

Capítulo 3

Absorción de rayos-X

3.1. Introducción

Además de la producción de fotones con energías altas y con longitudes de onda cortas que escapan de la parte visible del espectro electromagnético, también estamos interesados en saber qué es lo que le sucede a esta radiación cuando atraviesa un cuerpo(sólido) y es absorbida. En este capítulo se hace un análisis teórico, acerca de lo que significan los coeficientes de absorción lineal μ_l y el coeficiente de absorción másico μ_m y sus diferencias entre ellos, así como también la importancia que ellos representan para esta tesis experimental a la hora de diseñar filtros para monocromatizar el haz. Por último, se presentarán algunas gráficas que representan los coeficientes de absorción para la Ag y para el Cu.

3.2. Coeficientes de absorción

Para deducir la expresión que describe el decremento de los fotones, donde se involucra el coeficiente de absorción μ cuando atraviesa un espesor de materia dx , partimos de la *ley de Lambert* que dice que caminos iguales en el mismo medio de absorción,

atenúa fracciones iguales de radiación [1][5]. Entonces una fracción de la intensidad será proporcional a una porción de materia que ya se ha recorrido dx .

$$\frac{dI}{I} \propto dx . \quad (3.1)$$

Mostrando esto de otra forma, tomemos una placa delgada homogénea con densidad $\rho = cte$ y, con intensidades diferentes a la entrada y a la salida como se muestra en la figura 3.1; tomando este modelo deduciremos la expresión del decaimiento de la intensidad cuando atraviesa un medio. Si dI es la porción de intensidad que no logra pasar por un espesor de materia dx y haciendo un desarrollo en *serie de Taylor*

$$P_{n,a}(x) = f(a) + f'(a)(x - a) + \frac{1}{2}f''(a)(x - a)^2 + \dots + \frac{f^n(a)}{n!}(x - a)^n ,$$

alrededor de x de I_f , donde I_f será la intensidad que logrará salir del material que se utiliza como filtro, y fijándonos sólo en el segundo término de la aproximación tenemos que

$$\begin{aligned} dI &= I_i - I_f = I_i(x) - I_f(x + dx) \\ -I_f(\chi) &= -I_f(\chi) - I'_f(\chi)dx + \dots \\ dI &= I_i(x) - I_f(\chi) - I'_f(\chi)dx = \underbrace{-I'_f(\chi)dx}_{-\mu I(x)dx} \\ \therefore \frac{dI}{I} &= -\mu dx \end{aligned} \quad (3.2)$$

Donde $\chi = x + dx$ y $\chi \approx x$. Ahora bien, μ es la fracción de fotones absorbidos en dx y, resolviendo la ecuación diferencial ordinaria anterior obtendremos la expresión similar a la que describe el decaimiento radiactivo, y que tiene como un término importante el coeficiente de atenuación lineal μ_l :

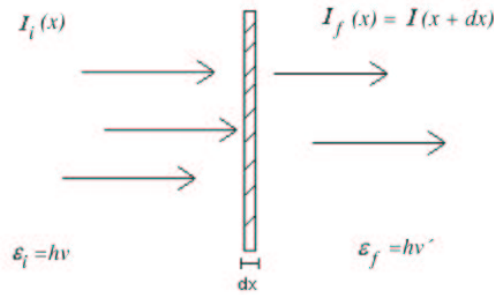


Figura 3.1: Proceso de decaimiento de I cuando varios fotones interactúan con un filtro de espesor dx , como se puede observar el número de fotones que logran atravesar el filtro será menor al número de fotones que inciden, debido a los múltiples procesos de absorción (efecto fotoeléctrico, efecto Compton y dispersión de Rayleigh).

$$\begin{aligned} \frac{1}{I}dI &= -\mu dx \\ \int \frac{1}{I}dI &= -\mu \int dx \\ \therefore I &= I_0 e^{-\mu x} \end{aligned} \quad (3.3)$$

