

UNIVERSIDAD DE LAS AMÉRICAS PUEBLA

ESCUELA DE CIENCIAS

DEPARTAMENTO DE ACTUARÍA, FÍSICA Y MATEMÁTICAS

**UDLAP**®

**ESTUDIO DE LA COHERENCIA PARCIAL  
APLICADO A DISTRIBUCIONES  
ESPECTRALES DE FUENTES DE LUZ  
EXTENDIDAS**

TESIS QUE, PARA COMPLETAR LOS REQUISITOS DEL PROGRAMA DE  
HONORES PRESENTA EL ESTUDIANTE

FERNANDO SÁNCHEZ AVILÉS

ID: 160078

DR. WANDERSON MAIA PIMENTA

SAN ANDRÉS CHOLULA, PUEBLA.

PRIMAVERA, 2022

TESIS QUE, PARA COMPLETAR LOS REQUISITOS DEL PROGRAMA DE  
HONORES PRESENTA EL ESTUDIANTE FERNANDO SÁNCHEZ AVILÉS  
CON ID: 160078

DIRECTOR DE TESIS

---

Dr. Wanderson Maia Pimenta

PRESIDENTE DE TESIS

---

Dra. Milagros Zeballos Rebaza

SECRETARIO DE TESIS

---

Dr. Miguel Ángel Ocaña Bribiesca

## AGRADECIMIENTOS

---

Mis agradecimientos van dirigidos a todos aquellos que de alguna forma contribuyeron al desarrollo de este trabajo y que en algún punto marcaron una diferencia en mi desempeño.

A todos mis docentes y en especial a mi mentor, el Dr. Wanderson Maia Pimenta, por su constante, estricta, completa y fortalecedora enseñanza y ayuda. Su tiempo dedicado y conocimiento brindado fue y será una herramienta para mi desarrollo y mi futuro que jamás olvidaré y por la que siempre estaré agradecido. Al Dr. Víctor Andreevich Vysloukh Enisova, por introducirme a esta bella rama de la física y por el poco, pero valioso tiempo brindado con conocimiento.

A mis compañeros generacionales, por todas las risas, buenos momentos, horas de estudio y apoyo brindado a lo largo de nuestros estudios. Es un honor para mí haber compartido mis primeros años de formación con tan grandes almas y mentes.

A mis amigos, Carlos, Mauricio, Andrés, José y Enrique, por su apoyo, su paciencia conmigo y por comprender que mi dedicación no rompe nuestra amistad forjada a lo largo de los años. A Andrea, por ser mi compañera y soporte durante este trayecto, por su apoyo, paciencia y fe en mí cuando más la necesitaba y por darme nuevas perspectivas a mis dificultades.

Finalmente, un agradecimiento a mis padres. A mi padre, David, por su disciplina y dedicación heredada a mí, que fue de gran ayuda durante mi desarrollo y por su incondicional apoyo y amor. Un agradecimiento especial a mi madre, Lucy, pues sin ella, nada de esto sería posible. Gracias por su apoyo, comprensión, amor, motivación y perseverancia incondicional hacia mí. Este trabajo es en gran parte gracias a ella y a su inmenso apoyo.

# Índice

<b>1. Introducción</b>	<b>5</b>
<b>2. Conceptos básicos</b>	<b>9</b>
2.1. Ecuación de onda . . . . .	9
2.2. Propiedades de las ondas . . . . .	10
2.3. Interferencia . . . . .	11
2.4. Interferómetro de Doble rendija . . . . .	16
2.5. Interferómetro de Michelson . . . . .	19
<b>3. Coherencia</b>	<b>23</b>
3.1. Coherencia parcial . . . . .	23
3.2. Coherencia espacial . . . . .	30
<b>4. Distribución espectral</b>	<b>43</b>
4.1. Fuentes lorentzianas . . . . .	43
4.2. Fuentes gaussianas . . . . .	48
<b>5. Propuesta experimental</b>	<b>55</b>
5.1. Arreglo experimental . . . . .	55
5.2. Metodología . . . . .	58
5.3. Discusión . . . . .	59
<b>6. Conclusiones</b>	<b>62</b>
<b>A. Teorema de Wiener-Khinchin</b>	<b>66</b>
<b>B. Obtención del espectro del mercurio</b>	<b>67</b>

## Resumen

La teoría de coherencia parcial de la luz es un área de alta importancia para los fenómenos de interferencia pues su estudio revela propiedades intrínsecas de las fuentes lumínicas directamente relacionadas a los patrones de interferencia generados con estas fuentes. Durante este escrito se exploran las bases del fenómeno de interferencia, se analizan las características de la función grado de coherencia y cómo esta dicta las correlaciones espaciales y temporales entre dos fuentes de luz. Esto es realizado con la finalidad de analizar su comportamiento considerando una dispersión de frecuencias debido a las características internas de la fuente. Como resultado de estas consideraciones, las distribuciones espectrales corresponden a funciones gaussianas y lorentzianas que alteran el comportamiento de la función grado de coherencia. Para finalizar se hace una propuesta de arreglo experimental, tomando en consideración las características necesarias analizadas en este escrito, con el fin de corroborar la teoría aquí presentada.

**Palabras clave:** Interferometría, Coherencia, Fuentes gaussianas, Fuentes lorentzianas, Grado de coherencia.

# 1. Introducción

Históricamente, el concepto de Óptica se refiere y explica la naturaleza de la luz visible y no visible. Es una de las ramas de la física más antiguas que contempla las propiedades de la luz y su comportamiento [1]. La óptica se ha ido desarrollando a través del tiempo, desde los griegos con Euclides, Herón de Alejandría, Pitágoras alrededor del año 500 a. C. y pasando por los árabes con Ibn Sahl y Alhazen [2] alrededor del año 1000 d. C. Muchos de estos personajes estudiaron pequeños conceptos básicos de la óptica teniendo explicaciones y resultados cercanos pero muchas veces sin acertar totalmente en la naturaleza real del fenómeno que describían debido a las limitaciones de aquel entonces. Por mencionar un ejemplo, Pitágoras, muy conocido por el teorema que lleva su propio nombre, proponía que la luz se producía por rayos que emergían de los ojos humanos hasta rebotar en los objetos que vemos [3].

Algunos científicos durante el siglo XVII y XVIII, como Simeon Poisson y Sir Isaac Newton, quien además fue uno de los primeros científicos en investigarla a fondo formalmente y que describía la luz como "Rayos" compuestos por pequeñas partículas emitidas por sustancias brillantes llamadas corpúsculos [4], no estuvieron de acuerdo con las observaciones experimentales que sí podían ser explicadas con la teoría ondulatoria [2]. No obstante, Christiaan Huygens, un contemporáneo de Newton, interpretó la propagación de la luz como un movimiento ondulatorio que se emite en todas las direcciones en forma de un frente de onda [4]. Para dar claridad a este concepto, es útil imaginar burdamente la propagación de una onda sobre una superficie, por ejemplo, una superficie líquida o muy blanda. Con esto en mente, si se induce un estímulo que mueva las partículas de la superficie, este estímulo o impulso viajará de manera radial alejándose del punto de impulso ubicado en el centro. Esto es muy fácil de observar al aventar una piedra sobre algún estanque en calma o golpear suavemente una superficie muy blanda. Al analizar lo que sucede, se observarán crestas y valles sobre la superficie una vez se realizó el impulso, o en otras palabras, su magnitud. Se puede notar que todos los puntos a la misma distancia del centro poseen la misma magnitud, por esta razón se observa que las crestas y valles forman círculos concéntricos casi perfectos. Como se verá durante el Capítulo 2, esto se relacionará con la fase de la onda y que cada valle o cresta corresponde a una fase determinada. Así es posible decir que la ubicación de todos los puntos en los que, la fase de cada onda que viajan en direcciones diferentes, es la misma y forma círculos concéntricos [2]. Adaptando esto a un panorama tridimensional, se define a un frente de onda como una superficie en la cual las fases de las ondas son iguales para cada una de ellas [2].

Fue esta descripción de frente de onda la que permitía dar explicación directa a propiedades observadas de la luz y a fenómenos ópticos conocidos como la interferencia o la difracción [5]. Como resultado fue posible analizar cómo interactúa una onda de luz con otras en el espacio y se observó que esto dependerá de distintos factores como la frecuencia de la onda, su amplitud y una fase [4]. A estas interacciones se les conoce como la ya mencionada interferencia y parte de la visualización de la luz como una onda, utilizando las propiedades de movimiento ondulatorio. El comportamiento de la interferencia de la luz está fuertemente influenciado por la constante de fase de la onda

y al compararse con la constante de fase de otra onda, la diferencias entre ambas dicta la relación existente entre dos o más ondas. De esta forma, a inicios del siglo XIX Augustin Jean Fresnel y Thomas Young añadieron veracidad al dar demostraciones de esta descripción [2]. Especialmente Young, fue un físico, matemático, médico y egiptólogo británico nacido en 1773, estudió medicina en Londres, Edimburgo y Gotinga. Sin embargo es muy conocido, sobre todo, por sus trabajos acerca de la rama de la física, la óptica. Gracias a esto estableció el principio de la interferencia de la luz en sus escritos titulados "*The Bakerian Lecture. On the theory of light and colours*". Su logro más contrastante para esta investigación es su interferómetro de doble rendija que ideó en 1802 d.C. para demostrar el comportamiento ondulatorio de la luz [6].

Esta postura ganó más peso décadas después tras la demostración matemática realizada por el físico matemático James Clerk Maxwell [2], en la que probaba mediante la obtención de una ecuación diferencial que la radiación electromagnética poseía un comportamiento ondulatorio, sumado además que, previamente el científico Michael Faraday descubrió en 1845 una relación entre el electromagnetismo y la radiación al cambiar la dirección de polarización de rayos linealmente polarizados utilizando campos magnéticos [2]. Con el paso del tiempo el desarrollo científico sobre la luz permitió idear otros tipos de interferómetro. De estos, uno posee un papel histórico considerablemente importante y es el interferómetro de Michelson. Este interferómetro fue presentado en 1887 en el experimento de Michelson-Morley [7] que tuvo como objetivo la demostración del éter mediante la observación de diferentes velocidades de la luz con la traslación de la Tierra. Para esto, se requería un nivel de precisión bastante alto y dicho interferómetro posee alta sensibilidad a pequeñas perturbaciones. Como es sabido actualmente, dicha existencia se refutó con este mismo experimento, al no poder comprobarlo experimentalmente y años después con la Teoría de la Relatividad General de Albert Einstein.

La diferencia entre fases es un factor de alta sensibilidad dentro del fenómeno de interferencia, al grado de que estas interacciones pueden ser aprovechadas para su uso en mediciones de alta precisión [5], como se mencionó con el experimento Michelson-Morley. La rama que estudia estas mediciones mediante el uso de luz coherente, que es luz que posee la característica de mantener su fase constante por un intervalo de tiempo, es llamada interferometría y sus bases pueden ser descritas mediante la profundización en la teoría de coherencia [4]. Esta estudia las correlaciones reflejadas en las fases de fuentes de luz, determinando un nivel de coherencia de acuerdo a su variabilidad espacial y temporal. Los arreglos de interferometría deben ser construidos considerando las bases establecidas por la teoría de coherencia. La interferometría es utilizada en arreglos como el interferómetro L.I.G.O. para la detección de ondas gravitacionales [8], el Telescopio del Horizonte de Sucesos (E.H.T. por sus siglas en inglés) que utiliza interferometría de muy larga base (V.L.B.I. por sus siglas en inglés) basada en la correlación de señales de luz en distintos puntos espaciales del planeta [9] o puede ser usada para medir deformaciones aplicadas a objetos de estudio iluminándolos antes y después de la deformación [10]. Arreglos experimentales de este tipo deben considerar las condiciones espaciales que son determinadas por la diferencia de constantes de fase por un periodo de tiempo [11], sabiendo así las condiciones necesarias para realizar un experimento de interferencia.

Sin entrar en demasiado detalle, por el momento, la coherencia de la luz es la propiedad de la misma de mantener un pulso de luz invariante por un tiempo determinado y es fundamental para realizar fenómenos de interferencia [12]. La teoría de coherencia es implementada en áreas como astronomía y metrología mediante el análisis de las correlaciones existentes entre fuentes de luz. Las aplicaciones que puede poseer dependen de su aprovechamiento y de cómo se manejen las fuentes de luz en arreglos experimentales de acuerdo a distintos propósitos, como muchas otras áreas de la física. Por ejemplo, su implementación tiene usos potenciales en el área médica como propuesta de diagnóstico no invasivo en la formación de imágenes como la Tomografía de Coherencia Óptica (O.C.T. por sus siglas en inglés) que compara señales, mediante interferencia, que pasan a través de una muestra y una referencia y así producir una imagen transversal en tiempo real del objeto en cuestión [13, 14, 15]. Además, para su funcionamiento se han utilizado fuentes de luz de corta longitud de coherencia como lámparas de halógeno, estas pueden abaratar los costos de producción, pues son fuentes de luz más comunes y más accesibles para su utilización [16].

Mantener la coherencia por un tiempo prolongado es fácilmente alcanzable en láseres como los de alta calidad utilizados en L.I.G.O. o V.I.R.G.O. (otro interferómetro construido con el mismo propósito [17]) o cualquier láser de menor nivel. Por otro lado, la teoría de coherencia permite conocer las características necesarias que un arreglo experimental debe tener de acuerdo a la fuente utilizada, sin restricciones de si esta es monocromática o no. Como se ha observado, es posible el empleamiento de haces de luz no monocromáticos en interferometría, por ejemplo, experimentos de interferometría heterodina, que son arreglos interferométricos que utilizan dos frecuencias distintas, han proporcionado resultados de medición con exactitud del orden de nanómetros o angstroms mediante la variación del camino óptico en base a la coherencia temporal utilizando fuentes blancas de luz [18, 19, 20].

Con esto en cuenta, en este trabajo se estudia cómo la teoría de coherencia permite analizar propiedades intrínsecas de las fuentes de luz, pues es posible analizar la correlación que existe entre fuentes con un nivel de coherencia donde el comportamiento de esta correlación no es la misma para todos los tipos de fuentes. La naturaleza en la que estos emiten la radiación reflejará un comportamiento determinado en la correlación basada en el nivel de coherencia de las fuentes. Por lo que este comportamiento proporcionará características específicas para esa fuente de luz y puede ser utilizada para su caracterización [21].

De esta forma, durante el Capítulo 2 se plantearán las bases de la óptica y se analizarán las propiedades de la luz para introducir las condiciones de interferencia para una fuente con fase constante y cómo esta descripción es aplicada a dos tipos de interferómetros, el interferómetro de doble rendija y el interferómetro de Michelson. Tomando en consideración lo visto en el Capítulo 2, el Capítulo 3 examinará el escenario con una fase variable en el tiempo y cómo esta cambia las interacciones entre dos haces de luz en dos perspectivas; considerando su variación en el tiempo y considerando su variación espacial. Determinando de esta manera condiciones espaciales para la luz y que deben

ser tomadas en cuenta en cualquier arreglo experimental que involucre interferencia de la luz. Una vez establecidas las bases de la interferencia de la luz y la teoría de coherencia parcial, se analizarán durante el Capítulo 4 las propiedades de la luz mediante el análisis de la generación de la luz para dos tipos de fuentes cuyos átomos están o no en movimiento y cómo dicta el comportamiento la función grado de coherencia dependiendo de estas consideraciones. Así, en consideración de lo analizado en los capítulos anteriores, se propondrá una propuesta experimental en el Capítulo 5 que será diseñada bajo las condiciones impuestas por las características de las fuentes y la luz que esas irradian para medir las propiedades de la función grado de coherencia y poder caracterizarlas en la categoría lorentziana o gaussiana. Al igual se describe el método a realizar para la obtención de datos. Finalmente, durante el Capítulo 6 se hará una conclusión del trabajo aquí presentado.

## 2. Conceptos básicos

Durante este capítulo se hará una breve introducción a las ondas electromagnéticas y la interferencia. Se comenzará recordando un poco sobre la definición de sus propiedades, por qué se considera su naturaleza como ondulatoria hasta las bases de las interacciones entre diferentes ondas de luz y cómo estas bases se aplican a arreglos experimentales como el interferómetro de Thomas Young y Michelson.

### 2.1. Ecuación de onda

Es bien sabido, gracias a la teoría electromagnética, que las propiedades electromagnéticas en un punto en el espacio vacío están determinadas por dos componentes, el campo eléctrico  $\vec{E}$  y el campo magnético  $\vec{B}$ . Estos campos variarán a lo largo del espacio y tiempo por lo que es posible determinar que sus derivadas temporales y espaciales están relacionadas mediante las siguientes ecuaciones [22]:

$$\vec{\nabla} \times \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}, \quad (1)$$

$$\vec{\nabla} \times \vec{B} = \mu_0 \vec{J} + \mu_0 \epsilon_0 \frac{\partial \vec{E}}{\partial t}, \quad (2)$$

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{E} = \frac{\rho}{\epsilon_0}, \quad (3)$$

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{B} = 0, \quad (4)$$

donde  $\vec{E}$  y  $\vec{B}$  son el campo eléctrico y campo magnético respectivamente,  $\epsilon_0$  es la permitividad eléctrica del vacío,  $\mu_0$  es la permeabilidad magnética del vacío,  $\rho$  es la densidad de cargas existentes en el espacio y  $\vec{J}$  es la densidad de corriente. Este conjunto de cuatro ecuaciones se conocen como ecuaciones de Maxwell y el desarrollo matemático de las mismas permite la obtención de dos ecuaciones diferenciales para el campo eléctrico y magnético:

$$\vec{\nabla}^2 \vec{B} - \epsilon_0 \mu_0 \frac{\partial^2 \vec{B}}{\partial t^2} = 0, \quad (5)$$

$$\vec{\nabla}^2 \vec{E} - \epsilon_0 \mu_0 \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2} = 0. \quad (6)$$

Estas ecuaciones son las ecuaciones diferenciales de onda para el campo magnético y eléctrico, respectivamente. Es posible observar que las ecuaciones 1 y 2 relacionan ambos campos y al desarrollarlas matemáticamente, la dirección de ambos es ortogonal entre ellos y oscilan en fase. Sumado a esto, la magnitud de las amplitudes de las ondas compuestas por el campo eléctrico y magnético poseen un gran contraste entre ellas, siendo la amplitud del campo eléctrico  $c$  veces más grande que la del campo magnético, donde  $c$  se refiere a la magnitud de velocidad de la luz. Debido a esto, únicamente se considera el campo eléctrico oscilante para describir a la luz y sus efectos [22].

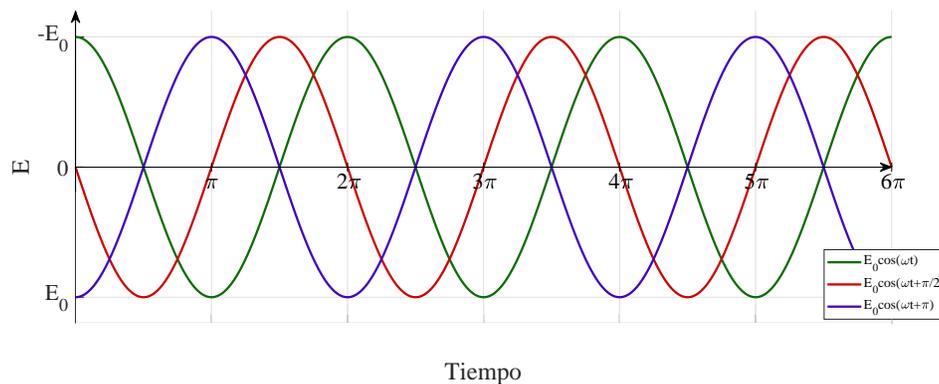
## 2.2. Propiedades de las ondas

Para realizar una breve introducción, es necesario mencionar que una solución, de varias, a las ecuaciones diferenciales de onda representadas por las ecuaciones 5 y 6, es una onda plana monocromática que se propaga en una dirección  $\vec{r}$ . Una muy buena aproximación de este tipo de ondas puede ser obtenida a partir de cualquier fuente de luz esférica. Si la luz se propaga una distancia considerablemente larga, las ondas se aproximarán a ondas planas de una manera bastante aceptable. Un ejemplo claro son los rayos provenientes del Sol, pues es una fuente esférica que debida a la gran distancia de separación, los rayos incidentes en la Tierra llegan en forma de ondas planas y es fácil comprobarlo al notar que cada rayo es paralelo a todos los demás. Las ondas planas pueden ser descritas por la siguiente ecuación:

$$\vec{E}(\vec{r}, t) = \vec{E}_0 e^{i(\vec{k} \cdot \vec{r} - \omega t + \phi)}, \quad (7)$$

donde  $\vec{E}(\vec{r}, t)$  determina la magnitud de la onda a un momento  $t$  en una posición  $\vec{r}$ ,  $\vec{E}_0$  es la amplitud de la onda para cualquier posición, de esta manera la onda oscilará entre valores de  $\vec{E}_0$  y  $-\vec{E}_0$ . Por último, la propagación del campo de una onda se determina dentro del argumento de la función coseno por  $\vec{k} \cdot \vec{r} - \omega t + \phi$ , conocido como fase, proporciona información sobre la frecuencia y su desplazamiento en un determinado medio o vacío. El vector  $\vec{k}$ , llamado vector de propagación, determina la dirección de propagación de la onda. Omega ( $\omega$ ) corresponde a la frecuencia angular de la onda y  $\phi$  corresponde a una constante de fase que varía de 0 a  $2\pi$  [23].

La constante de fase  $\phi$  se puede interpretar como un desplazamiento añadido a la posición la onda respecto a un punto de referencia como se observa en la Figura 1 y la interacción entre una o más ondas está fuertemente influenciada por la variación de la fase de la onda [24].



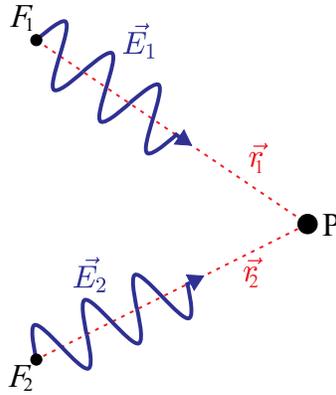
**Figura 1:** Ondas planas con constantes de fase  $\phi = 0$  para la línea verde,  $\phi = \pi/2$  para la línea roja y  $\phi = \pi$  para la línea azul.

Como se observa en la Figura 1, se muestran tres ondas planas con las mismas amplitudes y frecuencias, sus colores son una forma de apoyo visual para diferenciar cada una

de las demás, igualmente se tomó arbitrariamente el valor de  $r = 0$ . La única variación entre las ondas es su constante de fase  $\phi$  que no cambia la frecuencia ni la amplitud de la onda, únicamente añade un desplazamiento temporal o espacial, como se verá en futuros capítulos. De esta forma, en la Figura 1, la onda con  $\phi = 0$  no está ubicada en la misma posición temporal que la onda con  $\phi = \pi/2$ , sino que esta está desplazada en otro tiempo y da a entender que la onda tendrá valores de, por ejemplo,  $E_0$  en distintos tiempos que las demás ondas. De tal forma que, si una onda cuya constante de fase es diferente a la de otra onda con misma amplitud y frecuencia, la influencia entre ambas será diferente dependiendo de qué tan grande sea la diferencia entre sus constantes de fase.

### 2.3. Interferencia

Cuando más de una onda electromagnética se superponen en un solo punto espacial, estas deben obedecer el principio de superposición [23]. Esto significa que la suma de dos campos eléctricos diferentes descritos por la Ecuación 7 satisfacen de igual manera la Ecuación 6, justo como lo harían cada onda si no se sumaran. Una representación gráfica puede ser observada en la siguiente figura:



**Figura 2:** Par de ondas electromagnéticas incidiendo en un mismo punto.  $F_1$  y  $F_2$  representan dos fuentes de luz que generan ondas planas etiquetadas como  $\vec{E}_1$  y  $\vec{E}_2$ , respectivamente. Las letras  $\vec{r}_1$  y  $\vec{r}_2$  representan el camino que las ondas  $\vec{E}_1$  y  $\vec{E}_2$ , respectivamente, recorren espacialmente hasta superponerse en un mismo punto dentro de un medio determinado.  $P$  representa el punto de superposición de  $\vec{E}_1$  y  $\vec{E}_2$ .

De acuerdo a la descripción de la Ecuación 7, se consideran las siguientes ondas planas:

$$\vec{E}_1(\vec{r}, t) = \vec{E}_{01} e^{i(\vec{k}_1 \cdot \vec{r}_1 - \omega t + \phi_1)}, \quad (8)$$

$$\vec{E}_2(\vec{r}, t) = \vec{E}_{02} e^{i(\vec{k}_2 \cdot \vec{r}_2 - \omega t + \phi_2)}. \quad (9)$$

Con esto en cuenta, el campo eléctrico  $\vec{E}$  resultante por varios campos eléctricos superpuestos en un punto, de acuerdo al principio de superposición descrito anteriormente, está dado por la siguiente relación:

$$\vec{E} = \vec{E}_1 + \vec{E}_2. \quad (10)$$

Posteriormente, la intensidad de la luz se define como  $I = \frac{c\epsilon_0\langle|\vec{E}|^2\rangle}{2}$  y describe la potencia por unidad de área producida por un campo eléctrico [25]. Así, dado que la intensidad en un punto P es proporcional al cuadrado del campo eléctrico, se describirá de la siguiente manera:  $I \propto \langle|\vec{E}|^2\rangle$  y desarrollando el módulo cuadrado del campo eléctrico se tiene que  $|\vec{E}|^2 = \vec{E} \cdot \vec{E}^*$ .

