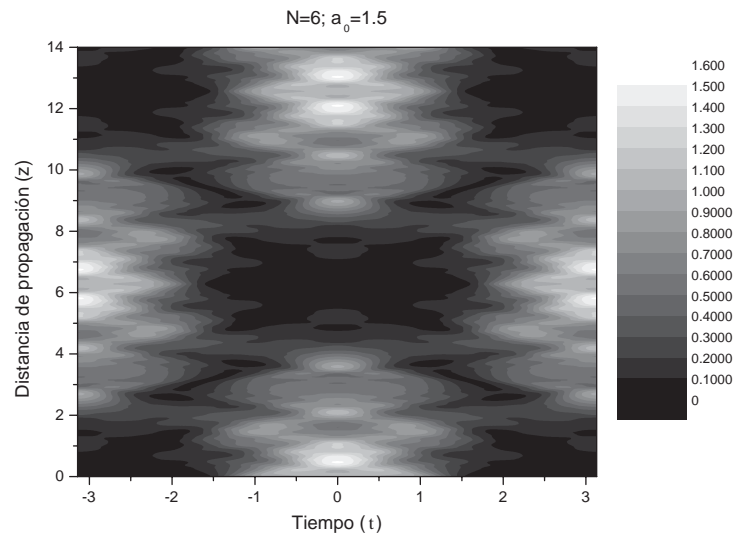


Figura 5.9:  $N = 6$ ,  $a_0 = 1.5$ .

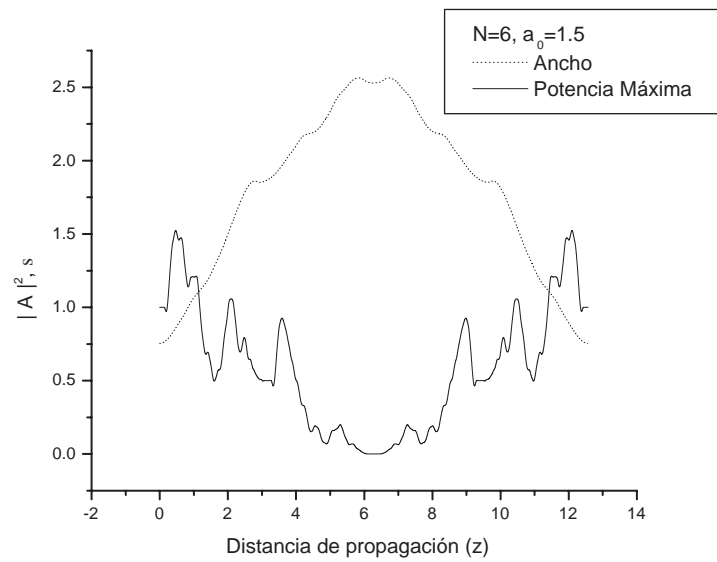


Figura 5.10: Tren de pulsos  $N = 6$ ,  $a_0 = 1.5$

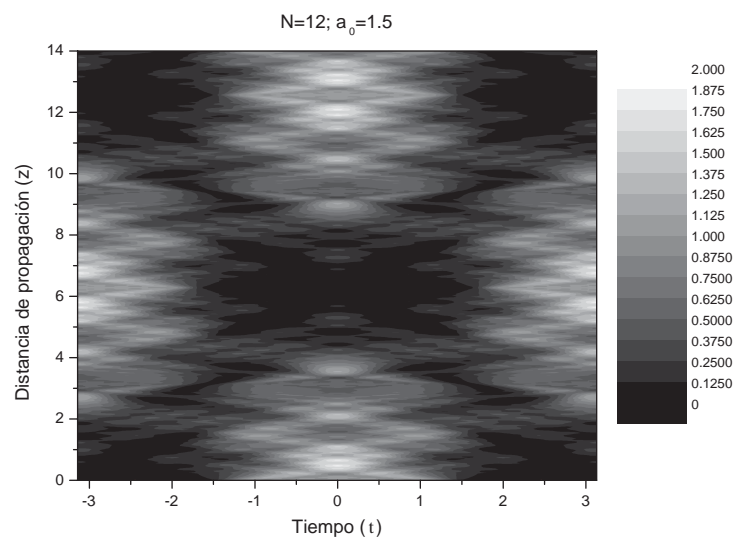


Figura 5.11:  $N = 12$ ,  $a_0 = 1.5$ .

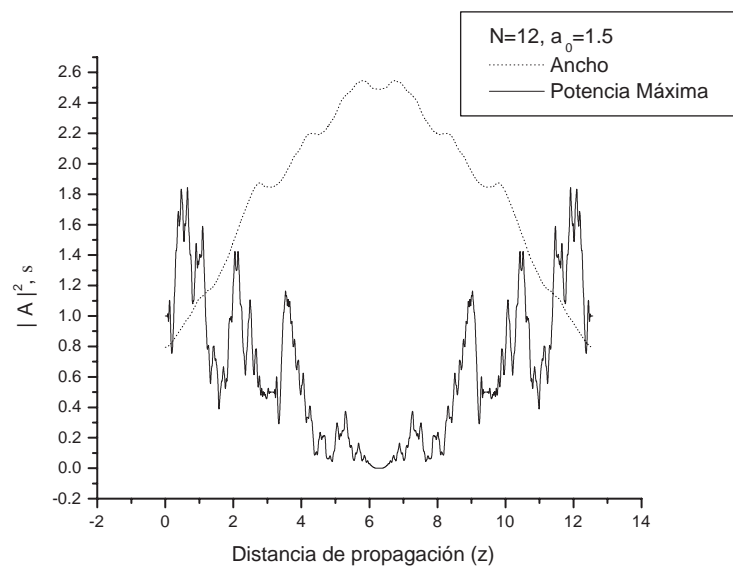


Figura 5.12: Tren de pulsos  $N = 12$ ,  $a_0 = 1.5$

de pulsos supergaussianos eso podría representar un problema técnico. El tamaño de esta región puede determinarse analizando la gráfica que muestra el ancho y la amplitud máxima, se puede apreciar que cuando el ancho alcanza su máximo global, la intensidad alcanza un mínimo. Quedaría pendiente investigar si existe algún valor crítico para la anchura inicial del pulso, aun que es obvio que esta no puede exceder el tamaño del periodo de la señal. Para obtener el tamaño real del intervalo de recuperación se obtiene multiplicando su valor por la distancia de dispersión.

En esta sección se han presentado los resultados de introducir estructuras periódicas como señales en la fibra óptica, en el siguiente capítulo se comentarán algunas consecuencias prácticas y diferentes recomendaciones y sugerencias para futuras investigaciones.