Capítulo 6

Conclusiones

Partiendo de la acción construida en [2] para el campo de spin 2 fue posible derivar una expresión del tensor de energía momento. Este tensor no es conservado respecto a la derivada covariante ajustada $\widetilde{\nabla}_\mu$, incluso en el caso de gravitones sin masa y aplicando la condición $\widetilde{\nabla}_\mu H^{\mu\nu} = 0$. A diferencia del caso de fotones masivos, la no conservación del tensor de energía momento no se debe a un rompimiento en la simetría de norma a nivel lagrangiano, si no a que el análisis perturbativo realizado para obtener la acción se hizo solo a primer orden. Se tomó la coordenada T^{00} del tensor de energía momento obtenido como una expresión para la densidad de energía del campo.

A partir de la acción de la ecuación 4.8 se obtuvo un par de coordenadas canónicas $(\widetilde{\nabla}^\mu H^{\alpha\beta}, H_{\alpha\beta})$ para después poder promover las coordenadas a un par de operadores cuánticos $\left(i\frac{\delta}{\delta H_{ij}}, H_{ij}\right)$. Con estos operadores y la densidad de energía obtenida del tensor de energía momento se obtuvo una expresión para el operador hamiltoniano. Con el hamiltoniano se construyó una ecuación tipo Schrödinger la cual resultó ser una ecuación diferencial funcional de segundo orden.

Para el caso de la ecuación del estado base, es decir $\hat{\mathcal{H}}\psi = 0$, fue posible separa la ecuación diferencial funcional de segundo orden en dos pares de ecuaciones diferenciales funcionales de primer orden. Se obtuvieron funcionales de onda soluciones a la ecuación del estado base. Para una hoja de mundo de tipo temporaloide la funcional de onda del estado base es una exponencial real con un producto de las coordenadas canónicas en el argumento. Por su parte para un hoja de mundo espacialoide el estado de base se expresa con una funcional exponencial compleja, también con un producto de las coordenadas canónicas en su argumento.

Se estudió el comportamiento del estado baso obtenido bajo ciertas transformaciones. Primero se analizó el caso de una difeomorfismo generado por un campo arbitrario V^ν cuyas transformaciones se expresan en 3.33. Las funcionales de onda del estado base resultaron ser invariantes bajo el difeomorfismo modulo derivadas totales. La segunda transformación que se aplicó fue la conjugación de carga, paridad e inversión temporal ($\mathcal{CPT}$). Al cambiar el signo del tiempo y las coordenadas espaciales por la transformación la derivada covariante ajustada $\widetilde{\nabla}_\mu H^{\alpha\beta}$ presenta un cambio de signo, sin embargo el estado base del gravitón resulta invariante bajo la transformación $\mathcal{CPT}$.

Para trabajos posteriores se propone buscar una solución para las ecuaciones diferenciales que no fue posible resolver en este trabajo. También se propone buscar soluciones analíticas a la ecuación tipo Schrödinger en 4.21 para estados con niveles de energía mayores al estado base, es decir los estados excitados. En caso de que no sea posible obtener soluciones analíticas, se propone principio variacional para obtener valores aproximados a los niveles de energía del campo spin-2 presentado en [2].

Otro trabajo posterior de interés sería realizar cálculos similares a los presentados en este trabajo para el caso de gravitones con masa variable, es decir $R \neq 0$. De manera similar se podría revisar el estado base de estos gravitones masivos bajo difeomorfismos y transformaciones $\mathcal{CPT}$.

Por último un trabajo significativo sería reformular el trabajo realizado en esta tesis utilizando el formalismo del álgebra geométrica de Clifford buscando dar un significado geométrico a los resultados así como ver si es posible a partir de las propiedades del producto geométrico y el álgebra espacio-tiempo obtener resultados adicionales a los que aquí se presentan.

Con el análisis y los resultados de este trabajo de tesis se ha desarrollado un artículo con la finalidad de ser publicado próximamente. La portada del artículo realizado se presenta al final de este documento.