Por otro lado, si el espesor de materia donde los fotones son absorbidos no es homogéneo, entonces la función (3.3) se convierte en:

$$I = I_0 e^{-\int \mu dx} \quad (3.4)$$

3.3. Coeficiente de atenuación lineal

Suponiendo un haz monoenergético de fotones que inciden sobre un sólido con una energía ε_0 y una densidad de flujo de fotones,

$$[I] = \frac{\text{Energía}}{\text{Área} \cdot \text{tiempo}}$$

donde I depende de la frecuencia ν , la expresión que describe el decremento del flujo conforme la radiación electromagnética penetra en el sólido, y que obtuvimos directamente de la *ley de Lambert* es $I = I_0 e^{-\mu x}$, donde nombraremos a μ el coeficiente de absorción lineal μ_l , que nos da una medida de la probabilidad de que los fotones choquen con átomos en un espesor dx , el valor de la probabilidad puede cambiar si cambiamos la fase del material pues su espesor ya no es el mismo, este coeficiente se define como:

$$\mu_l \equiv -\frac{dI}{I dx}$$

Entonces, el coeficiente de absorción lineal es una medida de qué tanta fracción de intensidad es absorbida cuando el haz atraviesa una unidad de volumen del material, y sus unidades son

$$[\mu_l] = \frac{\text{No. de fotones absorbidos}}{\text{No. de fotones incidentes por unidad de longitud}} = \text{cm}^{-1},$$

para un material con una densidad ρ y un número atómico Z . Entonces, despejando a μ_l de la ecuación (3.3) se obtendrá una expresión para el coeficiente de atenuación lineal cuyo valor cambiará conforme cambiemos Z , que puede ser medido experimentalmente si conocemos las intensidades a la entrada como a la salida y mantenemos el espesor de la muestra dx constante. Por lo tanto, la expresión para μ_l quedará como

$$\begin{aligned} \ln I &= \ln (I_0 e^{-\mu_l x}) = \ln I_0 - \mu_l x \\ \mu_l x &= \ln I_0 - \ln I = \frac{1}{x} \left(\ln \frac{I_0}{I} \right) \\ \therefore \mu_l &= \frac{1}{x} \left(\ln \frac{I_0}{I} \right) \end{aligned} \quad (3.5)$$

Como se ha demostrado en experimentos, si cambiamos la fase y la homogeneidad del elemento el valor de μ_l cambia, y para algunas mediciones es mejor eliminar esta

dependencia. Como veremos más adelante, será necesario hacer una aproximación y definir un nuevo coeficiente de atenuación. En las referencias [1][5] se pueden consultar más detalles acerca de este coeficiente.

3.4. Coeficiente de atenuación másico

Consideremos un haz de rayos-X con intensidad I que depende de cada frecuencia ν , y que incide en el medio con una unidad de sección eficaz, si el material es homogéneo entonces la densidad $\rho = cte$ y tomando en cuenta que $dx = \frac{dv}{A}$ y $dv = \frac{dm}{\rho}$ tenemos que la ecuación (3.2) cambiará de tal forma que

$$\begin{aligned} \frac{dI}{I} &= -\mu dx = -\frac{\mu}{A} dv = -\frac{\mu}{A\rho} dm = -\frac{\mu}{\rho} d\left(\frac{m}{A}\right) = -\frac{\mu_m}{\rho} d\mathbf{m} \\ \therefore \frac{dI}{I} &= -\frac{\mu_m}{\rho} d\mathbf{m} \end{aligned} \quad (3.6)$$

Y μ_l se transformará en μ_m , este coeficiente ya no depende del estado físico del medio. Donde \mathbf{m} tiene unidades de masa por unidad de área y

$$\begin{aligned} \rho dx &= \frac{1}{A} dm = d\left(\frac{m}{A}\right) = d\mathbf{m} \\ \rho dx &= d\mathbf{m} \end{aligned}$$

entonces, $\rho x = \mathbf{m}$ y se le llamará densidad plana y sus unidades son gcm^{-2} . Ahora bien, haciendo el mismo procedimiento que se hizo para obtener la ecuación (3.2) obtendremos una ecuación para la I que involucra el coeficiente de atenuación másico que llamaremos μ_m

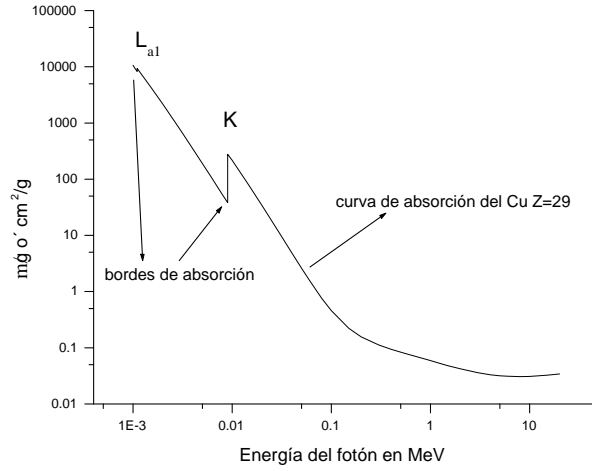


Figura 3.2: Coeficiente de absorción lineal μ_l para el Cu. $L_{\alpha 1}$ y K corresponden a las capas u orbitales donde ocurre la absorción de un fotón, por cualquiera de los tres mecanismos que se vieron en el capítulo anterior.