No obstante, no es posible medir un valor instantáneo de la intensidad, pues, como es sabido, la potencia representa la energía por unidad de tiempo. Por lo tanto, la intensidad, por propia definición, considera intervalos temporales. Además, es físicamente complicado para cualquier sensor el detectar luz en tiempos casi instantáneos, por lo tanto, únicamente se pueden realizar promedios temporales para medir la intensidad. De este modo, de la Ecuación 10 se obtiene que:

$$|\vec{E}|^2 = (\vec{E}_1 + \vec{E}_2) \cdot (\vec{E}_1^* + \vec{E}_2^*), \quad (11)$$

luego, considerando únicamente la parte real de la expresión:

$$I \propto \langle|\vec{E}_1|^2\rangle + \langle|\vec{E}_2|^2\rangle + 2 \operatorname{Re}\langle\vec{E}_1 \cdot \vec{E}_2^*\rangle. \quad (12)$$

Por lo tanto, la interferencia es la interacción de más de una onda de luz cuya intensidad resultante se determina por el término  $2 \operatorname{Re}\langle\vec{E}_1 \cdot \vec{E}_2^*\rangle$  y por las intensidades iniciales de cada onda involucrada, llegando a formar una onda con menor, igual o incluso mayor amplitud que las ondas iniciales [5]. Los paréntesis angulares denotan el promedio temporal de alguna función en un intervalo  $T$  de medición, que es mucho mayor al periodo de la onda, de la siguiente manera [21]:

$$\langle f \rangle = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_0^T f(t) dt. \quad (13)$$

Continuando, la interferencia provoca que los máximos o mínimos puedan ser amplificados o cancelados. En referencia con la Ecuación 12, es posible hacer las siguientes definiciones:

$$I_1 \propto \langle|\vec{E}_1|^2\rangle, \quad (14)$$

$$I_2 \propto \langle|\vec{E}_2|^2\rangle, \quad (15)$$

$$I_{12} \propto 2 \operatorname{Re}\langle\vec{E}_1 \cdot \vec{E}_2^*\rangle. \quad (16)$$

La última expresión se conoce como término de interferencia [4] y es de vital importancia como se analizará más adelante. Para evaluarlo se deben considerar las ecuaciones 8 y 9 y evaluar el producto punto entre ellos:

$$\langle\vec{E}_1 \cdot \vec{E}_2^*\rangle = \vec{E}_{01} \cdot \vec{E}_{02} \left\langle \cos(\vec{k}_1 \cdot \vec{r}_1 - \omega t + \phi_1) \cos(\vec{k}_2 \cdot \vec{r}_2 - \omega t + \phi_2) \right\rangle, \quad (17)$$

Hay que recordar que al evaluar el promedio temporal en funciones trigonométricas se tiene que  $\langle\cos(\omega t)\rangle = \langle\sin(\omega t)\rangle = 0$  y  $\langle\cos^2(\omega t)\rangle = \langle\sin^2(\omega t)\rangle = \frac{1}{2}$ . Después, es posible obtener:

$$I_{12} \propto \vec{E}_{01} \cdot \vec{E}_{02} \cos\left(\vec{k}_1 \cdot \vec{r}_1 - \vec{k}_2 \cdot \vec{r}_2 + \phi_1 - \phi_2\right), \quad (18)$$

$$I_{12} \propto \vec{E}_{01} \cdot \vec{E}_{02} \cos \Theta, \quad (19)$$

donde  $\Theta = \vec{k}_1 \cdot \vec{r}_1 - \vec{k}_2 \cdot \vec{r}_2 + \phi_1 - \phi_2$  corresponde a la fase.

Al analizar las ecuaciones 12 y 19, es posible notar que el fenómeno de interferencia radica en el término de interferencia. Como se observa, este posee un comportamiento oscilante debido a una función coseno, que depende de las diferencias entre las fases de las ondas. Además, cuando éste término es cero, se interpreta como la inexistencia del fenómeno de interferencia en el que la intensidad es simplemente la suma de las intensidades iniciales, sin embargo, varias son las razones por las que este término puede ser cero y se analizarán más adelante. No obstante, cuando el término produce la interferencia, se presentan casos poco intuitivos para el sentido común; por ejemplo, bajo ciertas condiciones es posible obtener oscuridad al sumar luz más luz. Este fenómeno variará de acuerdo a distribuciones espaciales, desfases temporales y propiedades de las fuentes de luz. Estas variaciones se ven directamente reflejadas en el término de interferencia, por eso la base de la interferencia radica en este aparentemente simple término y será igualmente una base importante para este trabajo.

De esta manera, es útil notar que cuando los campos  $\vec{E}_{01}$  y  $\vec{E}_{02}$  son perpendiculares, la intensidad  $I_{12}$  es igual a cero, es decir, que no existe interferencia. Por lo tanto, se considerarán campos eléctricos  $\vec{E}_{01}$  y  $\vec{E}_{02}$  paralelos en los que la intensidad estará dada como:

$$I_{12} \propto E_{01}E_{02} \cos \Theta. \quad (20)$$

Para el siguiente paso es necesario notar que:

$$I_1 \propto \langle |E_1|^2 \rangle = \frac{E_{01}^2}{2} \rightarrow E_{01} \propto \sqrt{2I_1}, \quad (21)$$

$$I_2 \propto \langle |E_2|^2 \rangle = \frac{E_{02}^2}{2} \rightarrow E_{02} \propto \sqrt{2I_2}. \quad (22)$$

Así, utilizando las ecuaciones 14 a 22, la intensidad total está dada por:

$$I = I_1 + I_2 + 2\sqrt{I_1 I_2} \cos \Theta. \quad (23)$$

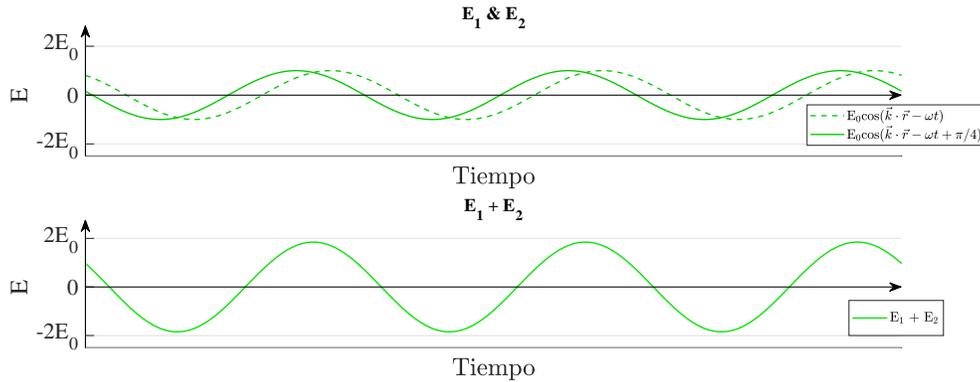
De la Ecuación 23 podemos obtener, por el momento, dos situaciones remarcables:

Ocurre interferencia constructiva máxima cuando  $\Theta = 0, \pm 2\pi, \pm 4\pi, \pm 6\pi, \dots$  [4]:

$$I_{max} = I_1 + I_2 + 2\sqrt{I_1 I_2}. \quad (24)$$

Se dice que varias ondas están en fase cuando sus fases coinciden, es decir, que su diferencia de fase sea un número entero par de  $\pi$ . Si dos ondas están en fase esto provocará el fenómeno de interferencia constructiva máxima. Por otro lado, en el intervalo

$0 < \phi < \pi/4$  y  $3\pi/2 < \phi < 2\pi$ , se dice ambas ondas están fuera de fase, pero la interferencia seguirá siendo constructiva. No alcanzará su punto máximo como se describió anteriormente, pero la suma de ambas ondas dará una amplitud todavía mayor a la amplitud de las ondas individuales.



**Figura 3:** Primera imagen: Ondas planas con fases  $\phi = 0$  y  $\phi = \pi/4$ , ondas cuyas fases casi coinciden. Segunda imagen: Suma algebraica de dos ondas casi en fase. Se utilizó un valor de  $r = 0$  para la realización de las gráficas.

De la misma manera, se dice que ocurre interferencia destructiva mínima cuando ambas ondas están completamente fuera de fase, es decir, cuando  $\Theta = \pm\pi, \pm3\pi, \pm5\pi, \dots$  [4]:

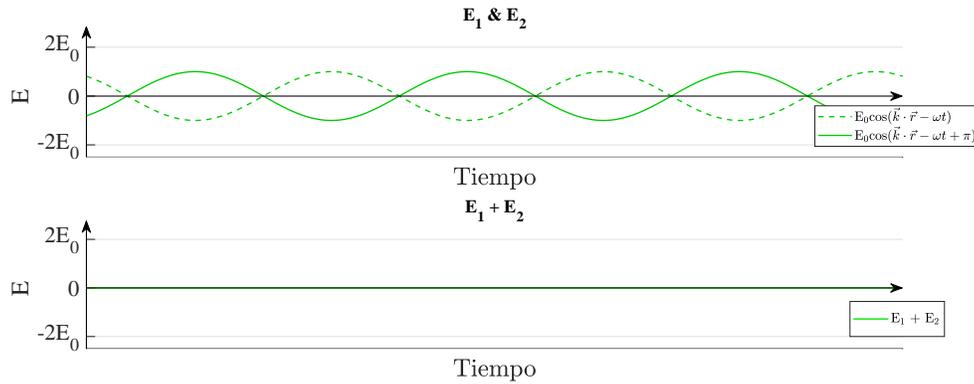
$$I_{min} = I_1 + I_2 - 2\sqrt{I_1 I_2}. \quad (25)$$

Si la diferencia de fase es un número entero impar de  $\pi$ , se refiere a que están desfasadas, dando el fenómeno de interferencia destructiva mínima. De igual forma, si la diferencia de fase varía entre  $\pi/4$  y  $3\pi/2$ , producirá interferencia destructiva. No generará una amplitud igual a 0, pero la suma de ambas ondas dará una amplitud menor a la amplitud individual de cada onda. Retomando, si ninguno de los dos casos se cumplen, es decir, la diferencia de fase no es un número entero de  $\pi$ , entonces se dice que dice que están simplemente fuera de fase.

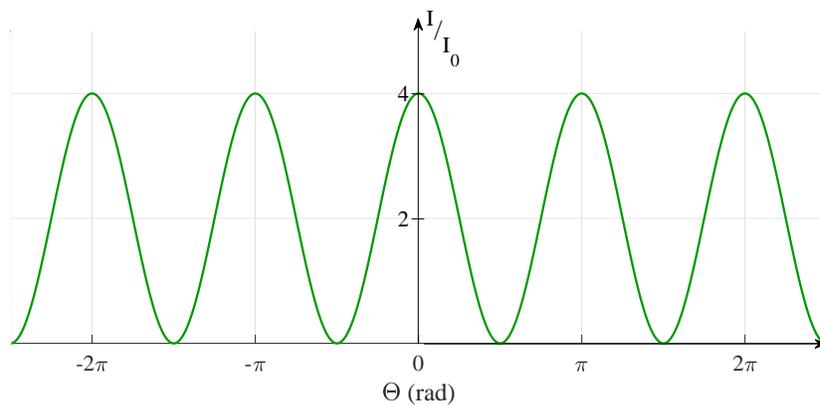
Como se puede observar en la Figura 3, la suma de ambas ondas da como resultado una onda cuya amplitud es casi el doble de las ondas individuales (se eligió intencionalmente no coincidir ambas fases de manera tal que sea sencillo diferenciar ambas ondas). Por otro lado, es notable que en la Figura 4 la suma de ambas ondas elimina por completo el comportamiento ondulatorio, dando como resultado una línea recta cuya amplitud es cero.

Además, en el caso específico cuando  $E_{01} = E_{02} = E_0$ , se tendrá:

$$I = 4I_0 \cos^2 \frac{\Theta}{2}. \quad (26)$$



**Figura 4:** Primera imagen: Ondas planas con fases  $\phi = 0$  y  $\phi = \pi$ , ondas cuyas fases casi coinciden. Segunda imagen: Suma algebraica de dos ondas en desfase. Se utilizó un valor de  $r = 0$  para la realización de las gráficas.



**Figura 5:** Gráfica de la intensidad respecto a  $\Theta$ . Su intensidad varía entre los valores extremos de 0 y  $4I_0$ .

Sumado a esto, asumiendo que ambas fuentes están en fase al momento de ser emitidas y sus constantes de fase se mantienen invariantes en el tiempo, es decir,  $\phi_1 - \phi_2 = 0$ , entonces al analizar la ecuación 26 se tiene que:

$$I = 4I_0 \cos^2 \frac{k(r_1 - r_2)}{2}, \quad (27)$$

observando así, que para casos como el recién analizado, la interferencia dependerá de la diferencia de camino óptico de la luz. A modo de observar gráficamente la variación de la intensidad respecto al valor de  $\Theta$ , se representa este comportamiento en la Figura 5.

Al visualizar este mismo patrón proyectado en una pantalla de observación, se podrá apreciar lo que se conocen como franjas de interferencia y es la manifestación directa de la interferencia producida por un arreglo experimental. Los máximos presentes en la Figura 5 corresponderán a los puntos más brillantes en la pantalla de observación y de la misma manera los mínimos corresponderán a los puntos más oscuros.

Continuando, al observar la Ecuación 27, podemos notar que la función coseno se

maximiza y minimiza en valores específicos. Al considerar que para la interferencia constructiva máxima la función coseno cuadrado es igual a 1, entonces:

$$I_{max} = 4I_0, \quad (28)$$

luego,

$$\frac{k(r_1 - r_2)}{2} = n\pi, \quad (29)$$

después, al aplicar la definición del número de onda, se obtiene una expresión en términos de la longitud de onda:

$$r_1 - r_2 = n\lambda. \quad (30)$$

De la misma manera, se deduce que para la interferencia destructiva mínima se debe cumplir que:

$$r_1 - r_2 = \frac{(2n - 1)}{2}\lambda. \quad (31)$$

De estas ecuaciones se puede apreciar que para que ocurra interferencia máxima y mínima, la diferencia de caminos ópticos debe ser del orden de la longitud de onda utilizada en el fenómeno de interferencia. A partir de esto será conveniente definir una relación entre ambos extremos de acuerdo a la intensidad observada en ambos casos llamada visibilidad [26]:

$$\mathcal{V} = \frac{I_{max} - I_{min}}{I_{max} + I_{min}}. \quad (32)$$

La visibilidad de la luz en el contexto de la óptica, es una medida adimensional para cuantificar qué tan contrastante es un patrón producido por un fenómeno de interferencia entre dos haces de luz a partir del contraste de la intensidad máxima y mínima generada por la interacción de estos haces [27]. Así, considerando en caso anterior, dos ondas monocromáticas con misma polarización y además de misma amplitud, en otras palabras, que  $I_1 = I_2 = I_0$ , entonces:

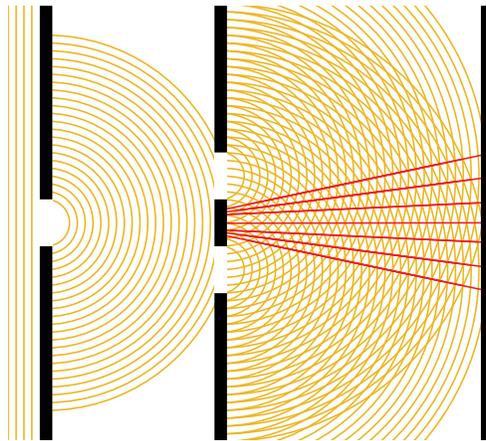
$$\mathcal{V} = \frac{I_0 + I_0 + 2I_0 - I_0 - I_0 + 2I_0}{I_0 + I_0 + 2I_0 + I_0 + I_0 - 2I_0}, \quad (33)$$

$$\mathcal{V} = 1. \quad (34)$$

Si la visibilidad es igual a 1, significa que el patrón de interferencia, además de utilizar ondas cuyas intensidades son iguales, posee mínimos y máximos en donde la interferencia alcanza el máximo y mínimo valor teórico posible, es decir,  $I = 4I_0$  e  $I = 0$ , respectivamente. Más adelante se usará la visibilidad para caracterizar el tipo de fuente.

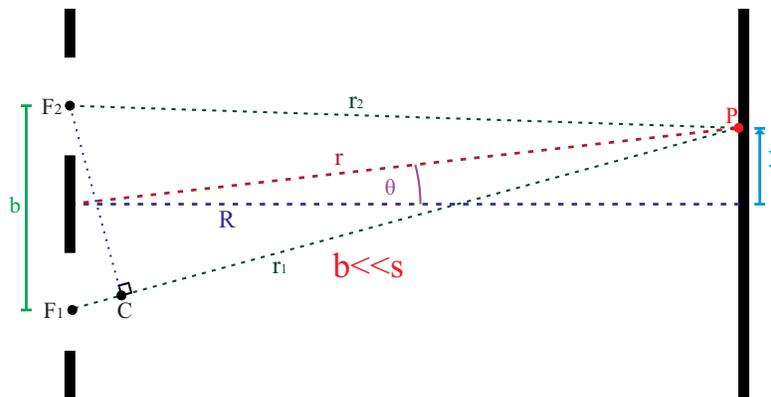
## 2.4. Interferómetro de Doble rendija

Aplicando la teoría previamente analizada, se utilizará el interferómetro de Doble rendija como primer ejemplo, mostrado en el diagrama de la Figura 6. Una onda plana



**Figura 6:** Interferómetro de doble rendija. Las líneas amarillas interpretan los máximos de ondas de luz mientras que las líneas rojas indican los puntos donde las ondas secundarias interfieren constructivamente.

incide en un orificio primario que difracta la luz proveniente de la onda plana, esto produce una única onda que posteriormente incide en dos orificios secundarios que difractan la onda esférica en dos ondas secundarias que producirán interferencia al incidir sobre una pantalla de observación. De este modo, la interferencia estará determinada por la variación en la diferencia de camino óptico que recorren los haces de luz de acuerdo a la Figura 7:



**Figura 7:** Geometría del arreglo experimental del interferómetro de doble rendija.  $F_1$  y  $F_2$  representan la ubicación de la primera y segunda fuente en la doble rendija.  $P$ : Punto de incidencia de los rayos provenientes de las fuentes  $F_1$  y  $F_2$ .  $b$ : Distancia entre las fuentes  $F_1$  y  $F_2$ . Las letras  $r_1$  y  $r_2$  representan las trayectorias de la radiación generada en  $F_1$  y  $F_2$ , respectivamente, al punto  $P$ . La letra  $r$ : Distancia desde el punto medio entre las rendijas al punto  $P$ .  $R$ : Distancia entre el plano de las rendijas al plano de incidencia.  $\theta$ : Ángulo formado entre la distancia  $R$  y  $r$ .  $y$ : Distancia del centro del plano de incidencia al punto  $P$ .  $C$ : Punto de intersección de una línea perpendicular a  $r_1$  que intersecta igualmente en  $F_2$ .

De la Figura 7 se observa que de las rendijas del interferómetro se generan, a partir de una misma fuente inicial, dos fuentes de luz ubicadas en los puntos  $F_1$  y  $F_2$ . Los rayos generados por las fuentes  $F_1$  y  $F_2$  viajarán la distancia  $r_1$  y  $r_2$ , respectivamente, hasta un

punto de incidencia común  $P$ . Aquí es posible observar que los rayos provenientes de  $F_1$  y  $F_2$  recorren los caminos ópticos representados por los segmentos de línea, o distancias,  $r_1$  y  $r_2$ . Dado que ambas fuentes son generadas por una misma fuente, su frecuencia y constante de fase serán las mismas una vez se generen las ondas secundarias en las rendijas, por lo tanto, el término de interferencia dependerá de la diferencia de camino óptico entre los dos rayos generados. De este modo, es posible notar que, si el punto  $P$  no está ubicado en el eje de simetría, la distancia  $r_1$  puede ser mayor a  $r_2$  y viceversa. Así, tomando  $r_1 > r_2$ ,  $r_1$  será igual a la magnitud de  $r_2$  más una diferencia espacial. Es posible obtener esta diferencia si se traza una línea perpendicular a  $r_1$  desde  $F_2$  y el punto de intersección de estas líneas es  $C$ , entonces la diferencia entre ambos caminos ópticos estará determinada por:

$$\overline{F_1C} = \overline{F_1P} - \overline{F_2P} = r_1 - r_2. \quad (35)$$

Igualmente, es posible notar que la relación del tamaño de los lados del triángulo  $F_1F_2P$  con sus ángulos puede ser descrita por la Ley de cosenos ( $c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cos \gamma$ ). Para este caso en particular, el valor de  $c$  corresponde a  $r_2$ , el valor de  $a$  corresponde a  $b$ , el valor de  $b$  corresponde al valor de  $r_1$  y el ángulo  $\gamma$  corresponde a  $\pi/2 + \theta$ . De esta forma, la ley de cosenos en términos de la Figura 7 queda expresada como:

$$r_2^2 = b^2 + r_1^2 - 2br_1 \cos\left(\frac{\pi}{2} + \theta\right), \quad (36)$$

$$\frac{r_2}{r_1} = \left(1 - 2\frac{b}{r_1} \sin(\theta) + \frac{b^2}{r_1^2}\right)^{\frac{1}{2}}. \quad (37)$$

Al expandir utilizando series de Maclaurin se obtiene que:

$$\frac{r_2}{r_1} = 1 - \frac{b}{r_1} \sin(\theta) + \frac{1}{2} \left(\frac{b}{r_1}\right)^2 \cos^2(\theta) + \dots \quad (38)$$

Aclarando que si  $R \gg b$ , entonces el término cuadrático será posible despreciarlo de la expresión y a todos los términos de orden superior;

$$\frac{r_2}{r_1} = 1 - \frac{b}{r_1} \sin(\theta). \quad (39)$$

Así, se puede obtener que:

$$r_1 - r_2 = b \sin(\theta). \quad (40)$$

Si además de esta aproximación, se toma en cuenta que para ángulos pequeños  $\sin(\theta) \approx \theta$ , entonces:

$$r_1 - r_2 \approx b\theta. \quad (41)$$

Sumado a esto, es fácil notar que  $\tan(\theta) = \frac{y}{R}$ , de este modo, al tomar en cuenta la misma aproximación para ángulos pequeños se tiene que:

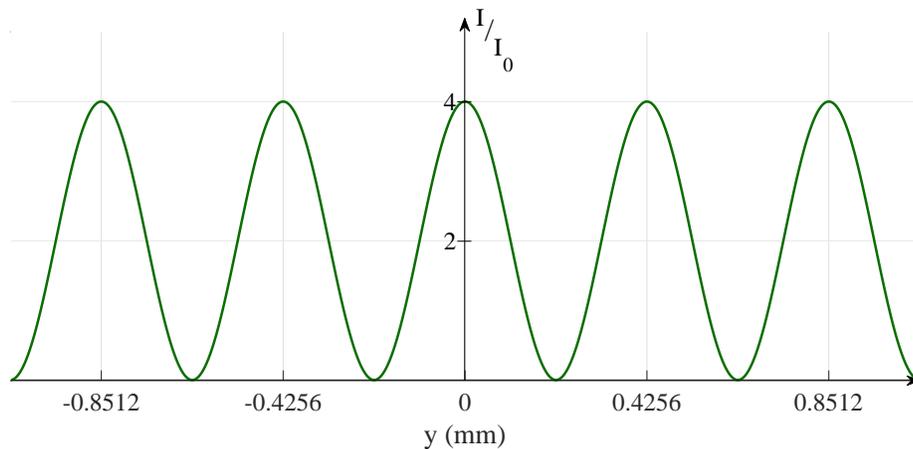
$$\theta \approx \frac{y}{R}. \quad (42)$$

Luego,

$$r_1 - r_2 \approx b \frac{y}{R}. \quad (43)$$

Si esto es sustituido en la Ecuación 27, es posible obtener una función de la intensidad del interferómetro de Young, considerando que  $k = 2\pi/\lambda$ :

$$I = 4I_0 \cos^2 \frac{k(r_1 - r_2)}{2} \approx 4I_0 \cos^2 \frac{yb\pi}{R\lambda}. \quad (44)$$



**Figura 8:** Gráfica de la intensidad del interferómetro de Young. Su intensidad varía entre los valores extremos de 0 y  $4I_0$ . Se consideró un arreglo donde  $b = 2.5$  mm,  $R = 2$  m y se utiliza una longitud de onda de 532 nm.

