

Capítulo 4

Filtros para rayos-X: diseño y construcción

4.1. Introducción

La parte computacional que se utiliza en este capítulo simula situaciones ideales de construcción de filtros, mientras que las experimentales por otro lado nos dan el enfoque realista, solo la parte ideal será vista en este capítulo.

4.2. Diseño de filtros

Para obtener un haz cuasimonoenergético a partir del espectro del tubo de rayos X, necesitamos bloquear las longitudes de onda de los extremos del pico característico que se ha deseado aislar. Para esto, fue ilustrativo primero reproducir analíticamente y computacionalmente el espectro del tubo, tanto en su parte continua como las líneas características.

Tomando en cuenta estas condiciones, representamos la parte continua de dicho espectro mediante la ecuación que representa al espectro de emisión de cuerpo negro de acuerdo a la *ley de Planck*:

$$I(\nu) = \frac{8\pi h\nu^3}{c^3} \frac{1}{e^{h\nu/kT} - 1}. \quad (4.1)$$

Tomando en cuenta que para el cuerpo negro la energía asociada a la emisión de ondas electromagnética cuando una partícula es acelerada, es la energía térmica $\varepsilon_T = kT$, para el caso de los rayos-X la energía que acelera una partícula, o que se emplea en arrancar un electrón de una capa atómica cuando éste absorbe toda la energía, es la energía cinética $\varepsilon_c = eV$ de los electrones que salen acelerados del ánodo.

De la ecuación (2.3) sabemos que la frecuencia máxima que pueden obtener estos fotones es:

$$\nu_{max} = \frac{eV}{h}. \quad (4.2)$$

Tomando esta consideración la ecuación (4,1) se convierte en

$$I(\nu) = \frac{8\pi h\nu^3}{c^3} \frac{1}{e^{\nu/\nu_{max}} - 1} \quad (4.3)$$

y, si graficamos $I(\nu)$ para diferentes voltajes de operación del tubo de rayos-X, veremos una gráfica continua como se muestra en la figura 4.1, donde se presentan cuatro espectros con voltajes de operación de $V_1 = 6000V$, $V_2 = 10,000V$, $V_3 = 15,000V$ y $V_4 = 20,000V$. Para simular las líneas características se ha usado la *función de Lorentz* que proporciona la vida media del proceso de absorción o emisión que da lugar a la intensidad.

$$g(\nu) = \frac{a}{a^2 + (\nu_0 - \nu)^2}. \quad (4.4)$$

Estas funciones están caracterizadas por estar centradas en la frecuencia ν_0 y tener una altura máxima $\frac{1}{a}$ y un ancho a la mitad de la altura que es igual a $2a$, con el fin de mostrar el comportamiento de estas funciones se ha graficado para cuatro frecuencias

diferentes como se muestra en la figura 4.2. Juntando estos dos últimos elementos, podemos entonces generar computacionalmente un espectro característico de rayos-X como se muestra en la figura 4.3.

Ya que tenemos la simulación del espectro completo de rayos X, lo que sigue es ilustrar el efecto del filtro para una función $f(x)$. Matemáticamente, un filtro es una función $h(x)$ cualquiera, que superpuesta a otra función $f(x)$ deja intactos los valores de $f(x)$ para valores de x que pertenecen a un conjunto Γ y que forman el dominio de la función, pero que hacen cero la función para valores de x que estén en el complemento de Γ .

$$h(x) = f_1(x)f_2(x)$$

$$h(x) = \begin{cases} 0 & 5,7 > x > 6,7 \\ 1 & 5,7 < x < 6,7 \end{cases}$$

Esta función definida por partes, que representa un filtro ideal, muestra su efecto ideal en la figura: 4.4. Si aplicamos estas funciones filtro al espectro de emisión de rayos X, tendremos la parte que nos interesa, por lo tanto la función final filtrada que se graficará y nos dará el efecto de un filtro ideal, figura: 4.5, estará compuesta de las siguientes funciones:

$$y(\nu) = \{[g_1(\nu) + g_2(\nu)] + I(\nu)\} h(\nu).$$

4.3. Construcción de filtros

Para la construcción de filtros se ha utilizado principalmente el Cu, en dos formas distintas, como lámina y como óxido. El filtro en forma de lámina delgada de Cu tiene

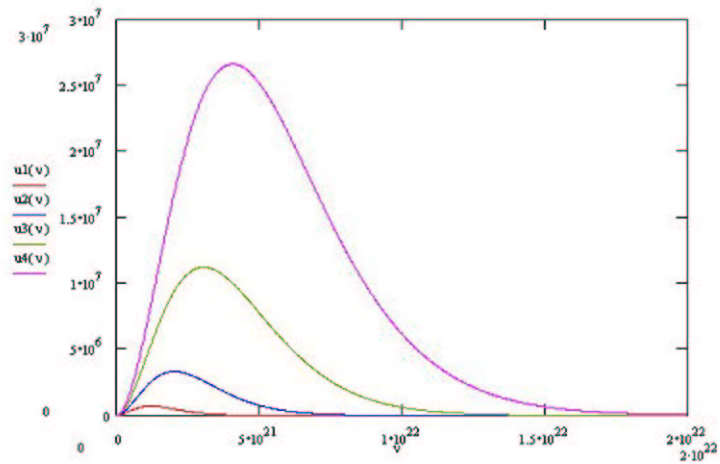


Figura 4.1: Espectro de Bremsstrahlung para diferentes voltajes.

