

## Capítulo 4

### Resultados y Discusión

#### 4.1 Caracterización Del Ojo Normal Mexicano

Con un grupo de 71 ojos se realizó un análisis del promedio de las aberraciones de los ojos de estos pacientes. Estas personas sujetos a investigación son hombres, entre veinte y cuarenta años de edad; un promedio de 32.6 años y todos ellos con una visión 20/20; es decir, a una distancia de 20 pies se ve con una resolución de 20 minutos de arco. La figura 4.1 muestra los datos e imágenes obtenidas por el aberrómetro OPD-Scan, los cuales fueron analizados por el programa matemático Matlab<sup>16</sup> (The Mathworks, Inc.) y con la ayuda de Microsoft Excel.

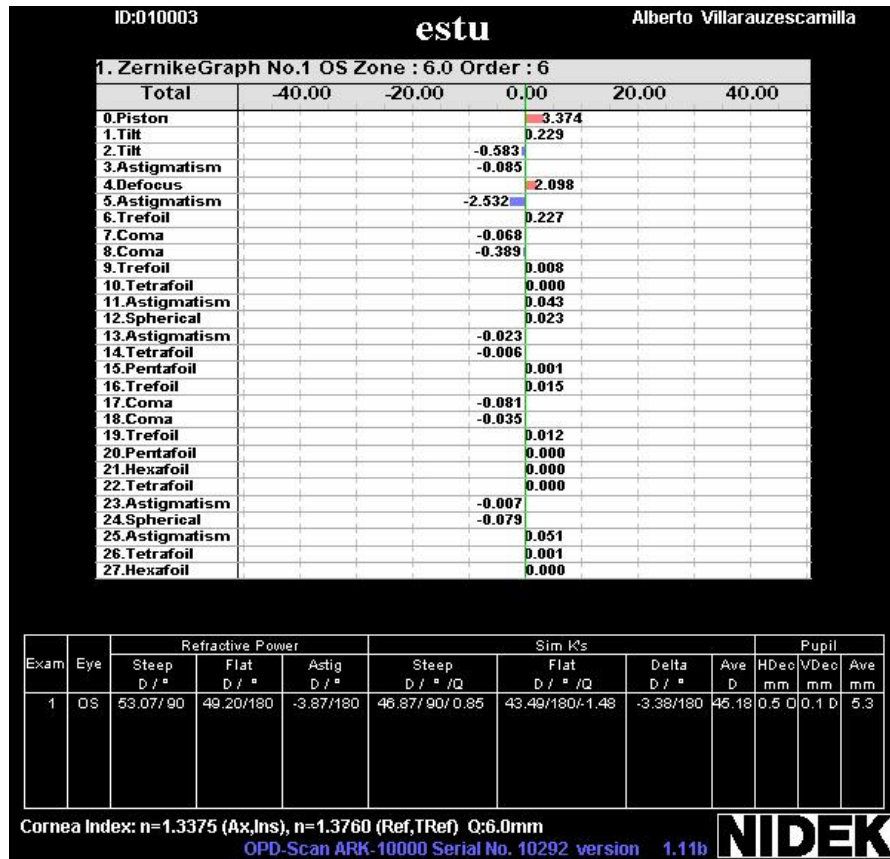
Las aberraciones se pueden describir con ayuda de los polinomios de Zernike, para cada polinomio corresponde una aberración diferente teniendo entonces:

1	Inclinación x
2	Inclinación y
3	Astigmatismo x
4	Desenfocamiento
5	Astigmatismo y
6	Trifolio x
7	Coma y
8	Esférica primaria

## Publicaciones

9	Trifolio x
10	Trifolio y
11	Astigmatismo secundario x
12	Astigmatismo secundario y
13	Coma secundaria x
14	Coma secundaria y
15	Esférica secundaria
16	Tetrafolio x
17	Tetrafolio y
18	Trifolio secundario x
19	Trifolio secundario y
20	Astigmatismo terciario x
21	Astigmatismo terciario y
22	Coma terciaria x
23	Coma terciaria y
24	Esférica terciaria
25	Pentafolio x
26	Pentafolio y
27	Tetrafolio secundario x <sup>16</sup>