De esta forma, retomando lo mencionado en la sección anterior, para obtener interferencia constructiva, será necesario que la diferencia de camino óptico sea igual a un número entero de la longitud de onda:

$$r_1 - r_2 = n\lambda \approx b \frac{y}{R}. \quad (45)$$

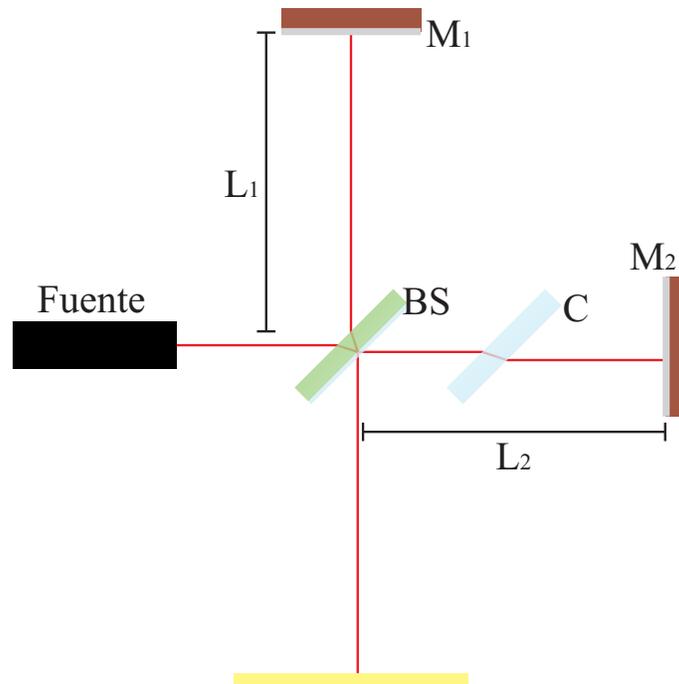
Entonces la distancia de separación de un máximo determinado al centro geométrico en la pantalla de observación estará dado por [4]:

$$y_{max} \approx \frac{Rn\lambda}{b}. \quad (46)$$

## 2.5. Interferómetro de Michelson

Continuando con el estudio de interferómetros, se presentará el interferómetro de Michelson. Este es de los más reconocidos, principalmente por su importancia histórica y practicidad. Su funcionamiento, cuyo diagrama puede ser observado en la Figura 9, inicia con la emisión de un rayo de luz que posteriormente es dividido por un divisor de haz, para luego ser direccionados los dos rayos a dos brazos diferentes, respectivamente. Un rayo es direccionado a través de una longitud  $L_1$ , para ser reflejado en un espejo  $M_1$  devuelta, recorriendo de nuevo la longitud  $L_1$ . Este mismo proceso es aplicado por el segundo rayo a lo largo de la longitud  $L_2$  y el espejo  $M_2$ . En este punto es necesario

aclarar que la longitud de uno de los brazos puede ser modificada en orden de alterar el camino óptico de uno de los dos rayos. Justamente esta cualidad del arreglo permite la observación de variaciones en el patrón de interferencia que ocurre por la recombinación de los rayos por el divisor de haz una vez son reflejados por los espejos en un único rayo que finalmente incide en una pantalla de observación [7]. Para los análisis posteriores, se considerará que la longitud  $L_2$  será aquella distancia variable.



**Figura 9:** Diagrama del interferómetro de Michelson.  $L_1$ : Longitud del brazo vertical.  $L_2$ : Longitud del brazo horizontal.  $M_1$ : Espejo horizontal.  $M_2$ : Espejo vertical. BS: Divisor de haz. C: Cristal compensador.

De acuerdo a qué fuente de luz es utilizada para el arreglo, un segundo cristal es agregado, identificado con C en la Figura 9, en el brazo con longitud  $L_2$ , para así poder compensar el camino óptico extra que recorren los campos en el brazo con longitud  $L_1$ . Este camino óptico es añadido cuando los campos atraviesan el divisor de haz y se reflejan internamente en este para recorrer  $L_1$ . Este cristal debe ser colocado al mismo ángulo respecto a la orientación del brazo  $L_2$  con el divisor de haz, ya que debido a la refracción de la luz, el haz debe atravesar el cristal al mismo ángulo de incidencia que en el divisor de haz y así no producir una diferencia de camino óptico no deseada. De la misma forma, la composición del cristal debe ser la misma que la que forma al divisor de haz, pues el camino óptico se define como  $nL$ , donde  $n$  es el índice de refracción específico del material y  $L$  es la distancia espacial recorrida por el rayo, por lo que no cualquier material puede ser utilizado para compensar el la diferencia de camino óptico no deseada, sino el mismo utilizado en el divisor de haz o algún otro con mismo índice de refracción [2]. Esto descrito no es necesario al utilizar fuentes láser pues estas son fuentes altamente coherentes y su longitud de coherencia puede ir de metros a kilóme-

tros, dependiendo del láser implementado. Estos conceptos serán definidos más adelante.

De este modo, la expresión matemática para la intensidad puede ser demostrada de la misma manera que en el interferómetro de Young, pero considerando las diferencias entre ambos, pues la diferencia de camino óptico se produce por la variación de la longitud de los brazos del interferómetro, de acuerdo al análisis que se realizará en este capítulo. Para esto es necesario analizar el fenómeno físico en el momento que la luz incide en la pantalla de observación: Dos haces de luz se recombinan después de ser fraccionados por un divisor de haz para incidir en un punto en el espacio, para este análisis se asumirá que el divisor de haz tiene una proporción 50:50 en sus coeficientes de reflexión y transmisión respectivamente, por lo tanto el campo eléctrico en la pantalla de observación será [28]:

$$E_T = E_1 + E_2 = \frac{1}{2}E_0e^{i(kr_1-\omega t)} + \frac{1}{2}E_0e^{i(kr_2-\omega t+\pi)}. \quad (47)$$

De aquí es necesario destacar que ambos rayos  $E_1$  y  $E_2$  poseen la misma amplitud  $\frac{1}{2}E_0$  ya que ambos parten de una misma amplitud inicial  $E_0$ . Además, es posible notar que el campo que recorre el segundo brazo posee un desplazamiento de fase agregado igual a  $\pi$ . Esto es debido a que, de acuerdo a las Ecuaciones de Fresnel, si un haz de luz cambia de un medio con índice de refracción menor a un medio con índice de refracción mayor, se añade una diferencia de fase de  $\pi$  [2]. Luego, a consecuencia de que ambos campos recorren dos veces las longitudes  $L_1$  y  $L_2$ , los desplazamientos  $r_1$  y  $r_2$  son equivalentes a  $2L_1$  y  $2L_2$  respectivamente:

$$E_T = \frac{1}{2}E_0 \left( e^{i(2kL_1-\omega t)} + e^{i(2kL_2-\omega t+\pi)} \right), \quad (48)$$

$$= \frac{1}{2}E_0e^{-i\omega t} \left( e^{i2kL_1} + e^{i2kL_2}e^{i\pi} \right). \quad (49)$$

Se define  $\Delta L = L_2 - L_1$  ya que realmente no es de interés el valor de  $L_1$  o  $L_2$  sino la diferencia entre estos dos valores, entonces:

$$E_T = \frac{1}{2}E_0e^{-i\omega t} \left( e^{i2kL_1} + e^{i2kL_2}e^{i\pi} \right), \quad (50)$$

$$= \frac{1}{2}E_0e^{-i\omega t}e^{i2kL_1} \left( 1 + e^{i2k\Delta L}e^{i\pi} \right). \quad (51)$$

A continuación, para calcular la intensidad de la luz, es necesario multiplicar por el complejo conjugado de la expresión anterior:

$$I \propto E_T E_T^*, \quad (52)$$

$$I = I_0 \cos^2 \left( k\Delta L + \frac{\pi}{2} \right). \quad (53)$$

Finalmente, es posible obtener una relación para conocer la distancia entre cada máximo del patrón de interferencia tomando en cuenta que la fase debe ser un múltiplo de  $\pi$ .

$$k\Delta L + \frac{\pi}{2} = n\pi, \quad (54)$$

por lo tanto:

$$\Delta L = \left(n - \frac{1}{2}\right) \frac{\lambda}{2} \rightarrow \lambda = \frac{2\Delta L}{\left(n - \frac{1}{2}\right)}. \quad (55)$$

Asimismo, si al referirse a la condición de existencia de máximos, la distancia  $\Delta L$  se podrá redefinir como  $d_M$  para referirse a la distancia de camino óptico entre máximos:

$$\frac{2d_M}{n} = \lambda. \quad (56)$$

Con esto se concluye el análisis de los dos interferómetro más básicos del tipo divisor de frente de onda y divisor de amplitud. Su conocimiento y comprensión es de suma importancia para entender el funcionamiento de cualquier derivado o variante de alguno de estos dos interferómetros básicos.

### 3. Coherencia

Hasta el momento se ha estado realizando la consideración de que  $\phi_1 = \phi_2$  e invariantes para los cálculos realizados. Esto en la práctica no es real y es incorrecto asumir que una fuente posee una constante de fase que no varíe en el tiempo, al utilizar un láser como fuente se puede asumir que su constante de fase es constante, pero por largos periodos de tiempo, no indefinidamente. Durante este capítulo se hará el análisis del fenómeno de interferencia mediante la consideración de que ahora las constantes  $\phi$  varían aleatoriamente en el tiempo y cómo esto describe nuevas características de la fuente.

#### 3.1. Coherencia parcial

Se supondrá que al describir ondas electromagnéticas con la Ecuación 7 se tendrán valores diferentes para las fases a lo largo del tiempo, tal como sucede normalmente con la luz. Esto no modifica las demás características de la luz, es decir, mantendrá la misma frecuencia que otras ondas generadas por la misma fuente y misma amplitud, no obstante la amplitud inicial de esta no tiene que ser igual a la de cualquier otra generada. Como se verá más adelante, esto explica fácilmente por qué al utilizar luz natural, como la luz solar, no es posible realizar fenómenos de interferencia con facilidad. Con esto en mente, a partir de ahora será necesario realizar un promedio temporal para los valores utilizados, esto debido a la consideración de la propia aleatoriedad de la constante de fase a lo largo del tiempo. Con esto, se define  $\langle I \rangle$  como el promedio temporal de la magnitud de la intensidad de la luz durante un intervalo de tiempo  $T$  de acuerdo a la Ecuación 13 [21]. De este modo, si esta definición es aplicada a la Ecuación 23, es posible obtener lo siguiente:

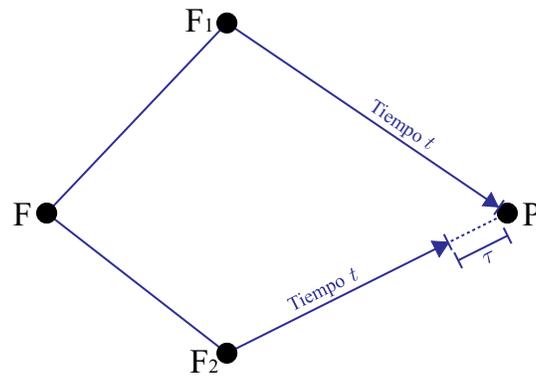
$$\langle I \rangle = \langle I_1 \rangle + \langle I_2 \rangle + \langle 2\sqrt{I_1 I_2} \cos \Theta \rangle. \quad (57)$$

Debido a que la intensidad de la luz es estática, es decir, que no importa la duración del periodo  $T$  de medición, el promedio temporal de la intensidad de una sola fuente siempre dará como resultado el mismo valor, entonces:

$$I = I_1 + I_2 + 2\sqrt{I_1 I_2} \langle \cos \Theta \rangle. \quad (58)$$

El único término que conserva el promedio temporal es el término de interferencia pues es el único que conserva una dependencia del tiempo. Esto explica porqué no suceden fenómenos de interferencia con luz natural en la vida diaria. Es debido a que las fases de una luz, como la mayoría de las que se encuentran en la vida cotidiana, varían sus constantes de fase de manera aleatoria en el tiempo. Por lo tanto, al realizar el promedio temporal de  $\cos \Theta$ , este se convierte en 0 y el término de interferencia desaparece. Dejando así para la intensidad total, únicamente la suma de  $I_1 + I_2$ .

Anteriormente se mencionó que la intensidad de un punto  $P$  debido a dos campos eléctricos se podría describir con la Ecuación 12, esto es aplicable a cualquier experimento usual de interferencia donde dos campos eléctricos  $E_1$  y  $E_2$  se originan de una fuente de luz común, adquieren una diferencia de camino óptico y son combinados posteriormente; donde además, para simplificar los cálculos, poseen la misma polarización.



**Figura 10:** Diagrama ilustrando la diferencia temporal, entre dos campos incidentes en un mismo punto, producida por recorrer caminos ópticos diferentes.

Ahora se hará especial interés en el último término de dicha ecuación, el término de interferencia tomando en cuenta el promedio temporal:

$$2 \operatorname{Re}\langle E_1 \cdot E_2^* \rangle. \quad (59)$$

Posteriormente, ya no será de interés utilizar la diferencia de camino óptico pues está en términos espaciales y no temporales. Es decir, previamente se utilizaban valores como  $r_1$ ,  $r_2$ ,  $L_1$  o  $L_2$  para referirnos a los caminos ópticos de los rayos dentro de un interferómetro. Para este desarrollo se enfocará, ya no en las trayectorias espaciales que recorre la radiación, sino en el tiempo que a esta le toma recorrer dichas trayectorias. Por esto, si se asume que uno de los caminos ópticos mostrados en la Figura 10 es recorrido en un tiempo  $t$  y es más corto que el segundo camino, entonces el segundo camino será recorrido en un mismo tiempo  $t$  pero sin terminar toda la longitud de este. Para que el campo recorra toda la longitud del segundo camino de la Figura 10, deberá pasar un tiempo  $t$  y otra cantidad de tiempo extra llamada  $\tau$  hasta llegar al punto  $P$ .

Visto de esta manera, los campos eléctricos dependerán explícitamente del tiempo transcurrido de desfase [4]:

$$2 \operatorname{Re}\langle E_1(t) \cdot E_2^*(t + \tau) \rangle, \quad (60)$$

Igualmente ahora se puede definir lo siguiente:

$$2 \operatorname{Re} \Gamma_{1,2}(\tau), \quad (61)$$

donde,

$$\Gamma_{1,2}(\tau) = \langle E_1(t) \cdot E_2^*(t + \tau) \rangle. \quad (62)$$

De esta forma, el término de interferencia depende únicamente de la diferencia de tiempo transcurrido entre ambos caminos ópticos utilizando la función  $\Gamma_{1,2}(\tau)$  que es conocida como función de coherencia mutua [1].

Una vez definida la función de coherencia mutua, se analiza el caso cuando se utiliza con un mismo campo a un tiempo de desfase  $\tau = 0$ :

$$\Gamma_{1,1}(0) = \langle E_1(t) \cdot E_1^*(t+0) \rangle, \quad (63)$$

$$= \langle E_1(t) \cdot E_1^*(t) \rangle, \quad (64)$$

$$= \langle |E_1(t)|^2 \rangle = I_1. \quad (65)$$

Realizando el mismo análisis para el campo  $E_2(t)$  se llega al resultado de  $\Gamma_{2,2}(0) = \langle |E_2(t)|^2 \rangle = I_2$ . A esta función se le conoce como función de coherencia mutua y de esta manera es útil presentar una normalización de la función de coherencia mutua como se muestra a continuación [1]:

$$g_{1,2}(\tau) = \frac{\Gamma_{1,2}(\tau)}{\sqrt{\Gamma_{1,1}(0)\Gamma_{2,2}(0)}}, \quad (66)$$

$$= \frac{\Gamma_{1,2}(\tau)}{\sqrt{I_1 I_2}}. \quad (67)$$

La Ecuación 67 es llamada como grado de coherencia parcial [4], brinda conocimiento de las características de la fuente que se está analizando y, al despejar la función  $\Gamma_{1,2}(\tau)$  de la Ecuación 67 para sustituirla en la Ecuación 61, es posible expresar la Ecuación 12 en términos del grado de coherencia parcial de la siguiente forma:

$$I = I_1 + I_2 + 2\sqrt{I_1 I_2} \operatorname{Re} g_{1,2}(\tau), \quad (68)$$

donde, al igual que en la Ecuación 12, el término de interferencia variará de -1 a 1, en este caso, de acuerdo al grado de coherencia parcial que es una función compleja periódica. De este modo, igualmente se pueden tener dos casos extremos de interferencia:

$$I_{max} = I_1 + I_2 + 2\sqrt{I_1 I_2} \operatorname{Re} |g_{1,2}(\tau)|, \quad I_{min} = I_1 + I_2 - 2\sqrt{I_1 I_2} \operatorname{Re} |g_{1,2}(\tau)|. \quad (69)$$

Como fue analizado en capítulos anteriores, es posible cuantificar el nivel de coherencia al utilizar las Ecuaciones 69 en la Ecuación 32 de la visibilidad de un patrón de interferencia, desarrollando de la siguiente manera:

$$\mathcal{V} = \frac{2\sqrt{I_1 I_2} \operatorname{Re} |g_{1,2}(\tau)|}{I_1 + I_2}. \quad (70)$$

Además, en el caso específico donde  $I_1 = I_2$  la visibilidad se desarrolla como:

$$\mathcal{V} = |g_{1,2}(\tau)|. \quad (71)$$

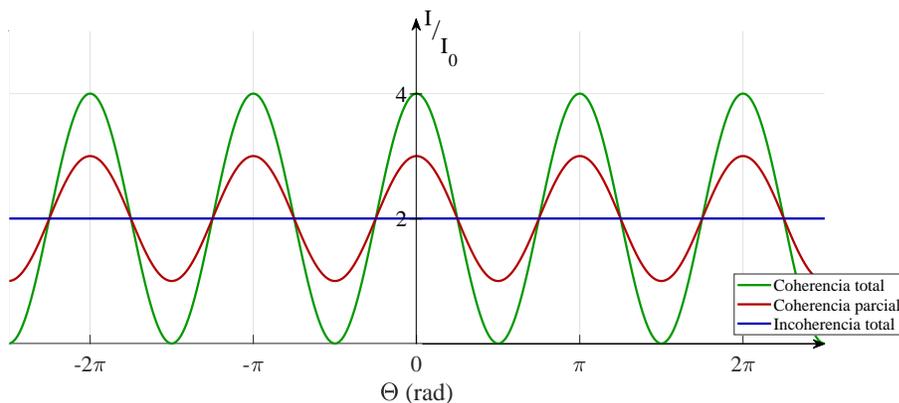
Por otro lado, ahondando más en el análisis, es posible realizar la siguiente caracterización de acuerdo al módulo de  $g_{1,2}(\tau)$  [26]:

$$\begin{aligned} |g_{1,2}(\tau)| = 1 & \quad \text{Coherencia total,} \\ 0 < |g_{1,2}(\tau)| < 1 & \quad \text{Coherencia parcial,} \end{aligned} \quad (72)$$

$$|g_{1,2}(\tau)| = 0 \quad \text{Incoherencia total.}$$

La coherencia de la luz sucede cuando la diferencia de fase entre dos haces es constante, es decir,  $\phi_2 - \phi_1 = cte$ . En este caso se dice que ambas fuentes son mutuamente coherentes. Si la diferencia cambia aleatoriamente con el tiempo, se dice que son incoherentes [4]. Luego, para el rango donde cualquier luz posea un grado de coherencia entre 0 y 1, éste es llamado coherencia parcial. En la práctica, no existen fuentes totalmente coherentes ni totalmente incoherentes, es decir, fuentes solo parcialmente coherentes con valores de su función grado de coherencia variando entre 0 y 1. Además, como se observó en el capítulo anterior con la Ecuación 32, mientras más cercanas a 0 o 1 estas tendrán peores o mejores tendencias a generar fenómenos de interferencia o, dicho de otra manera, los patrones de interferencia serán más contrastantes. Para una visibilidad igual a 1, en el cual ésta es igual al grado de coherencia parcial, se dará el caso en que ocurre interferencia destructiva mínima y constructiva máxima y por lo tanto, la diferencia de camino óptico es del orden de la longitud de onda. Si la diferencia de camino óptico sale de este orden, la visibilidad y la coherencia decrecerán a cero. Por ejemplo, el uso de láseres facilita de gran forma la generación de fenómenos de interferencia pues el grado de coherencia de estas fuentes es muy cercana a 1, sin llegar a ese valor, pero aproximándose en buena medida.

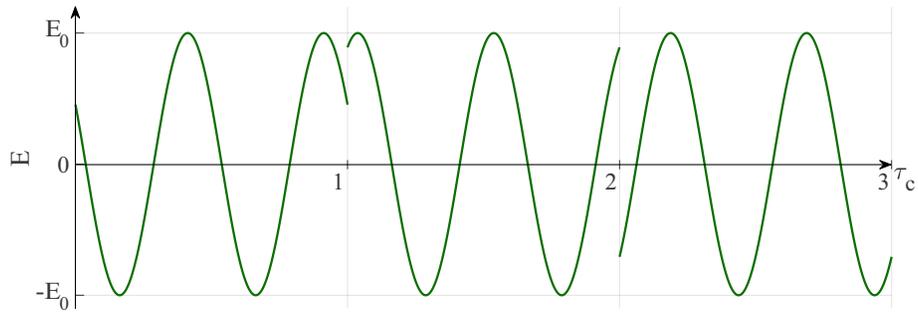
Para mostrar un ejemplo, tomando como referencia el caso general de interferencia descrito por la Ecuación 23, donde  $I_1 = I_2 = I_0$ , sus respectivas gráficas de la intensidad con respecto a la variación de  $\Theta$ , con los tres casos de coherencia anteriormente mencionados, se pueden visualizar en la Figura 11.



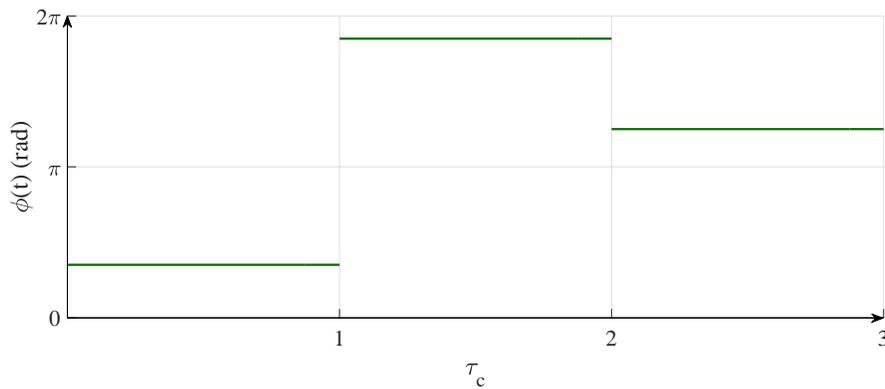
**Figura 11:** Gráfica de la intensidad del fenómeno de interferencia general con coherencia total para la línea verde, coherencia parcial para la línea roja e incoherencia total para la línea azul. El color de las líneas es meramente para su distinción. Su intensidad varía entre los valores extremos de 0 y  $4I_0$ . nm.

Prosiguiendo, es posible describir el campo eléctrico utilizando la Ecuación 7 expresada con la notación compleja, pero únicamente tomando en cuenta su parte temporal ya que es la única de interés:

$$E(t) = E_0 e^{-i\omega t} e^{i\phi(t)}, \quad (73)$$



**Figura 12:** Diagrama de tres ondas electromagnéticas emitidas a partir de una misma fuente con 3 fases distintas en 3 tiempos de coherencia.

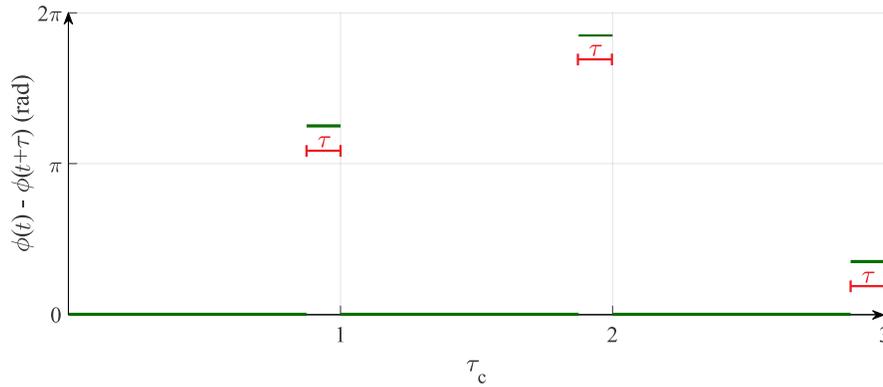


**Figura 13:** Diagrama de fase de una luz monocromática en diferentes tiempos de coherencia.

Como se mencionó anteriormente, la luz no mantiene su constante de fase invariante en el tiempo, después de un intervalo definido de tiempo, esta variará aleatoriamente. A este lapso de tiempo, en el que la constante de fase permanece constante, se le conoce como tiempo de coherencia, denotado por  $\tau_c$ . De esta forma, las ondas descritas por la Ecuación 73 pueden verse en la Figura 12 y su variación de constante de fase se aprecia en la Figura 13.