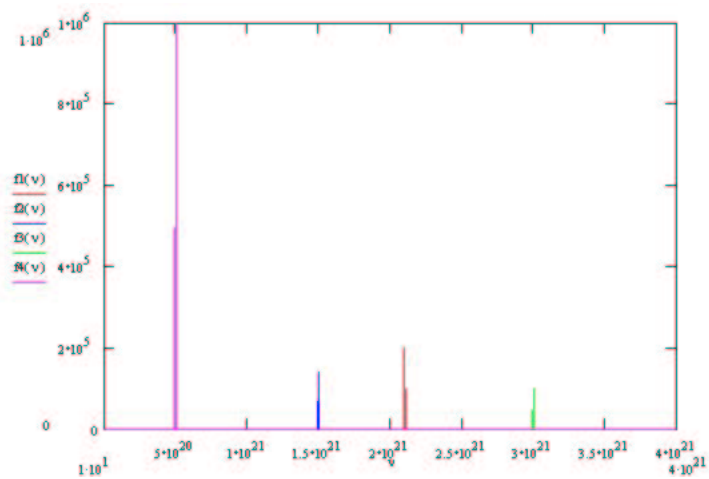


Figura 4.2: Simulación de las líneas características para un elemento arbitrario.

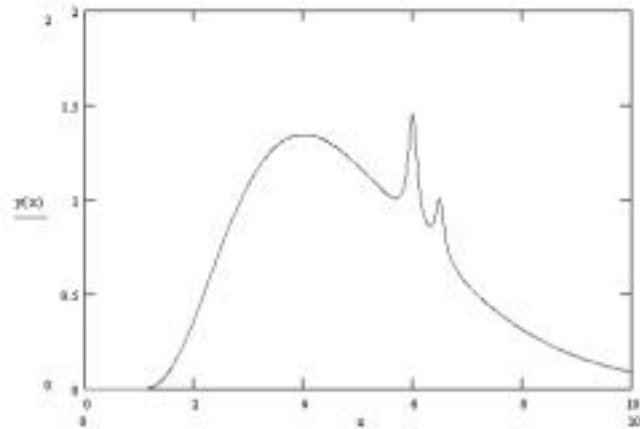


Figura 4.3: Espectro característico, que contiene el espectro de Bremsstrahlung y las líneas características de un elemento arbitrario.

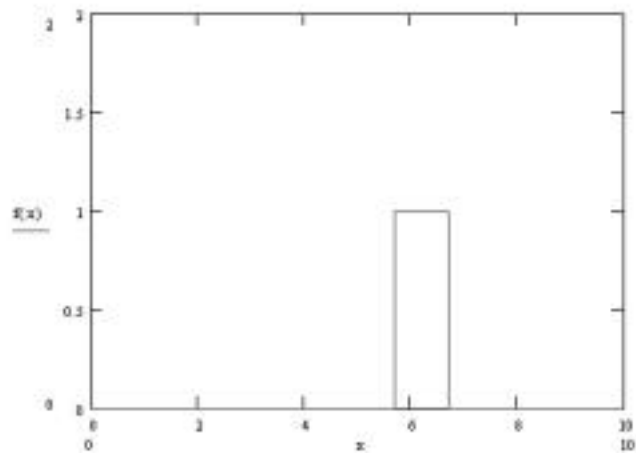


Figura 4.4: representación matemática de la acción de un filtro.

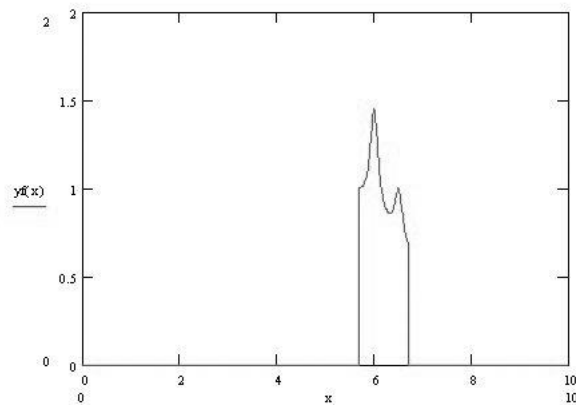


Figura 4.5: Acción de un filtro ideal sobre la función que representa al espectro de emisión de rayos-X.



Figura 4.6: El filtro a) corresponde a una lámina de cobre delgada, el b) es de óxido de cobre encapsulado por dos placas de vidrio y el c) es un filtro de resina epoxica que encapsula óxido de cobre.

un ancho de $17\mu m \pm .0005 mm$. En su forma de óxido, se han utilizado placas de vidrio para encapsularlos, el ancho de las láminas una sobre de otra es x , y el ancho con el óxido entre ellas es x' , por lo tanto el grosor del óxido que actúa como filtro está dado por $l = x' - x$ y es igual a $395\mu m \pm .0005mm$. El tercer filtro es un filtro hecho con resina epoxica, que encapsula el óxido de Cu, el ancho del filtro es de $2,880mm \pm .0005mm$; en la figura: 4.6 se muestra el aspecto final de los tres filtros.