Sabiendo que cada polinomio de Zernike corresponde a una aberración diferente se muestra en la figura 4.1 un ejemplo de la manera en la que el OPD- Scan presenta estos coeficientes de Zernike para el ojo humano:



**Figura 4.1** Ejemplo de la obtención de los coeficientes de Zernike por medio del aberrómetro.

Después de obtener los coeficientes para todos los ojos que forman la muestra, se obtuvieron los promedios así como las desviaciones estándar para cada uno de los coeficientes. Los resultados obtenidos se muestran en la tabla 4.1.

**Tabla 4.1.** Coeficientes de Zernike para el promedio del ONM

	Promedio	Desv. Estándar
0. Pistón	0.866	1.273
1. Inclinación	-0.141	0.336
2. Inclinación	-0.372	0.422
3. Astigmatismo	-0.183	0.288
4. Desenfocamiento	0.516	0.722
5. Astigmatismo	-0.207	0.453
6. Trifolio	0.169	0.237

7. Coma	-0.085	0.144
8. Coma	-0.183	0.147
9. Trifolio	0.119	0.275
10. Tetrafolio	0.000	0.001
11. Astigmatismo	0.054	0.079
12. Esférica	-0.018	0.117
13. Astigmatismo	0.019	0.074
14. Tetrafolio	0.000	0.001
15. Pentafolio	0.000	0.001
16. Trifolio	-0.047	0.059
17. Coma	-0.003	0.042
18. Coma	-0.001	0.054
19. Trifolio	-0.026	0.076
20. Pentafolio	0.000	0.000
21. Hexafolio	0.000	0.000
22. Tetrafolio	0.000	0.000
23. Astigmatismo	-0.008	0.025
24. Esférica	-0.017	0.051
25. Astigmatismo	0.003	0.039
26. Tetrafolio	0.000	0.000
27. Hexafolio	0.000	0.000

Con esta desviación estándar se puede obtener el error máximo en la prueba por medio de la prueba estadística de tamaño muestral:

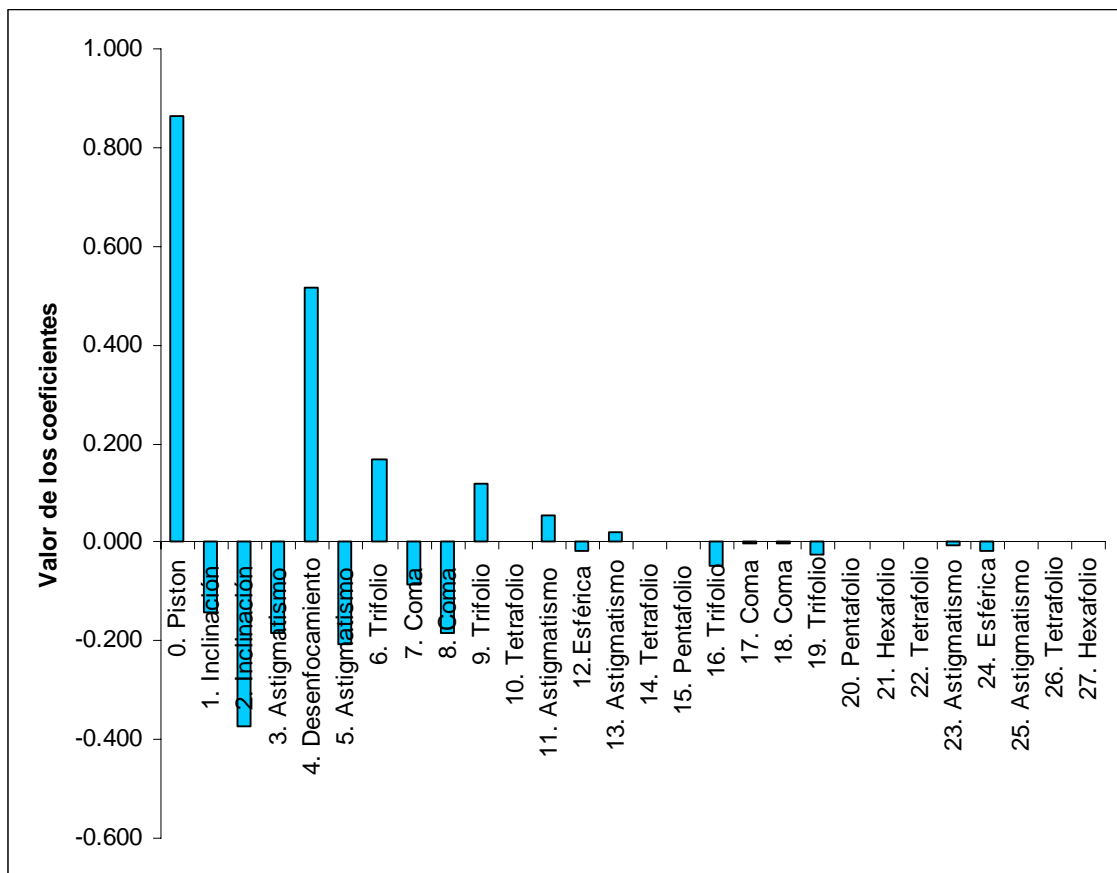
$$z_{\alpha/2}\sigma_{\theta} = \text{error}, \quad (4.1)$$