Posteriormente, si los rayos de luz de esta fuente son utilizados en un interferómetro, cualquier interferómetro básico puede ser descrito de la misma manera que se muestra en la Figura 10. De una fuente inicial  $F$  se originan dos rayos que forman dos fuentes secundarias  $F_1$  y  $F_2$  ya sea por la división de un frente de onda o división de amplitud y donde  $F_2$  gana una diferencia de camino óptico cuya ganancia temporal se expresa con el tiempo  $\tau$ . Además se asumirá que  $E_1 = E_2 = E$ . Así pues, el grado de coherencia parcial de la Ecuación 67 se expresará de la siguiente manera [4]:

$$g(\tau) = \frac{\langle E(t)E^*(t + \tau) \rangle}{\langle |E(t)|^2 \rangle}. \quad (74)$$



**Figura 14:** Diagrama de diferencia de fases de una luz monocromática en unidades de tiempo de coherencia.

Donde es posible desarrollar utilizando la Ecuación 73 como se observa a continuación:

$$g(\tau) = \frac{\langle E_0 e^{-i\omega t} e^{i\phi(t)} E_0^* e^{i\omega(t+\tau)} e^{-i\phi(t+\tau)} \rangle}{\langle |E_0 e^{-i\omega t} e^{i\phi(t)}|^2 \rangle}, \quad (75)$$

$$= \langle e^{i\omega\tau} e^{i(\phi(t) - \phi(t+\tau))} \rangle. \quad (76)$$

De este modo, al evaluar el promedio temporal de la igualdad anterior, se expresa lo siguiente:

$$g(\tau) = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_0^T e^{i\omega\tau} e^{i(\phi(t) - \phi(t+\tau))} dt, \quad (77)$$

$$= \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} e^{i\omega\tau} \int_0^T e^{i(\phi(t) - \phi(t+\tau))} dt. \quad (78)$$

El resultado de la integral anterior estará determinado por los límites de integración de acuerdo a la variación de  $\phi(t) - \phi(t + \tau)$ . El comportamiento de  $\phi(t) - \phi(t + \tau)$  se muestra en la Figura 14. Si se realiza el promedio temporal en el intervalo  $0 < t < \tau_c - \tau$ ,  $\phi(t) - \phi(t + \tau)$  será igual a cero pues durante ese tiempo, ambos campos son descritos por la misma constante de fase. Para el intervalo  $\tau_c - \tau < t < \tau_c$ ,  $\phi(t) - \phi(t + \tau)$  tendrá un valor aleatorio entre 0 y  $2\pi$ , pues uno de los dos campos ya no está definido para este intervalo de tiempo. Luego, para el intervalo  $t > \tau_c$  se describe de la misma manera pues esto corresponde a un nuevo tiempo de coherencia y a una nueva constante de fase [4].

Así, únicamente es de interés integrar un intervalo de  $0 < t < \tau_c$ , desconsiderando el límite tendiendo a infinito y tomando en cuenta las consideraciones anteriores. De esta forma, la integral se se puede resolver de la siguiente manera:

$$g(\tau) = \frac{1}{\tau_c} e^{i\omega\tau} \int_0^{\tau_c} e^{i(\phi(t)-\phi(t+\tau))} dt, \quad (79)$$

$$= \frac{1}{\tau_c} e^{i\omega\tau} \int_0^{\tau_c-\tau} e^0 dt + \frac{1}{\tau_c} e^{i\omega\tau} \int_{\tau_c-\tau}^{\tau_c} e^{i(\phi(t)-\phi(t+\tau))} dt, \quad (80)$$

$$g(\tau) = \frac{1}{\tau_c} e^{i\omega\tau} \left( (\tau_c - \tau) + \left( e^{i(\phi(t)-\phi(t+\tau))} \right) \Big|_{\tau_c-\tau}^{\tau_c} \right), \quad (81)$$

dado que el segundo término de  $e^{i(\phi(t)-\phi(t+\tau))}$  varía aleatoriamente, su promedio temporal será cero y este desaparece de la igualdad, dejando únicamente la expresión:

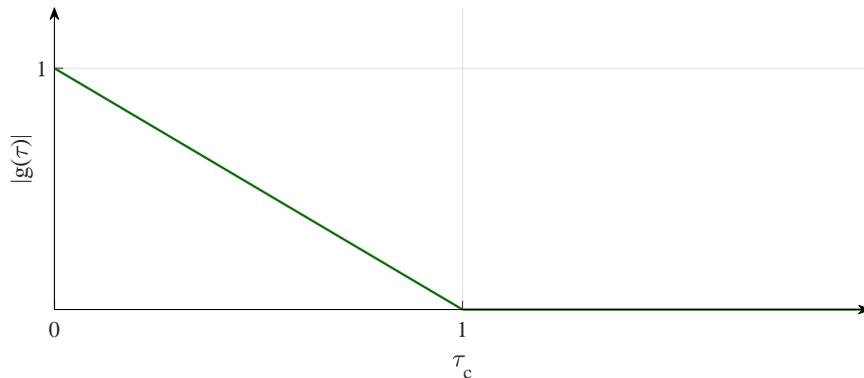
$$g(\tau) = \frac{\tau_c - \tau}{\tau_c} e^{i\omega\tau} = \left( 1 - \frac{\tau}{\tau_c} \right) e^{i\omega\tau}. \quad (82)$$

De esto, al normalizar la función de grado de coherencia parcial se analiza que:

$$|g(\tau)| = \left( 1 - \frac{\tau}{\tau_c} \right) \quad \text{cuando } \tau < \tau_c, \quad (83)$$

$$|g(\tau)| = 0 \quad \text{cuando } \tau \geq \tau_c. \quad (84)$$

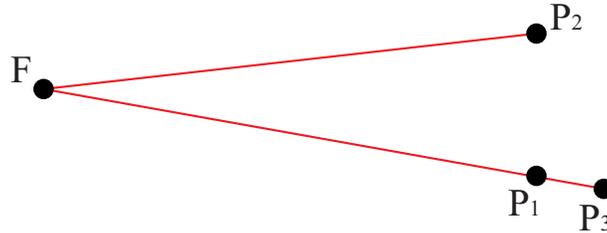
Para tiempos mayores a  $\tau_c$  no tiene sentido físico que la función de grado de coherencia parcial tenga valor diferente a cero, ya que el mismo valor de la función varía de 0 a 1. Para valores mayores al tiempo de coherencia la constante de fase tendrá valores totalmente distintos por la aleatoriedad, debido a esto, no existirá ningún efecto de interferencia y por lo tanto no tendrá coherencia alguna, de esto que se le asigne el valor de cero. Finalmente, es posible ver en la Figura 15 el comportamiento de la función en términos del tiempo [4]. Como se aprecia en la Figura 15, para rayos de luz con mismo camino óptico, o mejor dicho, sin tiempo añadido  $\tau$ , la coherencia es total pues no poseen diferencia de constante de fase. Mientras el tiempo  $\tau$  crece, esta diferencia de constante de fase crece igualmente y por lo tanto, la coherencia disminuye hasta que la diferencia adquiere valores aleatorios una vez se supera el tiempo de coherencia  $\tau_c$ .



**Figura 15:** Diagrama fase de una luz monocromática en unidades de tiempo de coherencia.

### 3.2. Coherencia espacial

La coherencia espacial puede ser dividida en dos clases si es que se consideran 3 puntos de incidencia como se muestran a continuación [4]:



**Figura 16:** Diagrama ilustrando la geometría de coherencia longitudinal y coherencia transversal.

Para el primer escenario, nos referimos a la coherencia entre dos campos  $E_1$  y  $E_2$  como coherencia transversal si se supone un punto de incidencia  $P_2$  que está ubicado exactamente a la misma distancia que un punto  $P_1$ , desde una fuente radial  $F$ , ambos campos eléctricos habrán viajado exactamente la misma distancia y por lo tanto el mismo camino óptico, siendo iguales en su fase [4].

Luego, se refiere a coherencia longitudinal entre dos campos si ahora se suponen un punto de incidencia  $P_1$  en determinada dirección y un segundo punto de incidencia  $P_3$  en la misma dirección pero a una longitud mayor, los campos  $E_1$  y  $E_3$  poseen igualmente la misma dirección, pero su distancia a la fuente  $F$  difiere, por lo tanto su camino óptico y fase difieren igualmente [4].

La coherencia en este último caso dependerá de nuevo de la diferencia de camino óptico que recorre la luz, es decir, el análisis previamente estudiado es el que se aplica en éste caso. Por lo que podemos decir:

$$\text{Si } \tau \ll \tau_c, \text{ habrá un nivel alto de coherencia y visibilidad,} \quad (85)$$

$$\text{Si } \tau \gg \tau_c, \text{ habrá un nivel bajo o nulo de de coherencia y visibilidad.} \quad (86)$$

No obstante, esto se incorpora a un contexto distinto ya que el enfoque de ahora será en las implicaciones temporales que este tiempo de coherencia conlleva. Partiendo de lo anterior analizado, cuando hablamos de un tiempo de coherencia  $\tau_c$  entonces tiene sentido hablar que una distancia se relacionada a este valor:

$$l_c = c\tau_c, \quad (87)$$

donde  $l_c$  es llamada longitud de coherencia y es la longitud máxima que pueden viajar dos rayos de luz emitidos para tener cierto grado de coherencia entre ambos [11]. Además, es recomendable a partir de este punto empezar a considerar luz más real. Dicho de otra manera, hay que dejar de asumir una luz monocromática en lugar de una luz con un ancho de banda de frecuencias. Esto es debido a que en la práctica, ninguna fuente de luz es meramente monocromática. Siempre hay alguna dispersión de la frecuencia, definida como  $\Delta\omega$ , centrada en una frecuencia primaria  $\omega_0$ . Tomando en cuenta esto, es

útil analizar los campos eléctricos en el dominio de la frecuencia [11].

Para este procedimiento, es necesario utilizar el formalismo de la transformada de Fourier definida de la siguiente manera [4]:

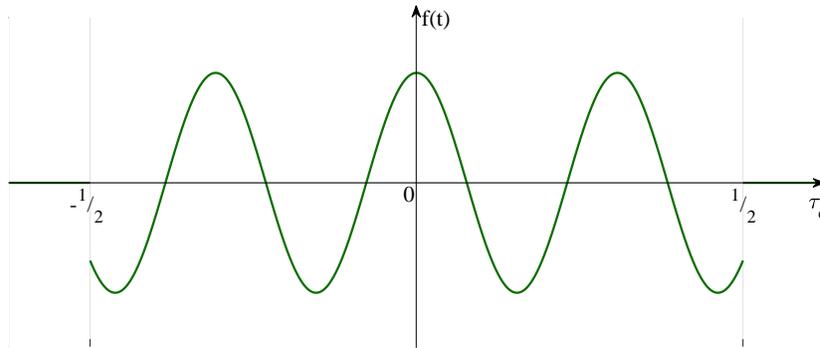
$$g(\omega) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{+\infty} f(t)e^{i\omega t} dt, \quad (88)$$

$$f(t) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{+\infty} g(\omega)e^{-i\omega t} d\omega, \quad (89)$$

Dicho de manera simplificada, la función  $g(\omega)$  representa la función  $f(t)$  en el dominio de la frecuencia angular, en este caso, de una onda armónica. Consideremos que la función  $f(t)$  representa un tren de onda finito por un tiempo  $\tau_c$  dado por la función:

$$f(t) = \begin{cases} e^{-i\omega_0 t} & -\frac{\tau_c}{2} < t < \frac{\tau_c}{2}, \\ 0 & \text{Cualquier otro caso.} \end{cases} \quad (90)$$

Al visualizarla en el tiempo, se puede graficar lo siguiente:



**Figura 17:** Gráfica de la función  $f(t)$  en un intervalo de  $-\frac{\tau_c}{2}$  a  $\frac{\tau_c}{2}$ .

Así,

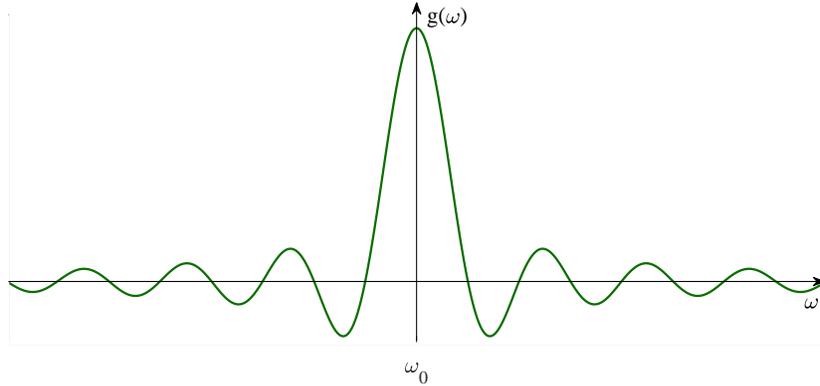
$$g(\omega) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\frac{\tau_c}{2}}^{\frac{\tau_c}{2}} e^{-i\omega_0 t} e^{i\omega t} dt, \quad (91)$$

$$= \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\frac{\tau_c}{2}}^{\frac{\tau_c}{2}} e^{i(\omega - \omega_0)t} dt. \quad (92)$$

Así, la integral se expresa:

$$g(\omega) = \frac{e^{i(\omega - \omega_0)t} \Big|_{-\frac{\tau_c}{2}}^{\frac{\tau_c}{2}}}{i(\omega - \omega_0)\sqrt{2\pi}}, \quad (93)$$

$$= \frac{e^{i(\omega - \omega_0)\frac{\tau_c}{2}} - e^{-i(\omega - \omega_0)\frac{\tau_c}{2}}}{i(\omega - \omega_0)\sqrt{2\pi}}. \quad (94)$$



**Figura 18:** Diagrama de la función  $g(\omega)$ .

Si se vuelve a utilizar la Identidad de Euler:

$$g(\omega) = \frac{\cos\left((\omega - \omega_0)\frac{\tau_c}{2}\right) + i \sin\left((\omega - \omega_0)\frac{\tau_c}{2}\right) - \cos\left(-(\omega - \omega_0)\frac{\tau_c}{2}\right) - i \sin\left(-(\omega - \omega_0)\frac{\tau_c}{2}\right)}{i(\omega - \omega_0)\sqrt{2\pi}}.$$

Dado que la función coseno es una función par y que la función seno es impar, se realiza lo siguiente:

$$\begin{aligned} g(\omega) &= \frac{\sin\left((\omega - \omega_0)\frac{\tau_c}{2}\right) + \sin\left((\omega - \omega_0)\frac{\tau_c}{2}\right)}{(\omega - \omega_0)\sqrt{2\pi}}, \\ &= \frac{\sin\left((\omega - \omega_0)\frac{\tau_c}{2}\right)}{(\omega - \omega_0)} \sqrt{\frac{2}{\pi}}. \end{aligned} \quad (95)$$

De esta manera, la gráfica para la Ecuación 95 se visualiza en la Figura 18. De la función  $g(\omega)$  mostrada en esta figura, es conveniente obtener el módulo al cuadrado para así visualizar la energía concentrada a lo largo de la gráfica mediante el espectro de potencia que se define como  $G(\omega) = |g(\omega)|^2$ :

$$G(\omega) = \frac{2 \sin^2\left((\omega - \omega_0)\frac{\tau_c}{2}\right)}{\pi(\omega - \omega_0)^2}, \quad (96)$$

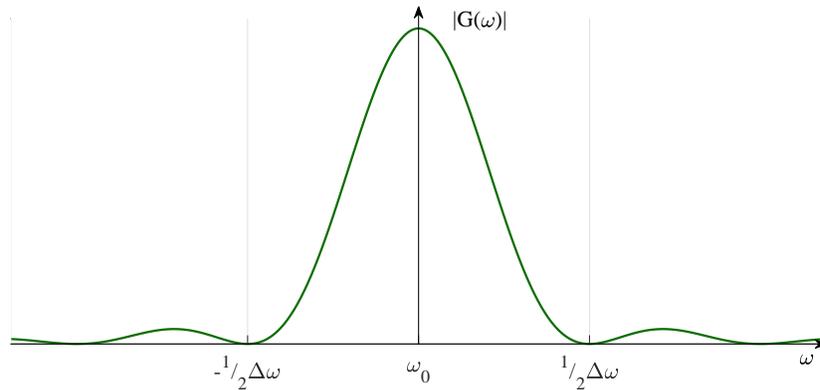
De la función  $G(\omega)$ , representada en la Figura 19, es posible notar que gran parte de la energía está concentrada dentro del primer máximo central, de modo que está contenida dentro de las dos primeras raíces de la función del espectro de potencia:

$$0 = \frac{2 \sin^2\left((\omega - \omega_0)\frac{\tau_c}{2}\right)}{\pi(\omega - \omega_0)^2}, \quad (97)$$

$$\pm\pi = (\omega - \omega_0)\frac{\tau_c}{2}. \quad (98)$$

De modo que si se define al ancho de banda  $\Delta\omega$  como la región donde la energía está concentrada [4] entonces:

$$\Delta\omega = \frac{2\pi}{\tau_c}. \quad (99)$$



**Figura 19:** Diagrama de la función  $G(\omega)$ .

O puede ser representada en términos de la frecuencia en lugar de la frecuencia angular, recordando que  $\omega = 2\pi\nu$ :

$$\Delta\nu = \frac{1}{\tau_c}. \quad (100)$$

Si se tiene una serie de trenes de onda finitos de una duración  $\tau_c$  fija, su distribución será la misma observada previamente. Sin embargo, si los trenes de onda no duran el mismo tiempo  $\tau_c$  (Como sucede naturalmente), tenemos que considerar promedio temporal  $\langle\tau_c\rangle$ . Por lo que el tiempo de coherencia estaría definido como:

$$\langle\tau_c\rangle = \frac{1}{\Delta\nu}. \quad (101)$$

Retomando el concepto de longitud de coherencia se tiene que:

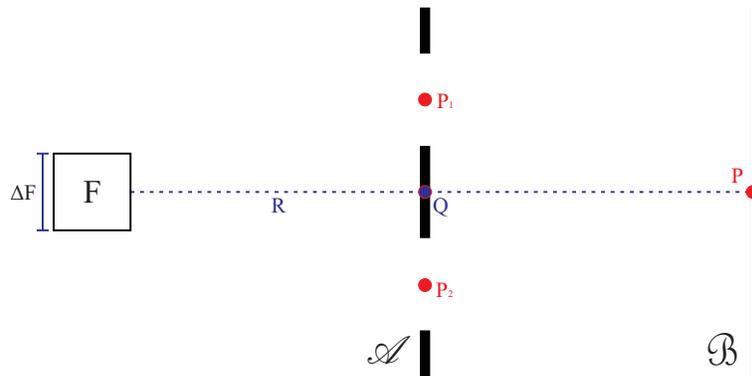
$$l_c = c\langle\tau_c\rangle = \frac{c}{\Delta\nu}. \quad (102)$$

Así, es posible expresar la longitud de coherencia en términos de la longitud de onda utilizando la relación  $\frac{\Delta\nu}{\nu} = \frac{\Delta\lambda}{\lambda}$  [11],

$$l_c = \frac{c\lambda}{\nu\Delta\lambda} = \frac{\lambda^2}{\Delta\lambda}. \quad (103)$$

Posteriormente, al adentrarse a la rama de coherencia transversal, es fácil notar que, si se usa una fuente puntual y si la distancia de  $F$  a  $P_1$  y  $P_2$  son iguales, como se observa en la Figura 16, entonces ambas luces tendrán el mismo camino óptico recorrido y por lo tanto una coherencia total entre ambas luces. Por lo tanto, ¿Cuándo será posible observar fenómenos de interferencia?

Para esto se necesita sustituir la fuente puntual, como se ha venido manejando, por una fuente extendida y será conveniente utilizar el interferómetro de doble rendija para entender el siguiente concepto. Se define como fuentes extendidas a aquellas compuestas por una superficie luminosa en donde se hace la consideración de que cada punto que conforma la superficie de esta fuente es una fuente puntual independiente a las demás



**Figura 20:** Diagrama del interferómetro de doble rendija.  $F$ : Fuente extendida.  $\Delta F$ : Ancho de la fuente extendida.  $R$ : Distancia de la fuente extendida al primer plano  $\mathcal{A}$ .  $Q$ : Intersección con el eje de simetría horizontal del arreglo.  $P_1$  y  $P_2$ : Ubicaciones espaciales de las rendijas del interferómetro.  $P$ : Punto de incidencia en la pantalla de observación ubicada en el plano  $\mathcal{B}$ .

fuentes puntuales que se ubican en los demás puntos de la superficie. Con esto igualmente se asume que cada fuente puntual en la superficie es incoherente con cualquier otra fuente puntual y no presentan fenómenos de interferencia en primera instancia [11].

El arreglo mostrado en la Figura 20 es el mismo interferómetro de doble rendija anteriormente analizado, pero con un enfoque distinto y utilizando una fuente extendida. Para este escenario la fuente extendida  $F$  tendrá un ancho  $\Delta F$ . Para considerar todo el rango posible de fuentes individuales [4], se tomarán únicamente como referencia fuentes puntuales ubicadas en los extremos de la fuente extendida, es decir, dos fuentes separadas por una distancia de  $\Delta F$ . De esta forma, el camino que recorren haces de luz provenientes de cada fuente a cada punto, se observa en la Figura 21.

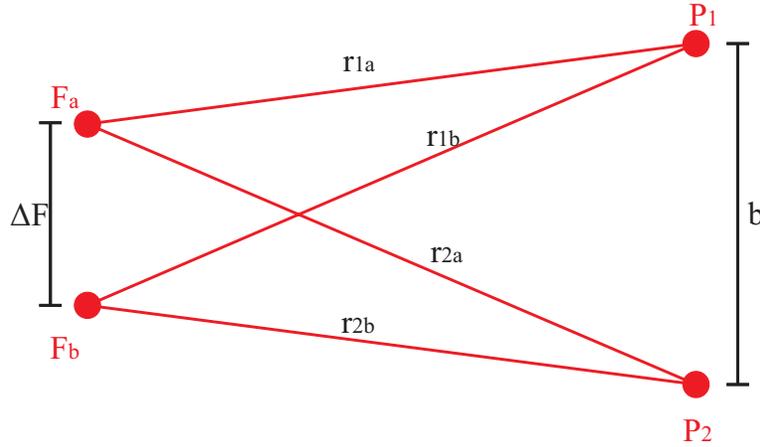
De esta forma, al observar los rayos emitidos por una sola fuente, es posible notar que ambas luces incidentes en  $P_1$  y  $P_2$  poseerán coherencia longitudinal pues es el mismo caso analizado anteriormente [4], pero aplicado a cada fuente individualmente.

Así, es posible utilizar el mismo formalismo de la función de grado de coherencia a los campos incidentes en cada punto. De esta forma, por simple principio de superposición, los campos en los puntos  $P_1$  y  $P_2$  son:

$$\begin{aligned} E_1 &= E_{1a} + E_{1b}, \\ E_2 &= E_{2a} + E_{2b}, \end{aligned} \tag{104}$$

donde  $E_{1a}$  es el campo incidente en el punto  $P_1$  por la fuente  $F_a$ ,  $E_{1b}$  es el campo incidente en el punto  $P_1$  por la fuente  $F_b$ . De este modo, lo mismo aplica para los demás campos.

