APÉNDICE B

Formula de integración de las funciones Bessel.

Se describe el uso de las funciones Bessel en la evaluación de

$$q_1(r,\phi) = \int_0^{\Omega}\int_0^{2\pi}\sum_{m=-\infty}^{\infty}(i)^m J_m(2r\pi\rho)e^{im(\phi-\theta)}\rho\, d\theta\, d\rho\,. \qquad (\text{B1})$$

Se separan los términos que dependen de ρ y los que dependen de θ

$$q_1(r,\phi) = \sum_{m=-\infty}^{\infty}(i)^m e^{im\phi}\int_0^{\Omega} J_m(2r\pi\rho)\rho\, d\rho\int_0^{2\pi} e^{-im\theta}d\theta\,. \qquad (\text{B2})$$

Realizamos la integración con respecto a θ

$$q_1(r,\phi) = \sum_{m=-\infty}^{\infty}(i)^m e^{im\phi}\int_0^{\Omega} J_m(2r\pi\rho)\rho\, d\rho(2\pi\delta_{m,0})\,. \qquad (\text{B3})$$

Por la Delta de Krocnecker $\delta_{m,0}$

$$q_1(r,\phi) = 2\pi\int_0^{\Omega} J_0(2r\pi\rho)\rho\, d\rho\,. \qquad (\text{B4})$$

Conviene emplear la variable

$$t = 2\pi r\rho\,. \qquad (\text{B5})$$

$$dt = 2\pi r d\rho\,. \qquad (\text{B6})$$

Se completa la diferencial

$$q_1(r,\phi) = \frac{2\pi}{(2\pi r)^2}\int_0^{\Omega} J_0(2r\pi\rho)(2\pi r\rho)\, d(2\pi\rho)\,. \qquad (\text{B7})$$

Por lo que la ecuación (A7) se expresa como

$$q_1(r,\phi) = \frac{1}{2\pi r^2}\int_0^{2\pi r\Omega} J_0(t)t\, dt\,. \qquad (\text{B8})$$

Una propiedad general de las funciones Bessel es la siguiente

$$\frac{d}{du}\left[u^m J_m(u)\right] = u^m J_{m-1}(u)\,. \qquad (\text{B9})$$

Que para el caso de m= 1 se reduce a

$$\int_0^{u} u' J_0(u')du' = u\, J_1(u)\,. \qquad (\text{B10})$$