$$\begin{aligned}
 \frac{1}{I}dI &= \frac{-\mu_m}{\rho}dm \\
 \int \frac{1}{I}dI &= \frac{-\mu_m}{\rho} \int dm \\
 \therefore I &= I_0 e^{-\frac{\mu_m}{\rho}m}
 \end{aligned} \tag{3.7}$$

Si tomamos en cuenta que $\mathbf{m} = \rho x$ la ecuación (3.7) se convierte en

$$I = I_0 e^{(-\frac{\mu_m}{\rho})\rho x} \tag{3.8}$$

Esto quiere decir que, para materiales homogéneos y fotones con energías mayores a 10keV, se cumple la aproximación $\mu(\rho, Z, \varepsilon_0) \rightarrow \mu(Z, \varepsilon_0)$, y las unidades del coeficiente de atenuación másico serán

$$\left[\frac{\mu_m}{\rho} \right] = \frac{\text{N. de fotones absorbidos}}{\text{No. de fotones incidentes} \left(\frac{\text{masa}}{\text{area}} \right)} = \text{gcm}^{-2}.$$

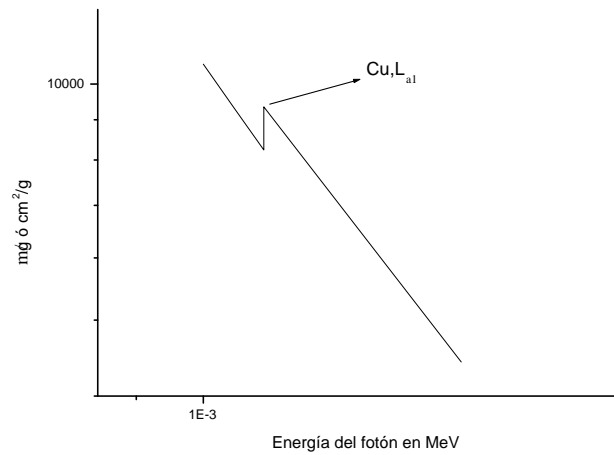


Figura 3.3: Acercamiento de la capa L del Cu. Como se puede ver, la discontinuidad es muy pequeña comparada con la discontinuidad que hay en la capa K, por lo que un fotón con energía característica de la capa K será más energético que uno de la capa L.

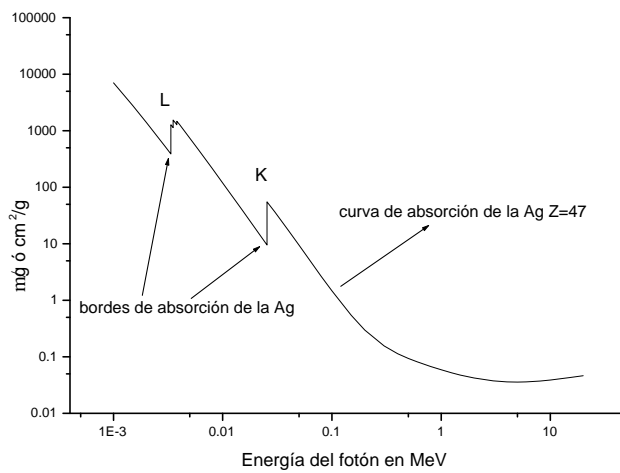


Figura 3.4: Coeficiente de absorción lineal μ_l para la Ag.

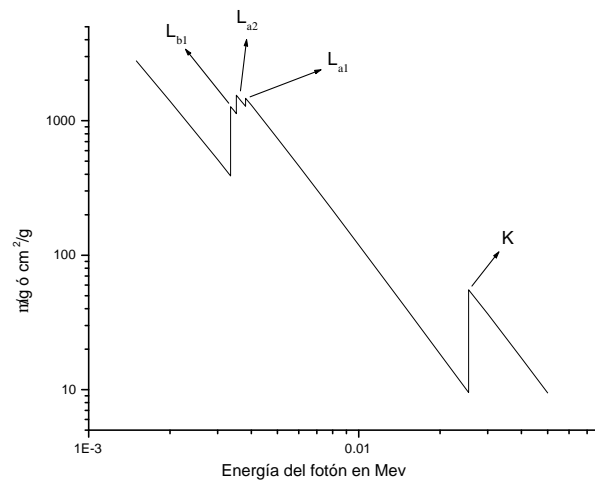


Figura 3.5: Acercamiento de la capa L de la Ag. Como se puede ver, las discontinuidades por las que está formada la capa L, son muy pequeñas comparadas con la discontinuidad que hay en la capa K, por lo tanto la capacidad de absorber o emitir un fotón serán diferentes, pues la probabilidad de transición es mayor en la capa K que en la capa L.