Continuando, al recordar la Ecuación 74 y sustituir las definiciones anteriores de los campos, se obtiene que:



**Figura 21:** Diagrama de la geometría utilizada para el interferómetro de doble rendija con fuente extendida.  $\Delta F$ : Ancho de la fuente extendida.  $F_a$ : Ubicación de una fuente puntual al extremo superior de la fuente extendida.  $F_b$ : Ubicación de una fuente puntual al extremo inferior de la fuente extendida.  $r_{1a}$ : distancia de la fuente  $F_a$  al punto  $P_1$  de la rendija superior del interferómetro.  $r_{2a}$ : distancia de la fuente  $F_a$  al punto  $P_2$  de la rendija inferior del interferómetro.  $r_{1b}$ : distancia de la fuente  $F_b$  al punto  $P_1$  de la rendija superior del interferómetro.  $r_{2b}$ : distancia de la fuente  $F_b$  al punto  $P_2$  de la rendija inferior del interferómetro.  $b$ : Distancia de separación entre los puntos  $P_1$  y  $P_2$ .

$$g_{1,2}(\tau) = \frac{\langle E_1(t)E_2^*(t + \tau) \rangle}{\sqrt{I_1 I_2}}, \quad (105)$$

$$= \frac{\langle [E_{1a}(t) + E_{1b}(t)][E_{2a}^*(t + \tau) + E_{2b}^*(t + \tau)] \rangle}{\sqrt{I_1 I_2}}, \quad (106)$$

$$= \frac{\langle E_{1a}(t)E_{2a}^*(t + \tau) \rangle}{\sqrt{I_1 I_2}} + \frac{\langle E_{1a}(t)E_{2b}^*(t + \tau) \rangle}{\sqrt{I_1 I_2}} + \quad (107)$$

$$+ \frac{\langle E_{1b}(t)E_{2a}^*(t + \tau) \rangle}{\sqrt{I_1 I_2}} + \frac{\langle E_{1b}(t)E_{2b}^*(t + \tau) \rangle}{\sqrt{I_1 I_2}}. \quad (108)$$

De esto último, se debe aclarar que los términos como  $E_{1a}(t)E_{2b}^*(t + \tau)$  son eliminados por el promedio temporal debido a que ambos campos son mutuamente incoherentes entre sí al ser producidos por fuentes diferentes. Así, la expresión resultante es:

$$g_{1,2}(\tau) = \frac{\langle E_{1a}(t)E_{2a}^*(t + \tau) \rangle}{\sqrt{I_1 I_2}} + \frac{\langle E_{1b}(t)E_{2b}^*(t + \tau) \rangle}{\sqrt{I_1 I_2}}. \quad (109)$$

Consiguientemente, se observa que ambos términos poseen la misma estructura de una función grado de coherencia aplicada a cada fuente individualmente, no obstante la función grado de coherencia  $g_{1,2}(\tau)$  no puede valer más que 1 [4], por lo tanto, ambos términos deben estar multiplicados un factor corrector:

$$g_{1,2}(\tau) = \frac{1}{2}g(\tau_a) + \frac{1}{2}g(\tau_b), \quad (110)$$

donde  $\tau_a$  y  $\tau_b$  corresponden al tiempo de desfase entre los caminos ópticos de cada fuente individualmente. Posteriormente, para analizar la variabilidad de esta nueva función grado de coherencia, es posible utilizar la Ecuación 82, aplicar su definición para cada  $g(\tau_a)$  y  $g(\tau_b)$  respectivamente y aplicando el módulo cuadrado a  $g_{1,2}(\tau)$ :

$$\begin{aligned}
|g_{1,2}(\tau)|^2 &= g_{1,2}(\tau)g_{1,2}^*(\tau), \\
&= \left[ \frac{1}{2}g(\tau_a) + \frac{1}{2}g(\tau_b) \right] \left[ \frac{1}{2}g^*(\tau_a) + \frac{1}{2}g^*(\tau_b) \right], \\
&= \frac{1}{4} [g(\tau_a)g^*(\tau_a) + g(\tau_a)g^*(\tau_b) + g(\tau_b)g^*(\tau_a) + g(\tau_b)g^*(\tau_b)], \\
&= \frac{1}{4} \left[ \left(1 - \frac{\tau_a}{\tau_c}\right)^2 + \left(1 - \frac{\tau_b}{\tau_c}\right)^2 + \right. \\
&\quad \left. + \left(1 - \frac{\tau_a}{\tau_c}\right) \left(1 - \frac{\tau_b}{\tau_c}\right) \left( e^{i\omega(\tau_a - \tau_b)} + e^{-i\omega(\tau_a - \tau_b)} \right) \right], \\
&= \frac{1}{4} \left[ \left(1 - \frac{\tau_a}{\tau_c}\right)^2 + \left(1 - \frac{\tau_b}{\tau_c}\right)^2 + \right. \\
&\quad \left. + 2 \cos[\omega(\tau_a - \tau_b)] \left(1 - \frac{\tau_a}{\tau_c}\right) \left(1 - \frac{\tau_b}{\tau_c}\right) \right]. \tag{111}
\end{aligned}$$

Si se considera que  $\tau_a - \tau_b \ll \tau_a$  &  $\tau_b$ , entonces:

$$\left(1 - \frac{\tau_a}{\tau_c}\right)^2 \approx \left(1 - \frac{\tau_a}{\tau_c}\right) \left(1 - \frac{\tau_b}{\tau_c}\right), \tag{112}$$

$$\left(1 - \frac{\tau_b}{\tau_c}\right)^2 \approx \left(1 - \frac{\tau_a}{\tau_c}\right) \left(1 - \frac{\tau_b}{\tau_c}\right). \tag{113}$$

De esta forma, se tiene que:

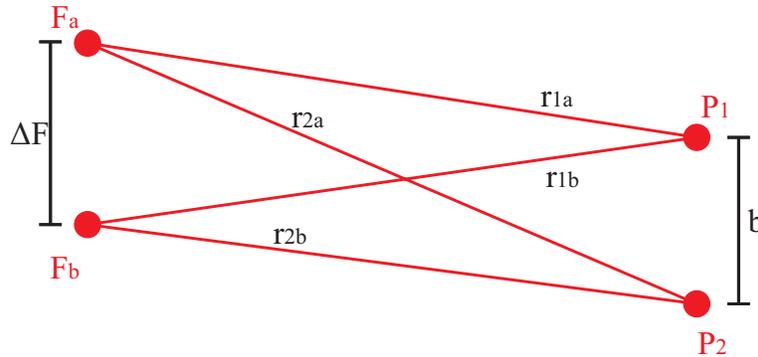
$$\begin{aligned}
|g_{1,2}(\tau)|^2 &= \frac{1}{4} \left[ \left(1 - \frac{\tau_a}{\tau_c}\right) \left(1 - \frac{\tau_b}{\tau_c}\right) + \left(1 - \frac{\tau_a}{\tau_c}\right) \left(1 - \frac{\tau_b}{\tau_c}\right) \right. \\
&\quad \left. + 2 \cos[\omega(\tau_a - \tau_b)] \left(1 - \frac{\tau_a}{\tau_c}\right) \left(1 - \frac{\tau_b}{\tau_c}\right) \right], \\
&= \frac{1}{2} (1 + \cos[\omega(\tau_a - \tau_b)]) \left(1 - \frac{\tau_a}{\tau_c}\right) \left(1 - \frac{\tau_b}{\tau_c}\right). \tag{114}
\end{aligned}$$

Posteriormente, dado que  $\tau_a$  y  $\tau_b$  son tiempos de desfase, se puede definir una equivalencia en términos de las magnitudes de los caminos ópticos:

$$\tau_a = \frac{r_{2a} - r_{1a}}{c} + \tau, \tag{115}$$

$$\tau_b = \frac{r_{2b} - r_{1b}}{c} + \tau. \tag{116}$$

Así, si se coloca, por ejemplo, el punto  $P_1$  en el centro del arreglo como se muestra en la Figura 22, la distancia  $r_{1a}$  será igual a  $r_{1b}$ .



**Figura 22:** Diagrama de la geometría utilizada para el interferómetro de doble rendija con fuente extendida con la rendija  $P_1$  centrada.

De esta manera, la diferencia de  $\tau_a - \tau_b$  será igual a  $\frac{r_{2a} - r_{2b}}{c}$ . Posteriormente, si se asume que la distancia de separación entre la fuente y la pantalla  $\mathcal{A}$  es suficientemente grande, se puede aproximar que:

$$\omega(\tau_a - \tau_b) \approx \frac{\omega \Delta F b}{2cR}, \quad (117)$$

donde  $R$  es la distancia promedio entre la fuente y los puntos  $P_1$  y  $P_2$ . Luego, mirando la Ecuación 114, es posible notar que la función coseno es determinante para el comportamiento de la coherencia entre las dos fuentes individuales. Esta ecuación concentra la coherencia entre sus dos primeras raíces, es decir, cuando:

$$\begin{aligned} \frac{\omega \Delta F b}{2cR} &= \pi, \\ \frac{\Delta F l_t}{R} &= \lambda, \\ l_t &= \frac{R\lambda}{\Delta F}, \end{aligned} \quad (118)$$

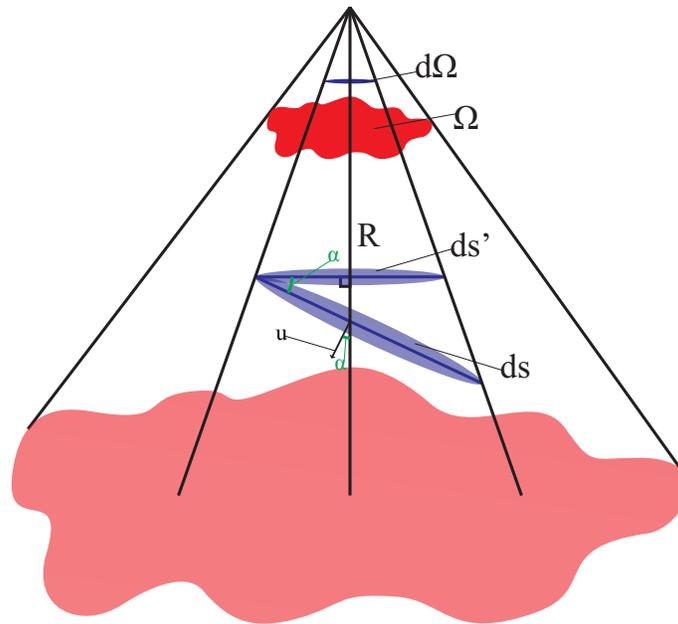
donde  $l_t$  es la distancia de separación entre los puntos  $P_1$  y  $P_2$  en la que la coherencia llega a un mínimo. Luego, el ángulo al que está ubicada esta posición se puede definir como  $\theta_t \approx \frac{\Delta F}{R}$ , de esta forma, se puede decir que:

$$l_t = \frac{\lambda}{\theta_t}. \quad (119)$$

Ahondando más, la distancia  $l_t$  es mejor conocida como ancho de coherencia transversal y describe aproximadamente el ancho de la región donde hay alto grado de coherencia mutua entre las fuentes.

De esta manera, se podrá elevar al cuadrado esta cantidad en orden de obtener un área:

$$l_t^2 = A_c = \frac{R^2 \lambda^2}{\mathcal{F}}, \quad (120)$$



**Figura 23:** Diagrama mostrando el concepto de ángulo sólido.  $d\Omega$ : Diferencial del ángulo sólido formado por la proyección de  $ds'$ .  $ds'$ : Superficie infinitesimal muestra.  $R$ : Distancia entre la superficie y el punto de observación.  $ds$ : Superficie infinitesimal que ocupa el mismo ángulo sólido  $d\Omega$  que  $ds'$  y posee un ángulo de inclinación  $\alpha$  con respecto a  $ds'$ .  $\vec{u}$ : Vector unitario perpendicular a la superficie  $ds$ .  $\Omega$ : Superficie de interés

donde  $\mathcal{F} = \Delta F^2$  y  $A_c$  se define como área de coherencia y es el área máxima alrededor de un punto  $Q$  (de la Figura 20) tal que dos puntos en una pantalla de incidencia  $\mathcal{A}$  deban ubicarse con el objetivo de generar interferencia en un punto  $P$  en una pantalla  $\mathcal{B}$  [4].

Sin embargo, el área de coherencia es directamente proporcional a la distancia  $R$  por lo que conviene definir una cantidad invariante relacionada con el área de coherencia que es independiente de la distancia  $R$  denominada ángulo sólido:

Para definir el ángulo sólido hay que aclarar que este se refiere a la cantidad de campo visual que ocupa una sección en el espacio [29]. De esta manera, se supondrá una superficie infinitesimal  $ds'$  perpendicular al punto de observación en el espacio que ocupará un campo visual o ángulo sólido  $d\Omega$  definido de la siguiente manera:

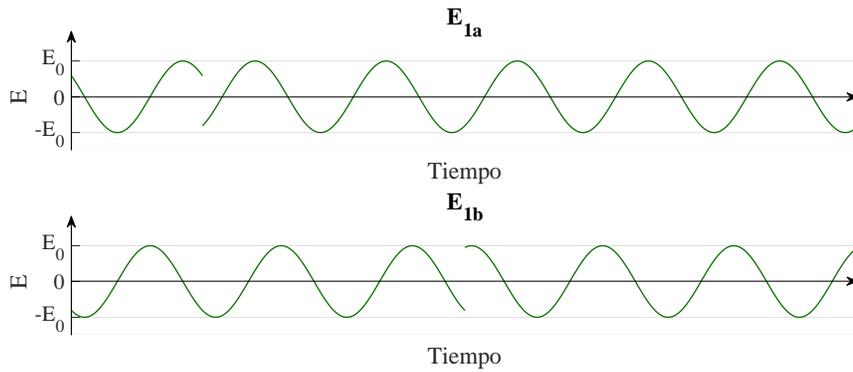
$$d\Omega = \frac{ds'}{R^2}. \quad (121)$$

Esto mismo es representado en la Figura 23. Luego, si se supone otra superficie infinitesimal  $d\vec{s}$ , pero que a diferencia de  $ds'$ , no es perpendicular al punto de observación y posee una inclinación  $\alpha$  con respecto a  $ds'$  [29], se aprecia que:

$$d\vec{s} = \vec{u} ds, \quad (122)$$

donde  $\vec{u}$  es el vector unitario de dirección de  $d\vec{s}$ , de ese modo:

$$ds' = ds \cos \alpha. \quad (123)$$



**Figura 24:** Gráfica de las ondas incidentes al punto  $P_1$  individualmente.

De esta forma, al sustituir en la Ecuación 121 se obtiene que:

$$\Omega = \int_S d\Omega = \int_S \frac{ds \cos \alpha}{R^2}. \quad (124)$$

Así, el ángulo sólido se puede definir de forma más simplificada como:

$$\Omega = \frac{A}{R^2}, \quad (125)$$

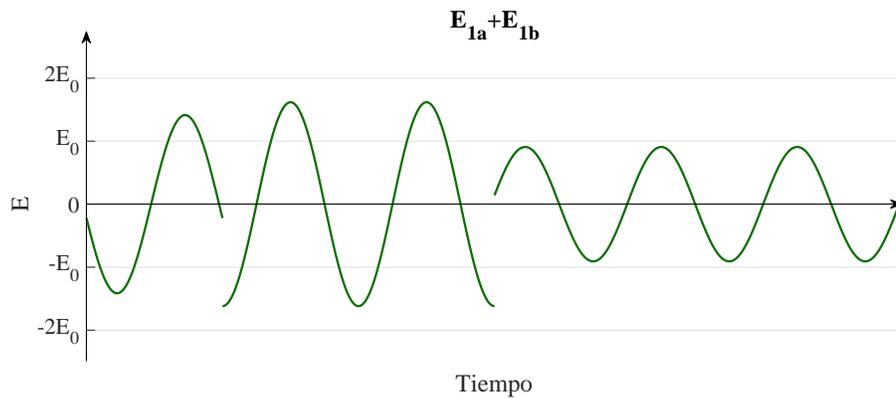
donde sus unidades son estereoradianes [sr] [29]. Al utilizar la Ecuación 125 con el área de coherencia de la Ecuación 120 se obtiene finalmente que:

$$\Delta\Omega = \frac{A_c}{R^2} \approx \frac{\lambda^2}{F}. \quad (126)$$

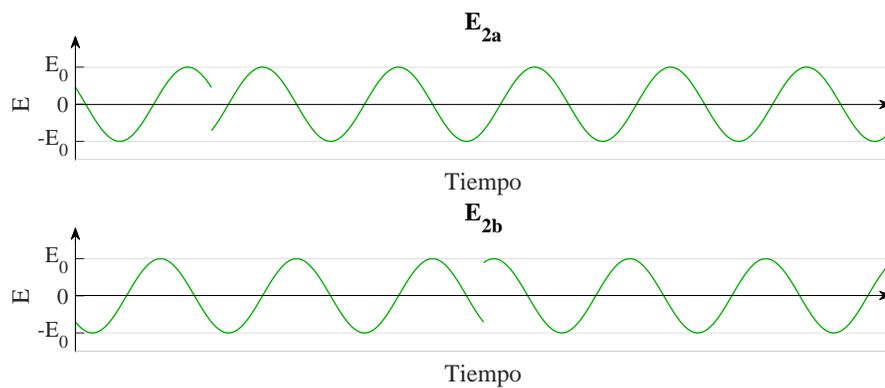
Luego, para mejorar el entendimiento del área de coherencia es útil recordar la Figura 21. De esta manera, siempre y cuando los puntos de incidencia  $P_1$  y  $P_2$  estén localizados dentro del área de coherencia, los campos  $E_1$  y  $E_2$ , estarán descritos por las ecuaciones 104. Como ya se analizó, los campos estarán correlacionados entre sí, pero se debe considerar primero que anteriormente fue declarado que la fuente  $F_1$  es incoherente con respecto a  $F_2$ , de tal forma que las ondas electromagnéticas de cada fuente se comportarán de acuerdo a lo mostrado en la Figura 24.

En la figura se muestran dos ondas electromagnéticas totalmente diferentes entre sí, ambas poseen fases distintas y cambian de fase en momentos diferentes en el espacio. Siguiendo el principio de superposición lineal, la suma de ambas ondas se representa en la Figura 25.

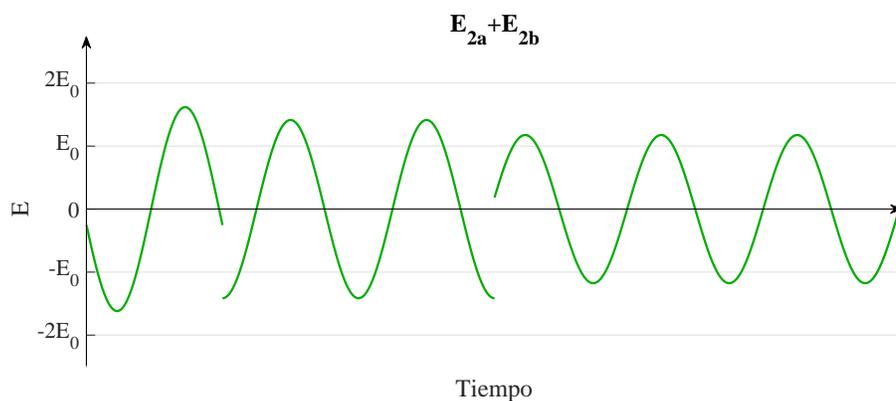
Por otro lado, en el punto  $P_2$ , ya que se ubica dentro del área de coherencia, los campos eléctricos únicamente poseen un ligero desfase debido al cambio de posición de forma tal que sus campos eléctricos deben verse conforme a la Figura 26. Luego, por el principio de superposición lineal, la suma de las ondas electromagnéticas se muestra en la Figura 27.



**Figura 25:** Gráfica de la suma de las ondas incidentes al punto  $P_1$ .

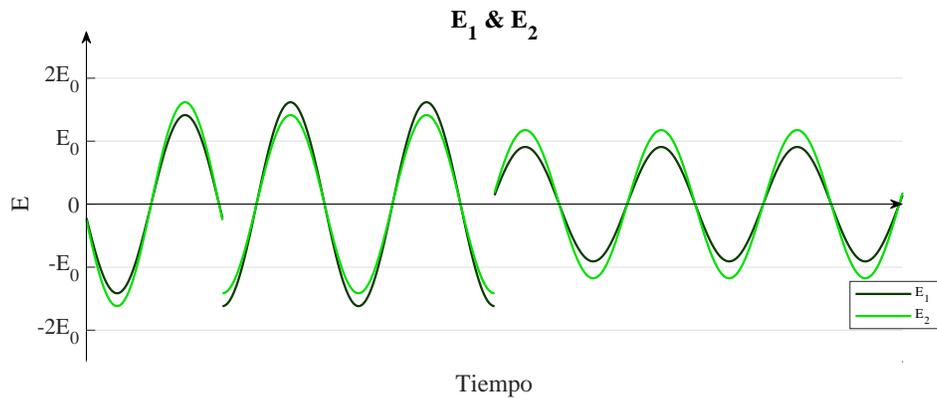


**Figura 26:** Gráfica de las ondas incidentes al punto  $P_2$  individualmente.



**Figura 27:** Gráfica de la suma de las ondas incidentes al punto  $P_2$ .

A partir de esto, la suma de las ondas electromagnéticas en los puntos  $P_1$  y  $P_2$  viajarán hasta la pantalla  $B$  donde incidirán y de nuevo por acto de la superposición lineal estas deberán sumarse. Así, la suma de ambas adiciones se observa en la Figura 28.



**Figura 28:** Gráfica de la suma de las ondas incidentes en el plano  $\mathcal{B}$ .

De este modo, es apreciable cómo incluso aún cuando se utilizan fuentes incoherentes, puede existir una correlación siempre y cuando se cumplan ciertas características espaciales en referencia de la posición de las fuentes individuales y la duración de su tiempo de coherencia. Además, es necesario aclarar que la correlación evidente de los campos en el plano  $\mathcal{B}$  es generada en durante el proceso de propagación de la luz, no en su emisión [11].

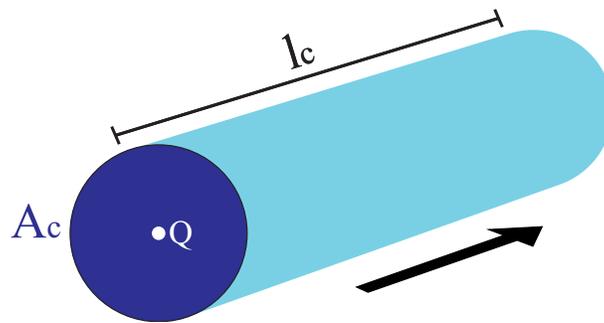
Una vez desarrolladas la ideas anteriores, a modo de recapitulación, se ha obtenido una longitud de coherencia y un área de coherencia, por lo tanto, es posible multiplicar ambas magnitudes con el objetivo de obtener un volumen de coherencia utilizando las ecuaciones 103 y 126:

$$l_c = \frac{\lambda}{\Delta\lambda} \lambda, \quad (127)$$

$$A_c \approx \frac{R^2}{\mathcal{F}} \lambda^2, \quad (128)$$

$$V_c = \left( \frac{\lambda}{\Delta\lambda} \lambda \right) \left( \frac{R^2}{\mathcal{F}} \lambda^2 \right) = \Omega_c \left( \frac{\lambda}{\Delta\lambda} \lambda^3 \right). \quad (129)$$

Finalmente, este volumen describe el volumen máximo de localización para que mínimo dos puntos incidentes de luz posean una correlación en sus coherencias para poder generar interferencia de luz [11], este volumen está representado en la Figura 29. Estas consideraciones espaciales son muy útiles para ser consideradas al momento de realizar un experimento utilizando interferómetros y es por esta misma razón por la cual Thomas Young fue capaz de generar un patrón de interferencia utilizando luz natural del sol [2].



**Figura 29:** Diagrama mostrando el volumen de coherencia conformado por el área de coherencia  $A_c$  (círculo azul) extruido a la misma magnitud que la longitud de coherencia  $l_c$ . La flecha negra indica la dirección de propagación.

## 4. Distribución espectral

Como se ha dejado claro ya, en la práctica no solo es difícil encontrar una luz cercana a una fuente totalmente monocromática más allá del láser, sino que además, la función grado de coherencia no se comporta de la misma manera dependiendo del tipo de fuente implementada y esto da una información extra acerca de la luz que se está utilizando, aparte de sus propiedades de coherencia. En este capítulo se describirán dos fuentes de luz a partir de diferentes aproximaciones y cómo se comportan sus funciones grado de coherencia de acuerdo a cómo estas fuentes generan luz.

### 4.1. Fuentes lorentzianas

Para comenzar, será útil imaginar cómo será la fuente de luz a considerar. Será necesario considerar ya, como ya se manejó, una fuente extendida compuesta por más fuentes individuales de menor tamaño que se pueden considerar como fuentes individuales. Además, ya no se asumirá que es una fuente monocromática, sino poseerá frecuencias propias de su proceso de generación. Para dicho proceso se considerarán modelos atómicos como dipolos eléctricos los cuales permanecen lo más estático posible durante su proceso. Cuando se hablan de fuentes así, se pueden tomar de ejemplo fuentes de luz incandescente como focos de filamento de tungsteno o incluso una braza caliente. Fuentes que brillan por sí mismas pero cuyos átomos están restringidos en la misma posición.

Luego, al recordar que ya no solo se está lidiando con una sola fuente de luz, sino con una gran cantidad de fuentes, el campo eléctrico producido por todas estas fuentes individuales es [21]:

$$E = \sum_{i=1}^n E_i(t), \quad (130)$$

donde  $E_i$  describe de un pulso por cada fuente individual en un tiempo  $t$ . La Ecuación 130 considera la suma  $n$  factores pues el campo eléctrico total producido por dicha fuente, será, por medio del principio de superposición, la suma de los campos involucrados. Para esta fuente se supone que, como fuente extendida, todas las fuentes individuales son incoherentes entre sí y por lo tanto cada una de estas posee una fuente totalmente diferente, no obstante, se considera que todas ellas son aproximadamente monocromáticas. Con ello, la función de coherencia mutua puede verse de la siguiente manera:

$$\langle E^*(t)E(t + \tau) \rangle = \left\langle \sum_{i=1}^n E_i^*(t) \cdot \sum_{j=1}^n E_j(t + \tau) \right\rangle, \quad (131)$$

$$= \left\langle \sum_{i=1}^n E_i^*(t) \cdot E_i(t + \tau) \right\rangle. \quad (132)$$

Es sabido que el promedio de un conjunto de valores aleatorios es igual a cero. Por esto, la expresión anterior no considera los factores como  $E_1^*(t) \cdot E_2(t + \tau)$ . Esto debido a

que, sin importar la manera en que se describa los pulsos, su comportamiento ondulatorio posee por naturaleza una fase que, dado que se estableció que ambos pulsos fueron emitidos por fuentes independientes, serán diferentes y su interacción entre ambas será totalmente aleatoria [21]. Así, suponiendo que todas las fuentes emiten aproximadamente la misma frecuencia en su radiación, se puede decir que las fuentes son similares [21], por lo tanto:

$$\langle E^*(t)E(t + \tau) \rangle = \left\langle \sum_{i=1}^n E_i^*(t) \cdot E_i(t + \tau) \right\rangle, \quad (133)$$

$$= n \langle E_i^*(t) \cdot E_i(t + \tau) \rangle. \quad (134)$$

De esta forma, es posible notar que la función de coherencia mutua de un campo eléctrico conformado por varias fuentes individuales es directamente proporcional a la contribución de una sola fuente, es decir, de un solo átomo [21]. Posteriormente, para continuar el análisis, se hará uso del teorema de Wiener-Khinchin, el cual menciona que la transformada de Fourier de la función de coherencia mutua es igual a la densidad de potencia espectral [30], su demostración puede ser encontrada en el Apéndice A. Esto expresa la frecuencia de acuerdo a un ancho de banda en dominio espectral de acuerdo a la siguiente ecuación:

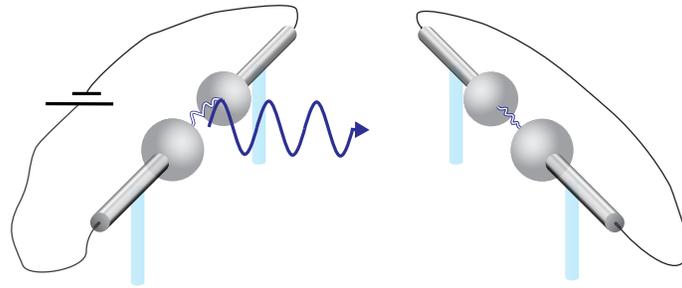
$$S(\omega) = \frac{1}{\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \langle E^*(t)E(t + \tau) \rangle e^{-i\omega\tau'} d\tau' = \frac{1}{2\pi T} |E(\omega)|^2, \quad (135)$$

donde  $T$  es el periodo de medición introducido por el promedio temporal y  $S(\omega)$  es la densidad de potencia espectral. De este modo, al considerar  $n$  átomos, la densidad de potencia espectral se expresa como [31];

$$S(\omega) = \frac{n}{2\pi T} |E(\omega)|^2. \quad (136)$$

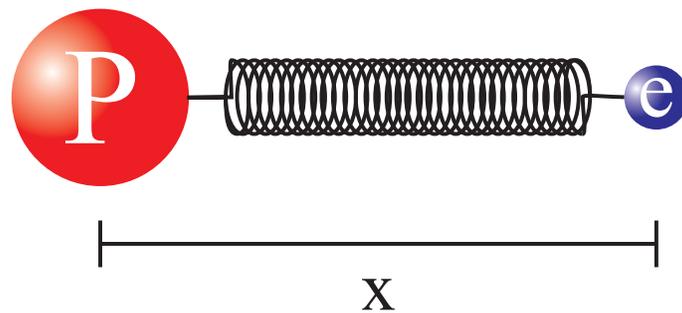
Un procedimiento similar para la obtención de la Ecuación 136 se muestra igualmente la demostración del teorema en el Apéndice A. Posteriormente es necesario conocer la forma de  $|E(\omega)|^2$  para poder describir su comportamiento. Dando seguimiento a esto, es necesario recordar algunos conceptos acerca de las ondas electromagnéticas producidas por un dipolo eléctrico y el modelo clásico del átomo.

Para poder conocer  $|E(\omega)|^2$  hay que conocer cuál será la descripción del campo eléctrico y aplicar la transformada de Fourier a esta. Para conocer dicha descripción, se puede partir del Experimento de Hertz. Este fue realizado por el físico alemán Heinrich Hertz [31, 32] y en este se observó que una emisión electromagnética puede ser producida por un dipolo eléctrico conformado por dos esferas metálicas separadas por una distancia de descarga. Un diagrama de dicho experimento puede ser observado en la Figura 30. Al generarse una chispa entre estas esferas, cuando la carga de ambas esferas adquiere el voltaje necesario, una onda electromagnética viaja por el espacio hasta un arreglo similar al que produjo la onda, con la diferencia de que este es un circuito que no está conectado a alguna fuente de voltaje. Cuando esta onda incide en el arreglo, induce una resonancia que puede ser medida con un sensor conectado al dipolo. Con esto se



**Figura 30:** Diagrama ilustrando el experimento de Hertz.

pensó que habría un modelo análogo que funcionase con luz visible y tal modelo debería ser de escalas diminutas. Esta escala corresponde al modelo atómico y su planteamiento como dipolo eléctrico visto como un resorte. Las cargas eléctricas, protón y electrón, se mantienen unidas por las fuerzas de Coulomb y la interacción entre ellas puede ser descrita de manera similar a dos masas unidas por un resorte.



**Figura 31:** Analogía representativa del modelo atómico unido por un resorte que sustituye a las fuerzas de Coulomb, igualmente conocido como oscilador de Lorentz.

La Figura 31 representa la visión clásica del átomo. Esto fue útil para proporcionar la siguiente ecuación diferencial [31]:

$$\ddot{x} + \frac{1}{\tau'}\dot{x} + \omega_0^2 x = \frac{e}{M}E, \quad (137)$$

donde esta ecuación describe el movimiento armónico de un electrón ligado a un núcleo positivo a manera de dipolo y con un movimiento oscilatorio amortiguado. Así, la variable  $x$  describe el desplazamiento del electrón desde la posición de equilibrio,  $\tau'$  es el tiempo de decaimiento del movimiento, es decir, la amplitud tenderá a cero mientras pasa el tiempo hasta llegar al tiempo  $\tau'$ , pasado este tiempo, la oscilación es cero, dando así la duración de solo un pulso. La letra  $\omega_0$  corresponde a la frecuencia de vibración,  $e$  y  $M$  son la carga y masa del electrón respectivamente, y  $E$  es el campo eléctrico externo [31]. Con esto, es necesario determinar la variación del campo eléctrico del dipolo mientras este cambia la posición del electrón respecto al núcleo.

De esto, mediante el análisis del movimiento del dipolo eléctrico y la potencia de la radiación emitida por este, se puede concluir que el movimiento de cargas dentro del dipolo se puede interpretar como un movimiento armónico amortiguado con un tiempo de decaimiento  $\tau'$  [31]. Así, el campo eléctrico puede ser aproximado a:

$$E(t) = E_0 e^{\frac{-t}{2\tau'}} e^{i(\omega_0 t)}, \quad (138)$$

donde  $E_0$  es la amplitud inicial de la onda inducida por el dipolo. De este modo, al obtener el dominio en la frecuencia de la Ecuación 138, se obtiene lo siguiente:

$$E(\omega) = E_0 \int_0^\infty e^{\frac{-t}{2\tau'}} \cos(\omega_0 t) e^{-i\omega t} dt. \quad (139)$$

Recordando que  $\cos \omega t = \frac{e^{i\omega t} + e^{-i\omega t}}{2}$  se tiene que:

$$E(\omega) = \frac{E_0}{2} \left( \int_0^\infty e^{-(\frac{t}{2\tau'} - i\omega_0 t + i\omega t)} dt + \int_0^\infty e^{-(\frac{t}{2\tau'} + i\omega_0 t + i\omega t)} dt \right). \quad (140)$$

Utilizando la aproximación de onda giratoria o R.W.A.,<sup>1</sup> por sus siglas en inglés [33], se obtiene que:

$$E(\omega) = \frac{E_0}{2} \frac{\frac{1}{2\tau'} + i(\omega - \omega_0)}{\frac{1}{4\tau'^2} + (\omega - \omega_0)^2}. \quad (141)$$

Finalmente, el módulo cuadrado de la Ecuación 141 es:

$$|E(\omega)|^2 = \frac{E_0^2}{4} \frac{1}{\frac{1}{4\tau'^2} + (\omega - \omega_0)^2}. \quad (142)$$

De esta forma, sustituyendo la expresión anterior en la Ecuación 136, se tiene que:

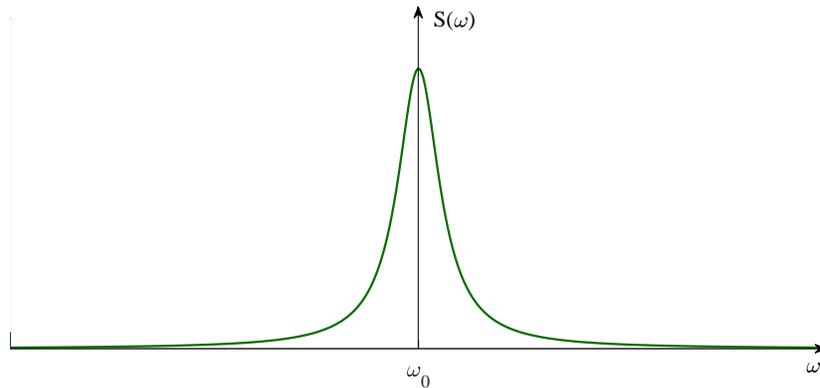
$$S(\omega) = \frac{n}{\pi T} \frac{\frac{E_0^2}{4}}{\frac{1}{4\tau'^2} + (\omega - \omega_0)^2}, \quad (143)$$

donde el tiempo de decaimiento  $\tau'$  corresponde al tiempo  $\tau_c$  pues es la duración de un solo pulso. De aquí es posible notar que esta función corresponde a la forma y estructura de una función lorentziana  $\left(\frac{a^2}{a^2 + (x - x_0)^2}\right)$  [34] en el espectro de las frecuencias [31].

Así, la gráfica la Función 143 se muestra en la Figura 32. De esta gráfica se observa que los dipolos producen en su mayoría, campos con frecuencias cercanas a  $\omega_0$  de acuerdo a  $S(\omega)$  y producen mucho menos luces con frecuencias alejadas a esta, tendiendo su probabilidad a cero mientras se aleja de la frecuencia central.

---

<sup>1</sup>Con la aproximación R.W.A. se puede eliminar el segundo término de la Ecuación 140, pues al observar dicha expresión, ambas integrales consideran valores cada vez más grandes. Sin embargo, el segundo término está conformado de números positivos dentro de la exponencial negativa, por lo que al tender a infinito el tiempo  $t$ , su resultado será aproximadamente cero.



**Figura 32:** Gráfica de la potencia respecto al espectro de frecuencias.

A continuación, recordando que:

$$g(\tau) = \frac{\langle E^*(t)E(t + \tau) \rangle}{\langle |E(t)|^2 \rangle}, \quad (144)$$

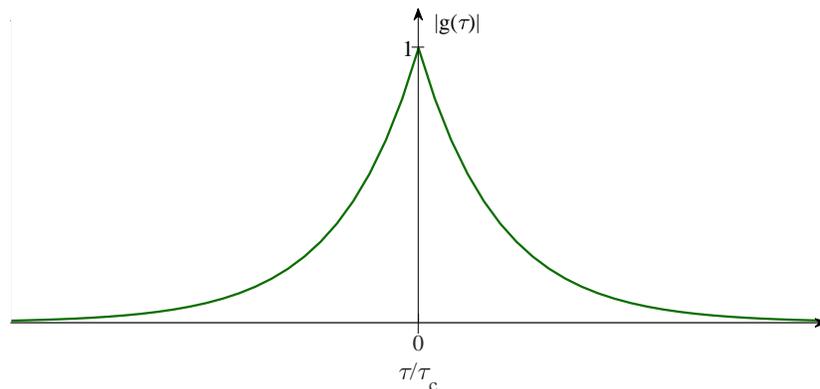
Es posible notar que para poder obtener el grado de coherencia, hay que devolver la Función 143 al dominio del tiempo, obteniendo así la siguiente expresión [21]:

$$\langle E^*(t)E(t + \tau) \rangle = \frac{nE_0^2}{T} e^{i\omega_0\tau - \frac{\tau}{2\tau_c}}. \quad (145)$$

Luego, al obtener la función grado de coherencia, es posible expresar lo siguiente:

$$g(\tau) = e^{i\omega_0\tau - \frac{\tau}{2\tau_c}}. \quad (146)$$

Finalmente, la gráfica de la función en unidades de tiempos de coherencia puede ser vista de la siguiente manera [21]:



**Figura 33:** Gráfica de la función grado de coherencia a partir de una distribución lorentziana de potencia.

La gráfica muestra que para el caso donde los rayos no poseen diferencia en sus caminos ópticos, o dicho de otra forma, el tiempo  $\tau$  es cero, el comportamiento es el

esperado y la función grado de coherencia es igual a 1. Luego, mientras el tiempo  $\tau$  crece, la función grado de coherencia decrece con pendientes pronunciadas en primera instancia. Mientras  $\tau$  crece aún más, tanto la pendiente de la gráfica como los valores de la función grado de coherencia tienden a cero.

## 4.2. Fuentes gaussianas

Ahora se tomará en consideración una fuente de luz común y corriente como un foco ahorrador de gas de mercurio o lámparas de halógeno. Se puede decir que dentro de estas fuentes, las moléculas o partículas están moviéndose a gran velocidad y además están siendo excitadas de tal forma que emiten luz. Para ello, necesitan estar en contacto con un reservorio de energía. Así, la situación considera dos sistemas donde uno es el objeto de estudio y otro un reservorio térmico. Este tipo de sistemas pueden ser descritos por el ensamble gran canónico [35].

El ensamble gran canónico posee una función de partición que describe las propiedades estadísticas de un sistema termodinámico, donde propiedades como la entropía o la energía total del sistema pueden ser expresadas mediante esta función [36]. De este modo, la función de partición del conjunto canónico está definida como:

$$P = Ce^{-\beta E_T}, \quad \text{donde} \quad \beta = \frac{1}{K_b T}. \quad (147)$$

Aquí,  $K_b$  representa la constante de Boltzmann y  $T$  es la temperatura del sistema,  $E_T$  es la energía total del sistema y  $C$  es una constante propia del ensamble gran canónico y debe ser definida mediante normalización. Por lo tanto, cuando se habla de la energía total en un sistema conformado por un gas, se habla prácticamente de la energía cinética que el sistema posee [35]. De este modo:

$$E_t = \frac{1}{2}mv_x^2 + \frac{1}{2}mv_y^2 + \frac{1}{2}mv_z^2. \quad (148)$$

Así, se puede modificar la función de partición de la siguiente manera:

$$f(v) = Ce^{-\beta(\frac{1}{2}mv_x^2 + \frac{1}{2}mv_y^2 + \frac{1}{2}mv_z^2)}. \quad (149)$$

Obteniendo una distribución de probabilidad dependiente de la velocidad de la partícula donde al enfocarse en cada dimensión individualmente se tiene que:

$$f(v_i) = C^{\frac{1}{3}} e^{-\frac{\beta}{2}mv_i^2}, \quad (150)$$

donde  $i$  puede ser  $x$ ,  $y$  o  $z$  respectivamente.

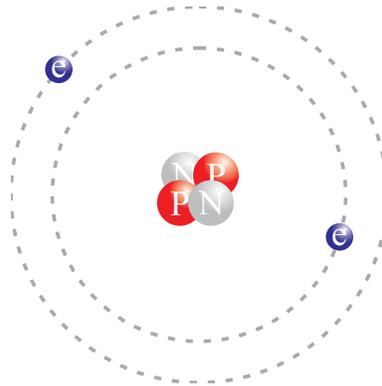
$$f(v_i) = \left(\frac{\beta m}{2\pi}\right)^{\frac{3}{2}} e^{-\frac{\beta}{2}mv_i^2}. \quad (151)$$

La Ecuación 151 resultante se conoce como Distribución de Maxwell-Boltzmann y es una distribución de probabilidades de las velocidades de un gas presentada originalmente por James C. Maxwell en 1860 [37] y posteriormente desarrollada aún más por Ludwig

Boltzmann [38].

Pero, a modo de relacionar esta idea con la luz, es necesario obtener alguna relación de las velocidades de las partículas con la luz que estas emiten. Para esto, es posible estudiar la emisión espontánea en el modelo atómico.

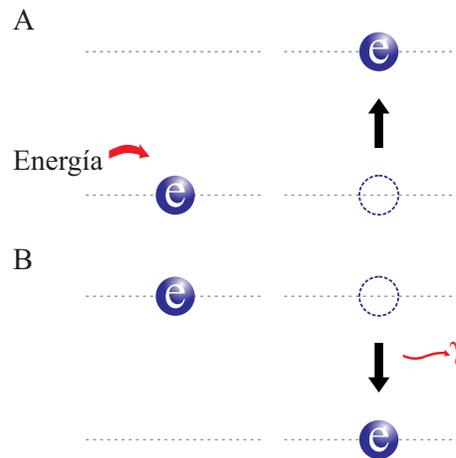
La emisión de la luz ocurre directamente desde las interacciones atómicas con la energía, dando como producto el proceso conocido como emisión espontánea. Aunque actualmente es bien sabido que el modelo atómico de Bohr no es el correcto, es bastante útil para fines didácticos y para la visualización de procesos como este mencionado.



**Figura 34:** Modelo atómico de Bohr.

El átomo de acuerdo al modelo atómico de Bohr consta de un núcleo conformado por protones y neutrones mientras que alrededor de este, en trayectorias de orbitales, se mueven los electrones. Con este modelo en mente, si a un electrón se le suministra la energía justa, este subirá de orbital a uno de mayor nivel energético, a un nivel correspondiente a la energía que recibió, como se ve representado en la Figura 35A. Cabe mencionar que estos niveles energéticos tienen valores específicos discretos. No obstante, el electrón no puede permanecer en ese nivel indefinidamente, en este punto es donde la emisión espontánea se lleva a cabo. En algún momento el electrón bajará de nivel energético de forma que tiene que liberar la energía que recibió en forma de luz electromagnética, cuya frecuencia será proporcional a la diferencia de energías entre ambos niveles energéticos [39] y esto es representado en la Figura 35B.

Además, este pulso de luz tendrá una duración finita, aproximadamente para los átomos, la duración de este pulso será de entre  $10^{-9}$  a  $10^{-8}$  segundos [2]. Durante este periodo de tiempo, que varía según el tipo de fuente, la luz emitida puede ser descrita por la Ecuación 7 con una  $\phi$  específica para esta onda emitida en este intervalo de tiempo. Sin embargo, una vez este tiempo finalice y otra luz sea emitida por el átomo, la Ecuación 7 tendrá una  $\phi$  totalmente distinta a la onda emitida anteriormente a ella y no hay ninguna correlación entre la variación de ambas fases. Eso significa que ambas ondas emitidas no tendrán la misma amplitud inicial al momento de ser emitidas y no hay forma de predecir con qué fase se obtendrá la siguiente onda a emitir por el átomo.



**Figura 35:** A: Diagrama de un electrón subiendo de orbital al ser suministrado con energía. B: Diagrama de un electrón cambiando a un orbital de nivel energético menor liberando un fotón con la energía correspondiente a la diferencia de niveles energéticos en el proceso.

Al concentrarse en la conservación de la energía de este proceso, en un estado inicial el electrón posee la energía requerida para estar ubicado en el nivel energético mayor que se llamará  $E_2$  y ,sumado a esto, posee una energía cinética intrínseca. Una vez baja de nivel energético, es bien sabido que la energía emitida relacionada a un fotón está dada por  $E = \hbar\omega$  [40], donde además el electrón ahora tendrá la energía asociada al nivel energético menor  $E_1$  y su energía cinética. Este proceso puede ser visualizado en la Figura 35. Visto de otro modo:

$$E_2 + \frac{1}{2}Mv_2^2 = \hbar\omega + E_1 + \frac{1}{2}Mv_1^2, \quad (152)$$

donde  $M$  es la masa del electrón,  $v_{2,1}$  es su velocidad antes y después de emitir luz respectivamente,  $\omega$  es la frecuencia de la luz emitida y  $\hbar$  es la constante de Planck. Si  $v_1 = v_2$ , entonces:

$$\hbar\omega_0 = E_2 - E_1, \quad (153)$$

donde  $\omega_0$  es la frecuencia de la luz emitida cuya energía es igual a la brecha energética entre  $E_2$  y  $E_1$ . De la misma manera, el momento de las partículas debe ser conservado durante todo el proceso, de este modo:

$$Mv_2 = Mv_1 + \hbar k, \quad (154)$$

donde  $\hbar k$  es el momento del fotón emitido y  $k$  es el número de onda o constante de propagación de la onda electromagnética [40]. De esta manera, es posible sustituir  $E_1$  en la Ecuación 153 al utilizar y despejar la Ecuación 152:

$$\hbar\omega_0 = \hbar\omega + \frac{1}{2}Mv_1^2 - \frac{1}{2}Mv_2^2. \quad (155)$$

De la Ecuación 154 es posible despejar  $v_2$  para luego ser sustituida en la expresión

anterior:

$$v_2 = v_1 + \frac{\hbar k}{M}, \quad (156)$$

$$\hbar\omega_0 = \hbar\omega + \frac{1}{2}Mv_1^2 - \frac{1}{2}M\left(v_1 + \frac{\hbar k}{M}\right)^2, \quad (157)$$

$$\hbar\omega_0 = \hbar\omega - v_1\hbar k - \frac{\hbar^2 k^2}{2M}, \quad (158)$$

luego,

$$\omega_0 = \omega - v_1 k - \frac{\hbar k^2}{2M}. \quad (159)$$

Recordando que  $k = \frac{\omega}{c}$ :

$$\omega_0 = \omega - \frac{v_1\omega}{c} - \frac{\hbar\omega^2}{2Mc^2}. \quad (160)$$

En este punto, al calcular  $\frac{\hbar\omega^2}{2Mc^2}$  utilizando los valores respectivos para la velocidad de la luz, la masa del electrón y la constante de Planck, es posible notar que este término es extremadamente pequeño como para poder despreciarlo de la expresión:

$$\omega_0 = \omega - \frac{v_1\omega}{c}, \quad (161)$$

Al factorizar  $\omega$  se obtiene que:

$$\omega = \frac{\omega_0}{1 - \frac{v_1}{c}}. \quad (162)$$

Posteriormente, si se considera que  $v \ll c$ , se obtiene lo siguiente:

$$\omega \approx \omega_0 \left(1 + \frac{v_1}{c}\right), \quad (163)$$

$$v_1 \approx c \frac{\omega - \omega_0}{\omega_0}. \quad (164)$$

Obteniendo así una relación de la velocidad con la frecuencia angular. De esta forma, se observa que la dispersión de frecuencias depende de la velocidad de movimiento de las partículas. En otras palabras, el efecto Doppler es considerado en este sistema. Así, al sustituir la velocidad en la distribución de Maxwell-Boltzmann:

$$dN_v = \left(\frac{M\beta}{2\pi}\right)^{\frac{3}{2}} e^{-\frac{M\beta v^2}{2}} dv, \quad (165)$$

$$= \left(\frac{M\beta}{2\pi}\right)^{\frac{3}{2}} e^{-\frac{\beta M \left(c \frac{\omega - \omega_0}{\omega_0}\right)^2}{2}} d\left(c \frac{\omega - \omega_0}{\omega_0}\right), \quad (166)$$

$$= \left(\frac{M\beta}{2\pi}\right)^{\frac{3}{2}} e^{-\frac{Mc^2\beta(\omega - \omega_0)^2}{2\omega_0^2}} \left(\frac{c}{\omega_0}\right) d\omega, \quad (167)$$

$$(168)$$

si  $\Delta = \omega_0 \left( \frac{1}{Mc^2\beta} \right)^{\frac{1}{2}}$ , entonces:

$$dN_\omega = \frac{M\beta}{2\pi} \left( \frac{1}{2\pi\Delta^2} \right)^{\frac{1}{2}} e^{-\frac{(\omega-\omega_0)^2}{2\Delta^2}} d\omega. \quad (169)$$

La estructura de la Ecuación 169 corresponde a la distribución Gaussiana [21] y relaciona la dispersión de frecuencias con la manera en la que los átomos emiten luz a distintas velocidades. Relacionando esto con la coherencia de la luz, hay que mencionar que ya no únicamente se habla de una sola fuente sino de una cantidad mucho mayor debido a la gran cantidad de átomos que se considera que emiten luz, esto queda más claro al recordar el planteamiento de la fuente como una fuente extendida cuya superficie se compone de fuentes individuales infinitesimales e independientes. Por lo tanto, el campo eléctrico que es emitido está dado por [21]:

$$E(t) = E_0 \sum_{i=1}^n e^{-i\omega_i t + i\phi_i}. \quad (170)$$

Debido a que cada átomo es considerado como una fuente individual, cada una de estas contribuirá mediante el principio de superposición lineal a la suma del campo eléctrico total como se describe en la Ecuación 170 enumerando las fuentes desde 1 hasta un número entero  $n$ . Todas las luces emitidas poseen la misma amplitud  $E_0$ , pero poseen fases diferentes, ya que son incoherentes entre sí, y poseen frecuencias distintas debido a su movimiento. Tomando en cuenta esto y realizando un procedimiento muy similar al que se realizó con la fuente lorentziana, la función de coherencia mutua se expresa de la siguiente manera:

$$\langle E^*(t)E(t+\tau) \rangle = E_0^2 \left( \sum_{i=1}^n \langle e^{i\omega_i t - i\phi_i} \rangle \right) \left( \sum_{j=1}^n \langle e^{-i\omega_j(t+\tau) + i\phi_j} \rangle \right). \quad (171)$$

Aquí, los términos cruzados como  $i\phi_1 - i\phi_2$  varían aleatoriamente con el tiempo y su promedio temporal será cero, de este modo, los índices de la suma serán iguales,  $i = j$ . E igualmente, las fases de una misma fuente tendrán valores aleatorios, por lo tanto:

$$\langle E^*(t)E(t+\tau) \rangle = E_0^2 \sum_{i=1}^n e^{i\omega_i \tau}. \quad (172)$$

De esta forma, se analizó que esta función de coherencia mutua debe estar envuelta por una línea gaussiana [21] que depende de las frecuencias al igual que la suma de la expresión anterior, de esta forma, la suma se convierte en una integral sobre la distribución gaussiana:

$$\langle E^*(t)E(t+\tau) \rangle = E_0^2 \int_0^\infty e^{i\omega\tau} \left( \frac{1}{2\pi\Delta^2} \right)^{\frac{1}{2}} e^{-\frac{(\omega-\omega_0)^2}{2\Delta^2}} d\omega. \quad (173)$$

Al resolver la integral anterior por partes se obtiene que:

$$\langle E^*(t)E(t+\tau) \rangle = E_0^2 e^{i\omega_0\tau - \frac{1}{2}\Delta^2\tau^2}. \quad (174)$$

Y de esto, al obtener la función grado de coherencia, se tiene que:

$$g(\tau) = e^{i\omega_0\tau - \frac{1}{2}\Delta^2\tau^2}. \quad (175)$$

Por último, para poder insertar una dependencia en el tiempo de coherencia sobre la Ecuación 175, se utiliza el ancho equivalente de potencia [41]. Este ancho utiliza el área bajo la curva de una función contra la magnitud máxima de la función. El tiempo de coherencia se expresa usualmente con esta definición de ancho para una señal de grado de coherencia. De esta forma, se define lo siguiente:

$$\tau_c = \int_{-\infty}^{\infty} \frac{|g(\tau)|^2}{|g(0)|^2} d\tau = \int_{-\infty}^{\infty} |g(\tau)|^2 d\tau, \quad (176)$$

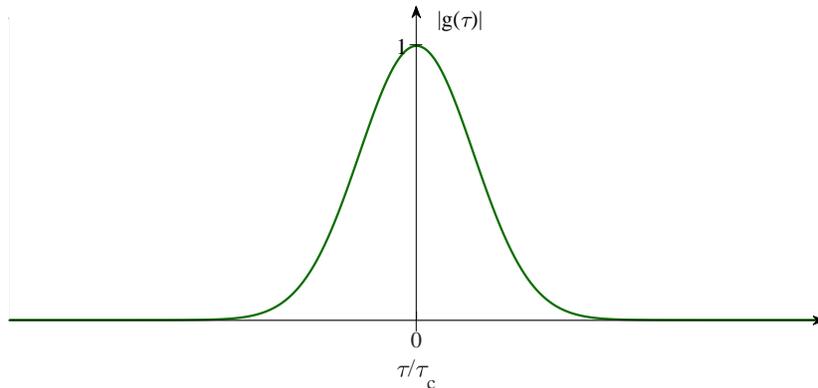
dado que  $g(0)$  es igual a 1, así, el tiempo de coherencia para una distribución gaussiana, utilizando la Ecuación 175 en 176, se define como:

$$\tau_c = \int_{-\infty}^{\infty} e^{-\Delta^2\tau^2} d\tau = \frac{\pi^{\frac{1}{2}}}{\Delta}. \quad (177)$$

De esta forma, al sustituir el valor de  $\Delta$  en la Ecuación 175 se obtiene que:

$$g(\tau) = e^{i\omega_0\tau - \frac{\pi}{2}\left(\frac{\tau}{\tau_c}\right)^2}. \quad (178)$$

Así, al obtener una ecuación para el grado de coherencia donde es considerada la dispersión de frecuencias debido a las velocidades de movimiento de las partículas, la gráfica en unidades de tiempos de coherencia puede ser visualizada de la siguiente manera:



**Figura 36:** Gráfica de la función grado de coherencia a con una distribución gaussiana debido a la dispersión de frecuencias debido a la velocidad de movimiento.