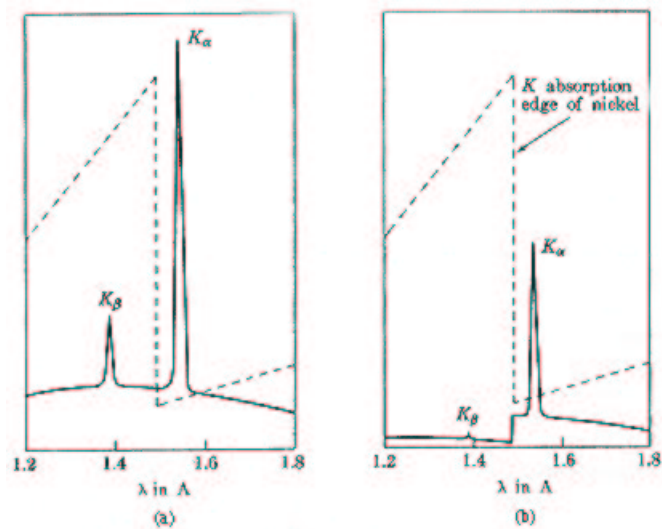


Figura 3.6: Representación esquemática de los bordes de absorción o ventanas, longitudes de onda para las que ocurre la absorción de rayos-X eliminando total o parcialmente la radiación de los extremos. En la figura (a) el espectro del Cu no ha sido filtrado, mientras que en la figura (b) ha sido ya filtrado. La línea punteada corresponde a la curva de absorción del Ni y las discontinuidades son llamados bordes o ventanas de absorción.

Este coeficiente no depende de la densidad del medio, es decir, si experimentalmente obtenemos el coeficiente de absorción másico del agua en fase líquida veremos que es el mismo valor que el de la fase de vapor. Por último hay que tomar en cuenta que en el proceso de absorción suceden más de un fenómeno que se pueden considerar mecanismos de absorción entonces, la μ_{total} será igual a la suma de los procesos de absorción producidos por el efecto fotoeléctrico, el fenómeno de dispersión de Compton y el fenómeno de dispersión de Raleigh[1][5].

$$\mu_{total} = \mu_{ph} + \mu_c + \mu_{coh}. \quad (3.9)$$

Ahora bien, teniendo en cuenta todas estas ideas acerca de los coeficientes de absorción, se pueden realizar gráficas con datos experimentales que permitan observar ciertas discontinuidades, como se muestran en las figuras 3.4 y 3.2 (lugares donde ocurren los procesos de absorción vistos en el capítulo anterior) de las cuales estamos muy interesados, pues son esas ventanas a través de la acción de filtros, las que permitirán monocromatizar el haz de rayos-X.

3.5. Fórmula empírica de absorción

Una vez interpretado los experimentos, surgen las ecuaciones empíricas, y para el coeficiente de absorción μ existe una que explica la dependencia del coeficiente de absorción en la longitud de onda y, a su vez, con la frecuencia y con el número atómico Z , del elemento que se usa. “En 1914 Siegbahn mostró que los valores de μ_m para un elemento dado disponible en ese tiempo, podía ser expresado por la formula.”[5]

$$\mu_m = C' \lambda^n, \quad (3.10)$$

donde C' es una constante diferente para cada elemento. Más adelante *Bragg* y *Pierce* experimentaron con diferentes elementos para observar la dependencia de C' con respecto al número atómico del elemento que se utiliza para absorber la radiación electromagnética en el espectro de los rayos-X[5]. Ellos experimentaron con elementos que van desde el Al $Z = 13$ hasta el Au $Z = 79$; la interpretación de los valores del coeficiente de absorción atómico μ_a arrojó la siguiente ecuación empírica

$$\mu_a = CZ^4\lambda^{5/2}. \quad (3.11)$$

Por último, *Hull* y *Rice* escribieron la forma general de la ecuación empírica de absorción[5], que es

$$\mu_a = CZ^m\lambda^n + \sigma_a(Z, \lambda). \quad (3.12)$$