En primer instancia, cuando el tiempo  $\tau$  es cero, la gráfica es igual a 1, pero a diferencia de la fuente lorentziana, una fuente gaussiana, no posee una caída tan abrupta mientras  $\tau$  crece. Ambas tienden a cero mientras  $\tau$  tiende a infinito, pero su característica más remarcable y por la cual sería fácil diferenciar ambas, es que la pendiente de la función grado de coherencia para la fuente gaussiana posee pendientes de bajo valor a

valores cercanos de cero, por otro lado, la fuente lorentziana posee magnitudes altas para sus pendientes alrededor del cero como se aprecia en la Figura 33.

## 5. Propuesta experimental

Con el fin de poder corroborar la teoría aquí mostrada, siempre es fuertemente recomendado realizar un trabajo experimental en orden de obtener evidencia experimental irrefutable. De esta manera, se propone un arreglo experimental en consideración de la información previamente argumentada. En primer lugar, se describirá la instrumentación necesaria para la medición de datos y la distribución del arreglo experimental de acuerdo a lo discutido en secciones anteriores.

### 5.1. Arreglo experimental

De acuerdo al Capítulo 4, si se conoce la función grado de coherencia, es posible determinar la distribución que describe a la fuente de luz. Por lo tanto, es certero pensar que un experimento de interferometría debe realizarse para analizar el comportamiento de una función grado de coherencia de una fuente desconocida. Para esto fue realizado el análisis de los interferómetros en el Capítulo 3. Luego, si el objetivo es analizar la función grado de coherencia, se debe recordar que a lo largo del mismo Capítulo 3 el estudio se realizó asumiendo que  $I_1 = I_2$  para las fuentes utilizadas de tal manera que, como se observa en la Ecuación 71, la función grado de coherencia es exactamente igual a la visibilidad descrita inicialmente por la Ecuación 32 en función de las magnitudes máximas y mínimas de la intensidad en un patrón de interferencia.

Así, como se analizó anteriormente la visibilidad y, por lo tanto, la función grado de coherencia varían en función de la variación del tiempo de desfase  $\tau$  entre dos campos eléctricos producidos por diferentes fuentes. De esta manera, es necesario variar a voluntad el tiempo  $\tau$  de desfase en un interferómetro, en el cuál se garantice la condición  $I_1 = I_2$  de acuerdo con lo anteriormente estipulado. Con esto en consideración, se escogió el interferómetro de Michelson como propuesta inicial por tener esta misma cualidad de modificar a voluntad la longitud de uno de sus brazos, por ende, el desfase temporal entre ambos campos. Por otro lado, se deben utilizar fuentes con un ancho de banda considerablemente grande, de acuerdo a la Ecuación 103. Esto con la finalidad de realizar un arreglo experimental de dimensiones cortas. Por ejemplo, la utilización de un láser, que se considera como una fuente monocromática, implica considerar longitudes de coherencia del orden de metros, como mínimo. Esto haría inviable realizar un arreglo de interferometría en donde se aprecie adecuadamente la variación de la función grado de coherencia. De esta manera, se propone la utilización de fuentes blancas de luz.

Además, la manera de variar el tiempo  $\tau$  es mediante la variación del camino óptico. Esto se logra mediante el camino espacial que recorre el haz o mediante el cambio de medio por donde viaja el haz. En el interferómetro de Thomas Young el fenómeno de interferencia sucede por la misma distribución del arreglo como se vio en la Sección 2.4, sin embargo, la manipulación espacial de un solo camino óptico de uno de los rayos que emergen de la rendija del arreglo resulta dificultado debido a las dimensiones propias del arreglo. Por otro lado, como se analizó en la Sección 2.5, en el interferómetro de Michelson, es posible manipular el camino óptico de solo un haz de luz cambiando la longitud de uno de los brazos del mismo arreglo, haciéndolo un arreglo óptico para analizar la

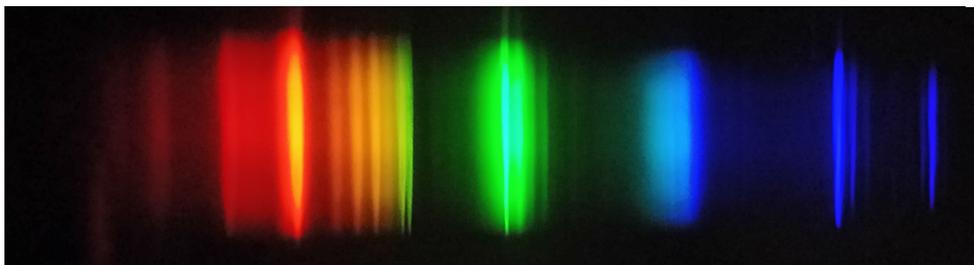
función grado de coherencia.

Al concentrarnos en las fuentes de luz, como se mencionó en la Sección 4, dos tipos de fuentes fueron consideradas. Lorentzianas; fuentes de las cuales no se considera dispersión de frecuencias debido a velocidades, es decir, sus fuentes son estacionarias y gaussianas; fuentes donde sí es relevante una dispersión de frecuencias debido la velocidad de movimiento de las partículas.

Con esto en consideración se puede hacer una idea de qué tipo de fuentes lumínicas se necesitan en el experimento: para la medición de una fuente lorentziana se propone algún tipo de fuente que brille por la incandescencia de un compuesto o elemento únicamente debido al incremento de temperatura. Esto es fácilmente obtenible con cualquier fuente que utilice algún filamento de alta resistividad eléctrica. En la vida cotidiana es sencillo obtener este tipo de fuentes que se conocen como lámpara incandescente o de filamento de tungsteno. Estas fuentes de luz brillan por el paso de corriente eléctrica a través de sus filamentos [42] y sus átomos permanecen en el mismo sitio. Por esto, no es posible generar una dispersión de frecuencias debido a sus velocidades.

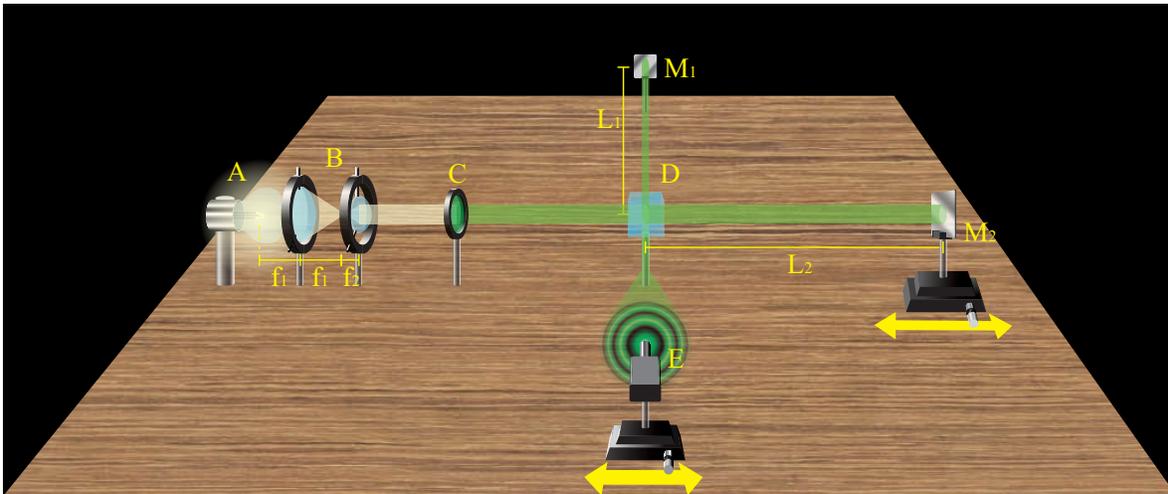
Por otro lado, si lo que se quiere es una dispersión de velocidades, como bien se mencionó en la Sección 4.2, un gas cumple muy bien con estas características. Con esto en consideración, será posible utilizar una fuente de luz gaseosa cuyas partículas irradian luz y dentro de esta categoría entran las lámparas de mercurio o sodio.

Si una lámpara de mercurio es utilizada, es bien sabido que esta no emite un espectro continuo de radiación, sino que emite a longitudes de onda muy determinadas [43]:



**Figura 37:** Espectro de emisión de una lámpara de mercurio. El método de obtención de este espectro se muestra en el Apéndice B.

Por lo que para utilizar una luz casi monocromática y con un ancho de banda menor, será útil la utilización de solo una línea espectral mediante la aplicación de una rejilla de difracción. De este modo se propone la utilización de la línea espectral verde que tiene un rango espectral de 512.8442 nm a 567.7105 nm [43, 44] debido a su intensidad y a su aislamiento de otras franjas del espectro. En comparación, las franjas del espectro rojo y azul poseen una mayor cantidad de franjas en un mismo espacio, por lo que se asumiría que su ancho de banda es mayor, o su intensidad es más reducida. Esto está justificado pues en la Ecuación 103 es posible notar que la longitud de coherencia incrementa con



**Figura 38:** Propuesta de arreglo experimental utilizando el interferómetro de Michelson. El patrón de interferencia en E se aumentó meramente con fines explicativos.

menor ancho de banda de frecuencias.

Por otro lado, al utilizar una lámpara de Stefan-Boltzmann, de acuerdo a las Leyes de espectroscopía de Kirchhoff [45], un objeto denso y caliente emitirá un espectro electromagnético continuo en todas las longitudes de onda, esto aplica perfectamente a lámparas incandescentes como la lámpara de Stefan-Boltzmann. Así, la luz utilizada con esta lámpara no puede ser separada y permanecerá blanca al momento de su utilización. Los efectos de interferencia utilizando luz blanca no pueden ser generados a partir de una diferencia de camino óptico de aproximadamente  $10 \mu\text{m}$  [46], no obstante su longitud de coherencia deberá ser determinado con el mismo arreglo experimental previamente a la realización del experimento. Por otro lado, nuevamente recordando la Ecuación 103, es posible utilizar algún filtro de frecuencias para disminuir el ancho de banda de la fuente y así incrementar la longitud de coherencia.

Posteriormente hay que considerar que ambas fuentes no son fuentes de ondas planas, sino son fuentes esféricas que necesitan una corrección con el fin de utilizar adecuadamente el interferómetro. Para lograr esto, es conveniente aplicar el uso de lentes al arreglo experimental con el fin de confinar la mayor cantidad de radiación electromagnética posible y generar un frente de onda plano de esta radiación. A este último proceso se le llama colimado y para su correcto funcionamiento se debe considerar la ecuación de lentes delgadas, la distancia focal de las lentes y la ubicación de la fuente de luz [47]. Con estas bases aclaradas, el arreglo experimental propuesto se presenta en la Figura 38.

El experimento comienza, como se observa en la Figura 38, con la colocación del elemento A que corresponde a la fuente de luz en la entrada del interferómetro, ya sea una lámpara de Boltzmann o una lámpara de mercurio. Luego, se coloca un arreglo de lentes en B que tendrá como primer finalidad el colimar las ondas esféricas emitidas por

la fuente, resultando en ondas planas [47], tal como se describió en el estudio. Su segundo propósito será el confinar los campos dentro de un área menor al área requerida para un filtro espectral. Se propone la colocación de este filtro espectral en C para reducir el ancho de banda de la fuente A, aumentar el tiempo de coherencia  $\tau$  y, por lo tanto, aumentar la longitud de coherencia.

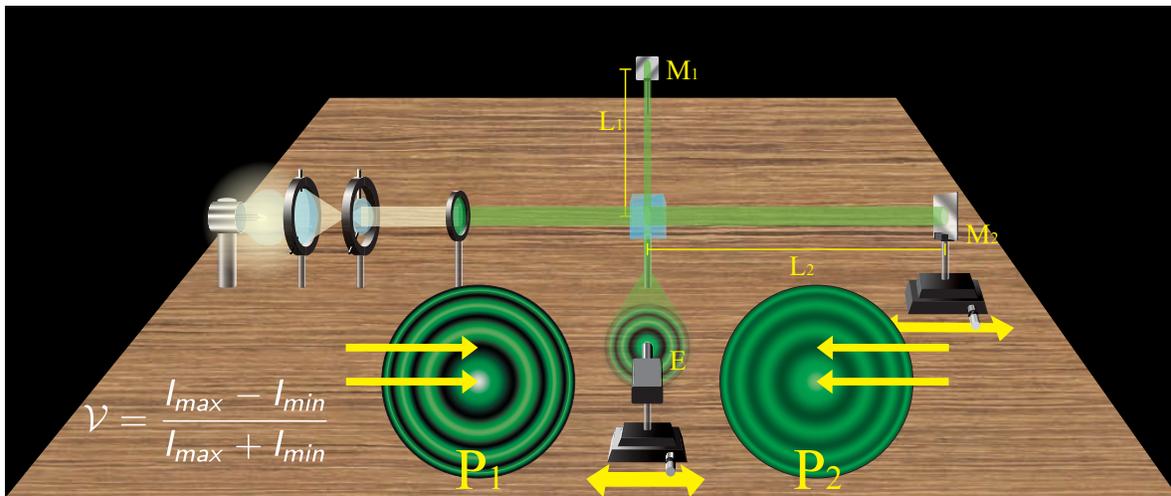
Posteriormente el arreglo funciona igual que un interferómetro convencional de Michelson, los campos viajan hasta un divisor de haz, en D para ser dividido en dos haces de luz. Éste divisor deberá tener una proporción 50:50 a fin de cumplir la condición de  $I_1 = I_2$ . Así, uno de los campos viajará hasta el espejo  $M_1$  y regresará de vuelta al divisor de haz, el segundo haz viajará hasta el espejo  $M_2$  montado sobre una plataforma con tornillo micrométrico con el fin de darle movilidad y precisión a la hora de variar la diferencia de camino óptico. Hay que recalcar que se recomienda el uso de un divisor de haz cúbico pues este equilibra instantáneamente la diferencia de camino óptico que recorren los haces al incidir sobre el divisor de haz [46]. En caso contrario, si se utiliza un divisor de haz semi espejado, es muy importante colocar una placa compensadora para que ambos haces recorran el mismo camino óptico y la única diferencia a considerar sea por el tiempo  $\tau$  [46]. Finalmente, en sustitución de una pantalla de observación, se utilizará un detector de intensidad sobre una plataforma movable con tornillo micrométrico en E para medir la intensidad a lo largo del patrón de interferencia a distintos puntos espaciales.

## 5.2. Metodología

De esta forma, como se mencionó en la propuesta, al utilizar un divisor de haz con proporción 50:50, la Ecuación 71 se cumple, por lo tanto, la función grado de coherencia puede medirse directamente al medir la intensidad de la luz dada por la Ecuación 32. Con esto en mente, la forma de medir la visibilidad será midiendo los valores máximos y mínimos de la intensidad en el patrón de interferencia del interferómetro de Michelson.

Con esto en consideración, se moverá la longitud del brazo  $L_2$  hasta igualar su longitud con la del brazo  $L_1$ . De esta manera el tiempo  $\tau$  estará en su mínimo y el patrón de interferencia deberá verse con la mayor claridad posible. Así, la visibilidad será medida con la Ecuación 32 utilizando los valores mínimo y máximo de intensidad como se muestra en la Figura 39. En ésta figura, se muestran las posiciones en las cuales la intensidad debe ser medida en el patrón  $P_1$ , en el máximo de intensidad central y el mínimo adyacente a este. Para éste primer caso, la visibilidad debe ser lo más próxima a 1 pues el tiempo de coherencia  $\tau$  posee un valor mínimo.

Luego, se aumentará la longitud del brazo  $L_2$  y por lo tanto  $\tau$  incrementará. Una vez realizado esto, se hará una nueva medición de la intensidad a lo largo del patrón de interferencia. La diferencia con el caso anterior, es que el valor máximo y mínimo de la intensidad ya no serán iguales a los anteriormente medidos, sino que estos tendrán un valor más cercano a  $2I_0$ , donde  $I_0$  es el valor de la intensidad de los campos de cada brazo, justo como se observa en la Figura 11 de la Sección 3.1. Las posiciones para medir dichas intensidades se muestran en la Figura 39 en el patrón  $P_2$ , en los cuáles



**Figura 39:** Propuesta de arreglo experimental utilizando el interferómetro de Michelson mostrando la metodología a realizar.

los máximos redujeron su intensidad y los mínimos aumentaron dicho valor. Además, se debe recordar que se deberá medir siempre la intensidad en el máximo central y el mínimo adyacente a éste.

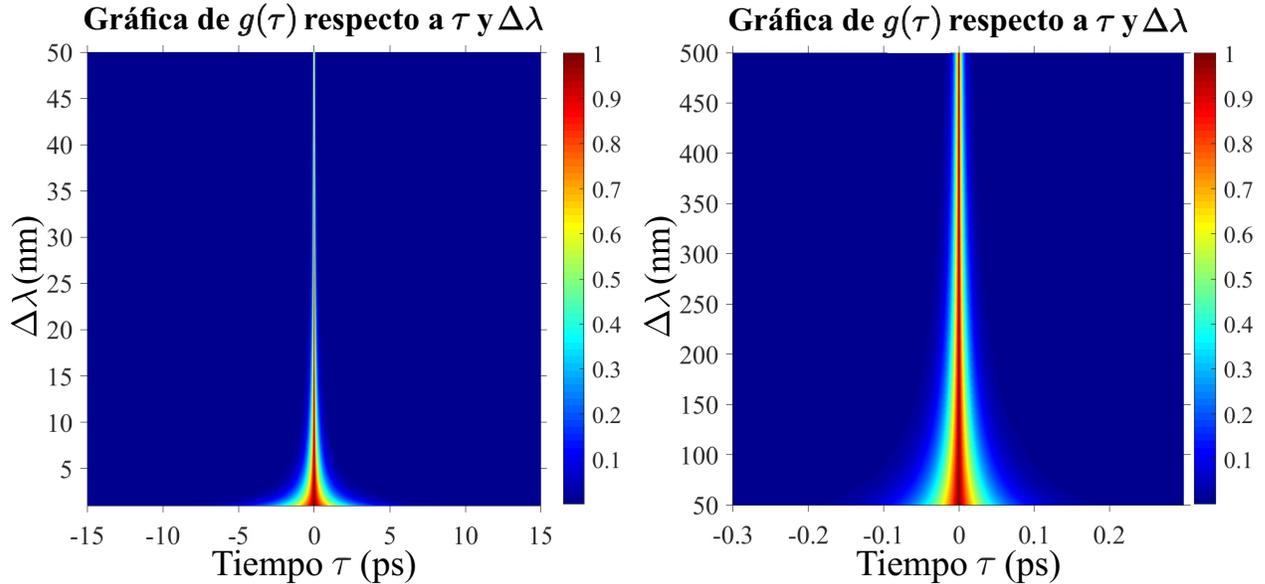
Así, el procedimiento general será medir los valores mínimos y máximos de la intensidad con el detector y calcular la visibilidad para diferentes valores de la diferencia de camino óptico, la cuál puede ser variada al cambiar la longitud  $L_2$  mediante la manipulación del tornillo micrométrico en  $M_2$ . De esta manera, mientras  $\tau$  incrementa, se espera observar un decremento en los valores de la visibilidad, que su vez, describirá el comportamiento de la función grado de coherencia.

Asimismo, como se discutió en capítulos anteriores, se mencionó que el tiempo de coherencia está relacionado al ancho de banda de acuerdo con la Ecuación 101, por lo que se utilizará un filtro de frecuencias centrado en una longitud de onda de las fuentes. Por practicidad, se considerará la longitud de onda  $\lambda_0 = 567.7105$  nm como central para ambas fuentes. Esto debido a que esta magnitud pertenece a una de las franjas verdes del espectro de la lámpara de mercurio, además, debido a que la lámpara de Boltzmann posee un espectro continuo, igualmente posee dicha longitud de onda. El filtro de frecuencias a utilizar no está definido, por lo que se harán simulaciones para un rango de anchos de banda posibles.

### 5.3. Discusión

En orden de crear una comparativa esperada de los resultados que se obtendrán al realizar los experimentos, se tomarán los datos anteriormente mencionados para realizar simulaciones de los resultados esperados.

Anteriormente se mencionó que la función grado de coherencia estará determinada por las ecuaciones 146 y 178, igualmente se mencionó que el tiempo de coherencia está

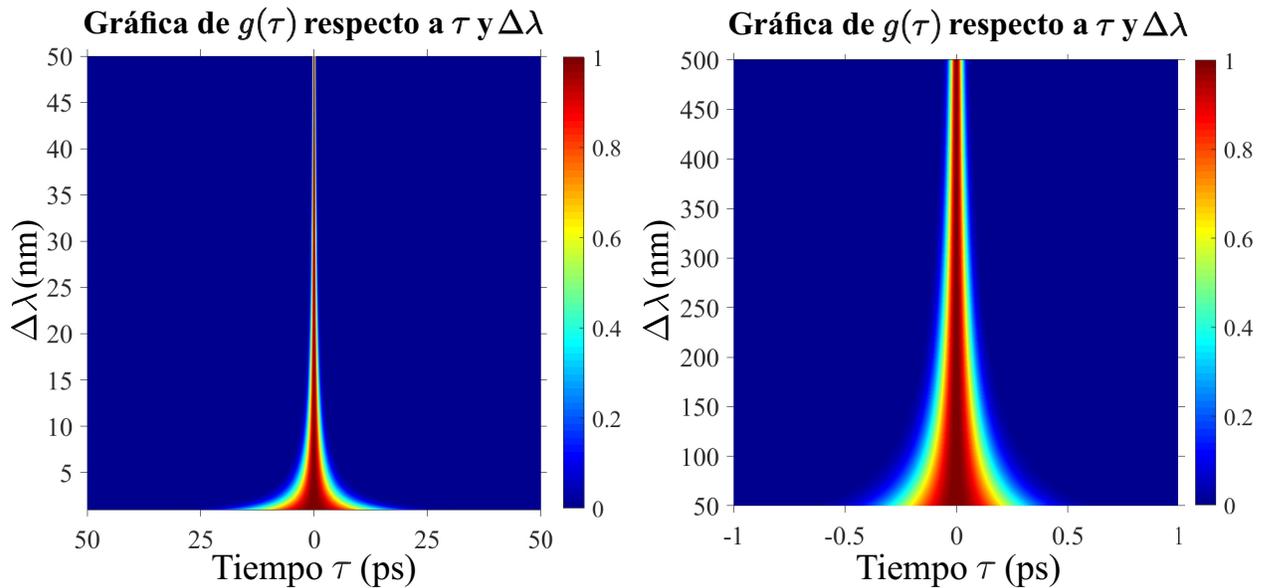


**Figura 40:** Gráficas de la variación de  $g(\tau)$  de 0 a 1 respecto a la variación del ancho de banda  $\Delta\lambda$  de 1 nm a 500 nm y el tiempo  $\tau$  utilizando una fuente lorentziana.

relacionado al ancho de banda de acuerdo con la Ecuación 101. Con esto, se puede determinar la apariencia de la función grado de coherencia de acuerdo a diferentes anchos de banda. Así, si se considera la utilización de diferentes filtros de luz, asumiendo filtros que poseen anchos de banda de  $\Delta\lambda = 1$  nm a  $\Delta\lambda = 500$  nm, es posible simular una serie de datos que representen el comportamiento de la función grado de coherencia respecto a la variación del ancho de banda y del tiempo  $\tau$ . Siguiendo lo anterior mencionado, asumiendo una fuente lorentziana, el comportamiento de la función grado de coherencia se muestra en la figura 40.

Dicha figura muestra un diagrama de 3 dimensiones de la función grado de coherencia para diferentes valores del ancho de banda. Esto con el fin de proporcionar información de cómo debe comportarse dicha función para diferentes anchos de banda correspondientes a diferentes filtros de frecuencias. El rango de  $\Delta\lambda = 1$  nm a  $\Delta\lambda = 500$  nm fue dividido en dos gráficas, pues como se ve en la Figura 40, la pendiente de la función  $g(\tau)$  se aproxima a cero cada vez más rápido mientras el ancho de banda incrementa. Debido a esto, una gráfica continua que considere todo el rango de estudio de  $\Delta\lambda$  no permitiría observar adecuadamente la variación de  $g(\tau)$ .

De esta manera, en orden de obtener franjas de interferencia utilizando un interferómetro, se observa en el caso de  $\Delta\lambda = 500$  nm, la diferencia de camino óptico no debe ser mayor a aproximadamente  $1.109 \mu\text{m}$ . Esta longitud, si bien no es muy manejable, sí es alcanzable por el arreglo interferométrico propuesto anteriormente. Por otro lado, al utilizar un filtro de frecuencias cuyo ancho de banda alcance a  $\Delta\lambda = 1$  nm, su longitud



**Figura 41:** Gráficas tridimensionales de la variación de  $g(\tau)$  de 0 a 1 respecto a la variación del ancho de banda  $\Delta\lambda$  de 1 nm a 50 nm y el tiempo  $\tau$  utilizando una fuente gaussiana.

de coherencia será aproximadamente  $4347 \mu\text{m}$ , siendo así, una distancia perfectamente manipulable por instrumentos de medición.

Por otra parte, al simular una fuente gaussiana con las mismas condiciones, es decir,  $\lambda_0 = 567.7105 \text{ nm}$  y mismos anchos de banda, es necesario utilizar la Ecuación 178. Así, los datos simulados se muestran en la Figura 41.

Al igual que las figuras mostradas para la fuente lorentziana, los datos mostrados para la fuente gaussiana son divididos en dos pares de diagramas para poder así observar de mejor manera la variación del grado de coherencia con diferentes anchos de banda, utilizando los mismos límites fijos de  $\Delta\lambda$  igual a 1 nm y 500 nm. Así, asumiendo la peor filtración de frecuencias, para un ancho de banda  $\Delta\lambda = 500 \text{ nm}$  se obtiene que la diferencia de camino óptico no debe ser mayor a 30.6 mm aproximadamente, siendo así una magnitud bastante manejable para los arreglos interferométricos propuestos.

## 6. Conclusiones

En este trabajo de investigación se estudiaron las características necesarias para observar un fenómeno de interferencia de fuentes extendidas de acuerdo con la teoría de coherencia parcial en función de las propiedades de emisión de la radiación de determinadas fuentes. De acuerdo con los resultados mostrados, una perspectiva general de la distinción entre ambos tipos de fuente de luz pudo ser obtenida.

Al analizar sus características y comportamiento mostrados en la Sección 5.3, se puede argumentar que la fuente lorentziana, posee valores altos en su pendiente alrededor de cero en el eje del tiempo, haciéndola muy inestable aún con pequeñas variaciones del camino óptico. Con eso, esta fuente puede ser implementada en arreglos experimentales donde el factor de sensibilidad es importante, a modo de dar un ejemplo de alguna aplicación de estos resultados. Además, de acuerdo con las mismas simulaciones, su manipulación de un arreglo interferométrico con esta fuente puede ser bastante viable, considerando la precisión de los instrumentos de medición propuestos. Esto debido a que, respecto al rango utilizado para el ancho de banda, la longitud de coherencia de la fuente varía de  $1\mu\text{m}$ , aproximadamente, hasta alrededor de 4 mm, siendo dimensiones alcanzables por arreglos de este tipo.

De la misma forma, se observa que la fuente gaussiana posee mayor estabilidad y valores más bajos para la pendiente en valores adyacentes al cero en el eje temporal, pues a pequeños cambios en el camino óptico, la función grado de coherencia no permanece en valores cercanos a uno. Complementando más, se muestra que, de acuerdo con las simulaciones realizadas las longitudes de coherencia son considerablemente mayores que las obtenidas con la fuente lorentziana, variando de 30 mm aproximadamente hasta unos cuantos metros.

Sumado a esto, implementando esto último mencionado y la teoría analizada en la Sección 3.2, fue posible diseñar un arreglo experimental con la capacidad de medir los comportamientos de la función grado de coherencia mostrados en el Capítulo 4 con la finalidad de complementar y comprobar la investigación aquí mostrada mediante su realización en un futuro.

## Referencias

- [1] Max Born and Emil Wolf. *Principles of optics: electromagnetic theory of propagation, interference and diffraction of light*. Elsevier, 2013.
- [2] Eugene Hecht. *Optics, 5e*. Pearson Education India, 2002.
- [3] Darren Wong and Boo Hong Kwen. Shedding light on the nature of science through a historical study of light. *Redesigning Pedagogies: Research, Policy and Practice*, 2005.
- [4] Grant R Fowles. *Introduction to modern optics*. Courier Corporation, 1989.
- [5] William Howard Steel. *Interferometry*, volume 1. CUP Archive, 1983.
- [6] Thomas Young. Ii. the bakerian lecture. on the theory of light and colours. *Philosophical transactions of the Royal Society of London*, (92):12–48, 1802.
- [7] Albert A Michelson and Edward W Morley. On the relative motion of the earth and of the luminiferous ether. *Sidereal Messenger*, vol. 6, pp. 306-310, 6:306–310, 1887.
- [8] BP Abbott, R Abbott, R Adhikari, P Ajith, Bruce Allen, G Allen, RS Amin, SB Anderson, WG Anderson, MA Arain, et al. Ligo: the laser interferometer gravitational-wave observatory. *Reports on Progress in Physics*, 72(7):076901, 2009.
- [9] Kazunori Akiyama, Antxon Alberdi, Walter Alef, Keiichi Asada, Rebecca Azulay, Anne-Kathrin Baczko, David Ball, Mislav Baloković, John Barrett, Dan Bintley, et al. First m87 event horizon telescope results. iv. imaging the central supermassive black hole. *The Astrophysical Journal Letters*, 875(1):L4, 2019.
- [10] R Rodríguez-Vera, JA Rayas, Amalia Martínez, A Dávila, and JL Marroquín. Algunas aplicaciones industriales de la interferometría electrónica de patrones de moteado. In *Simposio de Metrología, CENAM, Querétaro*, 2001.
- [11] Leonard Mandel and Emil Wolf. *Optical coherence and quantum optics*. Cambridge university press, 1995.
- [12] Pellegrino Conte, Lei Ding, Maxwell Wolfson, Revisions Level Date, and Authentication Block. Coherence length measurement system design description document asml/tao chen faculty advisor: Professor thomas brown.
- [13] Dror Fixler, Hamootal Duadi, Rinat Ankri, and Zeev Zalevsky. Determination of coherence length in biological tissues, Apr 2011.
- [14] Joseph A. Izatt, Manish D. Kulkarni, Kenji Kobayashi, Michael V. Sivak, Jennifer K. Barton, and Ashley J. Welch. Optical coherence tomography for biondiagnostics. *Opt. Photon. News*, 8(5):41, May 1997.
- [15] A Gh Podoleanu. Optical coherence tomography. *Journal of microscopy*, 247(3):209–219, 2012.
- [16] Dan P Popescu, Lin Choo-Smith, Costel Flueraru, Youxin Mao, Shoude Chang, John Disano, Sherif Sherif, and Michael G Sowa. Optical coherence tomography: fundamental principles, instrumental designs and biomedical applications. *Biophysical reviews*, 3(3):155–169, 2011.

- [17] Keith Riles. Gravitational waves: Sources, detectors and searches. *Progress in Particle and Nuclear Physics*, 68:1–54, 2013.
- [18] Isaias C Merlin A., Miguel A. Benitez M., Marcos Mendoza R., and Héctor A. Castillo M. Sistema interferometrico heterodino orientado al uso en campo, Oct 2010.
- [19] Pablo Acedo Gallardo. *Interferometría láser heterodina para diagnóstico en plasmas de fusión. Experimentos y medidas realizados en el Stellarator TJ-II y el Tokamak C-MOD*. PhD thesis, Universidad Carlos III de Madrid, 2000.
- [20] James C Wyant. Interferometric optical metrology. *OSA Century of Optics*, 2015.
- [21] Rodney Loudon. *The quantum theory of light*. OUP Oxford, 2000.
- [22] Paul G Huray. *Maxwell's equations*. John Wiley & Sons, 2011.
- [23] David Halliday, Robert Resnick, and Jearl Walker. *Fundamentals of physics*. John Wiley & Sons, 2013.
- [24] Paul A Tipler and Gene Mosca. *Physics for scientists and engineers*. Macmillan, 2007.
- [25] Paul Peter Urone and Roger Hinrichs. *College Physics*. OpenStax, 2012.
- [26] Emil Wolf. *Introduction to the Theory of Coherence and Polarization of Light*. Cambridge University Press, 2007.
- [27] Tabish Qureshi. Coherence, interference and visibility. *Quanta*, 8:24–35, 06 2019.
- [28] John F. Ready. Chapter 9 - principles used in measurement. In John F. Ready, editor, *Industrial Applications of Lasers (Second Edition)*, pages 248–255. Academic Press, San Diego, second edition edition, 1997.
- [29] Louis J. Buchholtz. *Solid angle and averaging of harmonic functions*. CSUC, Department of Physics, 2018.
- [30] Lonel Rojas Cortez. *Tomografía óptica coherente en el dominio de Fourier*. PhD thesis, 2015.
- [31] S.A. Akhmanov and S.Y. Nikitin. Physical optics. 1997.
- [32] KA STLER AL FRED. Optical methods for studying hertzian resonances. *Science*, 158(3798):214–221, 1967.
- [33] Kazuyuki Fujii. Introduction to the rotating wave approximation (rwa): Two coherent oscillations. *Journal of Modern Physics*, 8(12):2042–2058, 2017.
- [34] Kenneth Franklin Riley, Michael Paul Hobson, and Stephen John Bence. *Mathematical methods for physics and engineering*, 1999.
- [35] Lev Davidovich Landau and Evgenii Mikhailovich Lifshitz. *Course of theoretical physics: Statistical physics*, volume 5. Elsevier, 2013.
- [36] George Chai-Lien Hsi. The relation between the partition function and thermodynamic properties. 1963.
- [37] James Clerk Maxwell. V. illustrations of the dynamical theory of gases.—part i. on the motions and collisions of perfectly elastic spheres. *The London, Edinburgh, and Dublin Philosophical Magazine and Journal of Science*, 19(124):19–32, 1860.

- [38] Ludwig Boltzmann. *Lectures on gas theory*. Courier Corporation, 2012.
- [39] Paul Adrien Maurice Dirac. The quantum theory of the emission and absorption of radiation. *Proceedings of the Royal Society of London. Series A, Containing Papers of a Mathematical and Physical Character*, 114(767):243–265, 1927.
- [40] Mark Fox. *Quantum optics: an introduction*, volume 15. OUP Oxford, 2006.
- [41] Bahaa EA Saleh and Malvin Carl Teich. *Fundamentals of photonics*. John Wiley & Sons, 2019.
- [42] Robert Friedel and Paul B Israel. *Edison's electric light: the art of invention*. JHU Press, 2010.
- [43] Craig J Sansonetti and Joseph Reader. Spectrum and energy levels of singly-ionized mercury (hg ii). *Physica Scripta*, 63(3):219, 2001.
- [44] Keivin Burns, Kenneth B Adams, and Jean Longwell. Interference measurements in the spectra of neon and natural mercury. *JOSA*, 40(6):339–344, 1950.
- [45] Andrew W Lyon and Martha E Lyon. Flame atomic emission spectrometry and atomic absorption spectrometry. *Encyclopedia of Medical Devices and Instrumentation*, 2006.
- [46] Parameswaran Hariharan. *Basics of interferometry*. Elsevier, 2010.
- [47] Soumya Chakravarti and PB Siegel. Visualizing the thin-lens formula. *The Physics Teacher*, 39(6):342–343, 2001.

# Apéndices.

## A. Teorema de Wiener-Khinchin

El teorema de Wiener-Khinchin determina que al obtener la Transformada de Fourier de la función de coherencia mutua de una señal producida por un proceso aleatorio y estacionario, será igual a la densidad de potencia espectral. De esta forma, en orden de demostrar esto, si se aplica la transformada de Fourier al promedio temporal de la función de coherencia mutua, se tiene el siguiente desarrollo:

$$\begin{aligned}
 \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \langle E^*(t)E(t+\tau) \rangle e^{-i\omega\tau'} d\tau' &= \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \left( \frac{1}{T} \int_{-\infty}^{\infty} E^*(t) \right. & (179) \\
 & E(t+\tau') dt \left. \right) e^{-i\omega\tau'} d\tau', \\
 &= \frac{1}{2\pi T} \int_{-\infty}^{\infty} E^*(t) e^{i\omega t} \\
 & \int_{-\infty}^{\infty} E(t+\tau') e^{-i\omega(\tau'+t)} d\tau' dt, & (180)
 \end{aligned}$$

si  $t + \tau' = t'$  y  $d\tau' = dt'$ , entonces:

$$\begin{aligned}
 \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \langle E^*(t)E(t+\tau) \rangle dt &= \frac{1}{T2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} E^*(t) e^{i\omega t} dt \int_{-\infty}^{\infty} E(t') e^{-i\omega t'} dt', \\
 &= \frac{1}{T2\pi} E^*(\omega) E(\omega) = \frac{1}{T2\pi} |E(\omega)|^2 = S(\omega). \quad (181)
 \end{aligned}$$

## B. Obtención del espectro del mercurio

Durante este apartado se muestra la metodología utilizada para la obtención del las líneas espectrales de una lámpara de mercurio mostrado en la Figura 37. Este arreglo experimental fue intencionado para además realizar mediciones de las longitudes de onda de las líneas espectrales. La lista de materiales utilizados es:

- Tabla perfocel ( $\pm 0,5in$ ),
- Tubo de cartón,
- Lentes ópticos (lente focal arbitraria),
- Transportador ( $\pm 0,5^\circ$ )
- Soportes de madera,
- DVD,
- Fuente de iluminación,
- Tornillos y tuercas,
- Socket para foco,

### Metodología

Se construyó un espectrómetro con materiales fácilmente accesibles en su mayoría en un hogar convencional. Se dividió la tarea en diferentes secciones:

#### Soporte de madera y base del espectrómetro

Se cortaron pedazos de madera en orden de crear soportes de madera para los distintos componentes del espectroscopio. esto con la finalidad de darle estabilidad y maniobrabilidad sencilla para realizar las mediciones del espectrómetro en los diferentes ángulos de difracción. Posteriormente a estos se le perforó agujeros con taladro con el motivo de fijarlos a la tabla perfocel atornillándolos.

#### Colimador y rejilla de difracción

Para fabricar el colimador se utilizó un tubo de cartón sellado de un extremo y se pintó de negro por dentro y por fuera para eliminar lo más posible las reflexiones indeseadas de luz. en el extremo sellado del colimador se realizó una abertura lineal estrecha que realizará la función de rendija para dejar pasar la luz de nuestra fuente.

Para fabricar nuestra rendija se utilizó un DVD en desuso, se dividió en dos partes separando la sección que posee la lámina metálica y la sección hecha de policarbonato. Ambas secciones pueden ser utilizadas como rejilla de difracción, la diferencia entre ambas es que una funciona por medio de transmisión y la otra por reflexión. Debido a que es más sencillo de utilizar para este arreglo experimental, se decidió utilizar el disco de policarbonato que permite la transmisión de luz difractada.

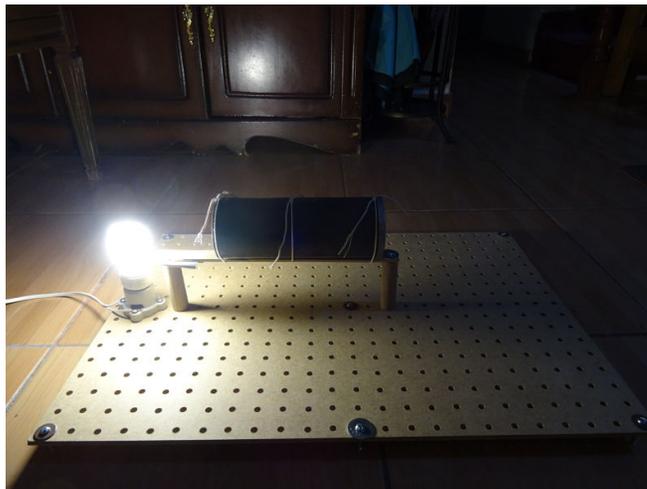


**Figura 42:** Disco de policarbonato y disco de policarbonato con lámina metálica que conforman un DVD convencional

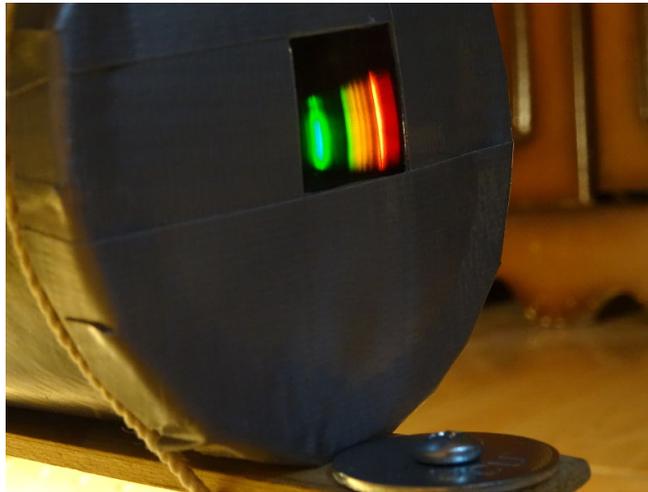
Así, se cortó una sección del disco y esta se utilizó como rejilla de difracción. Posteriormente a una pequeña tapa de plástico se le realizó un agujero, en la parte posterior se fijó la rejilla de difracción y finalmente esta tapa con la rejilla se fijó al otro extremo no sellado del colimador. Por último, el colimador se fijó al soporte de madera previamente realizado.

### Fuente de luz

En orden de fijar adecuadamente e intercambiar distintas fuentes de luz, en caso de ser necesario, se utilizó un socket para foco con orificios separados a  $5.08 \text{ cm} \pm 0.05 \text{ cm}$ , cabe mencionar que este tipo de socket está diseñado para ser utilizado con tablas perfocel. Así, fue fácilmente atornillado a la tabla perfocel en la parte posterior del colimador donde el extremo que posee la rendija esté orientado hacia la fuente de iluminación. Posteriormente este socket fue conectado mediante cables en serie con la fuente de alimentación convencional del hogar. A continuación se muestra el montaje experimental hasta este punto:



**Figura 43:** Arreglo experimental preliminar.



**Figura 44:** Vista preliminar del espectro de emisión, utilizando una lámpara de mercurio.

## **Goniómetro**

Para fabricar un goniómetro se utilizó un transportador convencional y se fijó al soporte de madera previamente instalado en el arreglo. Se recomienda alinear lo más posible el goniómetro antes de fijarlo, sin embargo, no debería afectar en gran medida una desalineación debido a que para la toma de datos se utilizaron diferencias de ángulos.

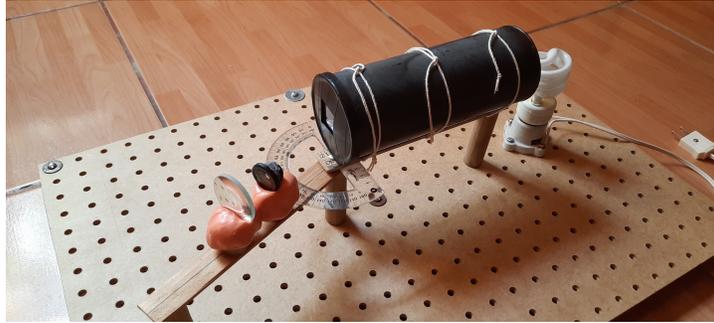
## **Telescopio**

En orden de crear un telescopio que sirva como apoyo para observar las líneas espectrales individuales, se utilizaron dos lentes cuya distancia focal es indiferente a excepción de que una de las lentes debe tener distancia focal menor que la otra lente.

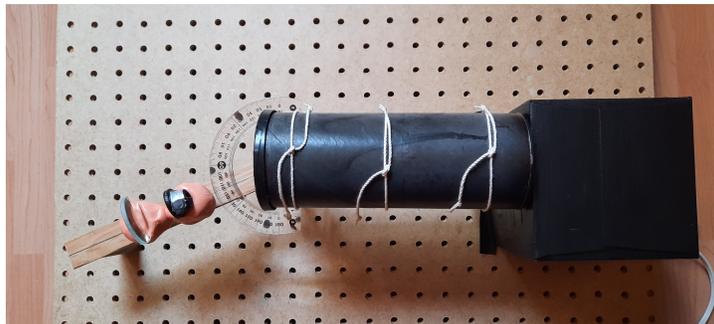
Creando otro soporte de madera y realizándole un agujero, se le montó encima ambos lentes con una mezcla de silicona con maizena que ayuda a fijar los componentes sin el riesgo de desalinearlos pero sin fijar permanentemente los componentes. El orden de las lentes es importante para visualizar adecuadamente las líneas del espectro, el con mayor longitud focal se colocó en la parte más alejada con respecto a la rejilla de difracción y la lente con menor distancia focal se colocó entre la rejilla de difracción y el lente con mayor distancia focal, su posición se fijó en el punto donde se obtuvo una imagen nítida del espectro. Como guía se utilizó un cable de cobre y se fijó en la parte posterior del lente de menor distancia focal en orden de centrar de mejor manera con el goniómetro cada línea espectral. Los lentes se fijaron en el centro del soporte de madera donde se realizó una línea recta a lo largo de todo el soporte, esta servirá como indicador para la toma de ángulos con el goniómetro.

Finalmente se colocó este soporte del telescopio con un tornillo sujeto a la base del colimador pero sin fijarlo, dando así la libertad de manipularlo para medir distintos ángulos y se utilizó una lámpara de mercurio. Esta se consigue fácilmente utilizando un foco ahorrador convencional. Se conectó al socket y se probó el el espectrómetro. Se

tiene que mencionar que para eliminar el deslumbre de la luz emitida por la fuente, se colocó una caja de cartón sobre la fuente para que solo emita la mayoría de la luz hacia el colimador. A continuación se muestra el arreglo experimental final y el espectro de emisión obtenido:



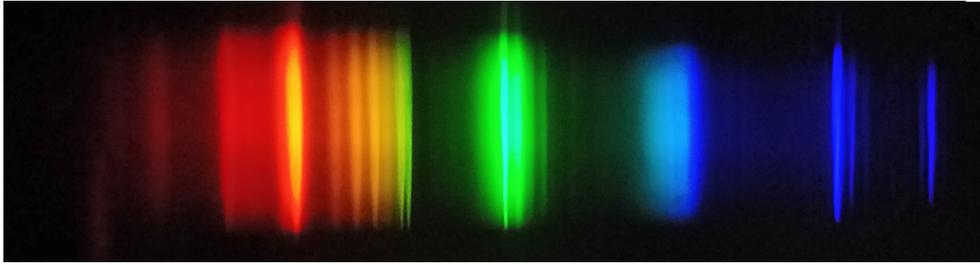
**Figura 45:** Arreglo experimental final.



**Figura 46:** Arreglo experimental final con vista superior.



**Figura 47:** Visualización de una sola línea espectral utilizando el telescopio fabricado.



**Figura 48:** Espectro de emisión obtenido de una lámpara de mercurio.