donde  $1-\alpha$  es el nivel de confianza establecido, para este caso se utilizó un nivel de confianza del 95 %, o lo que es lo mismo  $\alpha/2 = 0.025$ ; con este valor se determina  $z$  por medio de la tabla estadística de “probabilidad normal estándar” y  $\sigma_{\theta}$  es la desviación

## Publicaciones

estándar de la muestra. Por lo que sustituyendo estos valores se encuentra un error máximo del 15%.

En la figura 4.2 se presenta una gráfica con el valor promedio de estos ojos analizados para cada coeficiente de los polinomios de Zernike en la cual la pupila dilatada promedio fue de 5.6 mm. Cabe mencionar que la gráfica ilustra la forma en que es usual reportar los coeficientes en Oftalmología.



**Figura 4.2** Tabulación de aberraciones del ojo normal mexicano.

## 4.2 Mapa De Aberraciones

El frente de onda presentado en el capítulo 3 se puede expresar de una manera muy general como:

$$W(x, y) = \sum_{n=0}^k \sum_{m=0}^n c_{nm} x^m y^{n-m}, \quad (4.2)$$

donde  $k$  es el orden del polinomio.

Para las aberraciones de primer orden la expresión fue dada por Kingslake<sup>18</sup>:

$$W(x, y) = A(x^2 + y^2)^2 + B y(x^2 + y^2) + C(x^2 + 3y^2) + D(x^2 + y^2) + E y + F x, \quad (4.3)$$

donde: A es el coeficiente de la aberración esférica,

B es el coeficiente de coma,

C es el coeficiente del astigmatismo,

D es el coeficiente del desfocamiento,

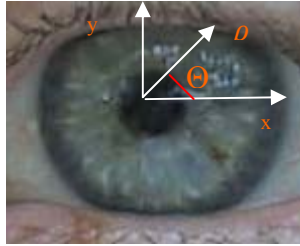
E es el coeficiente de la inclinación en el eje  $x$ ,

F es el coeficiente de la inclinación en el eje  $y$ .

Sin embargo, dada la geometría de la pupila (aproximadamente circular) del ojo y con el fin de expresar las aberraciones en términos de los polinomios de Zernike, es más útil describir el frente de onda aberrado en coordenadas polares:

$$W(\rho, \theta) = \sum_{n=0}^k \sum_{l=0}^n \rho^n (a_{nl} \cos^l \theta + b_{nl} \sin^l \theta). \quad (4.4)$$

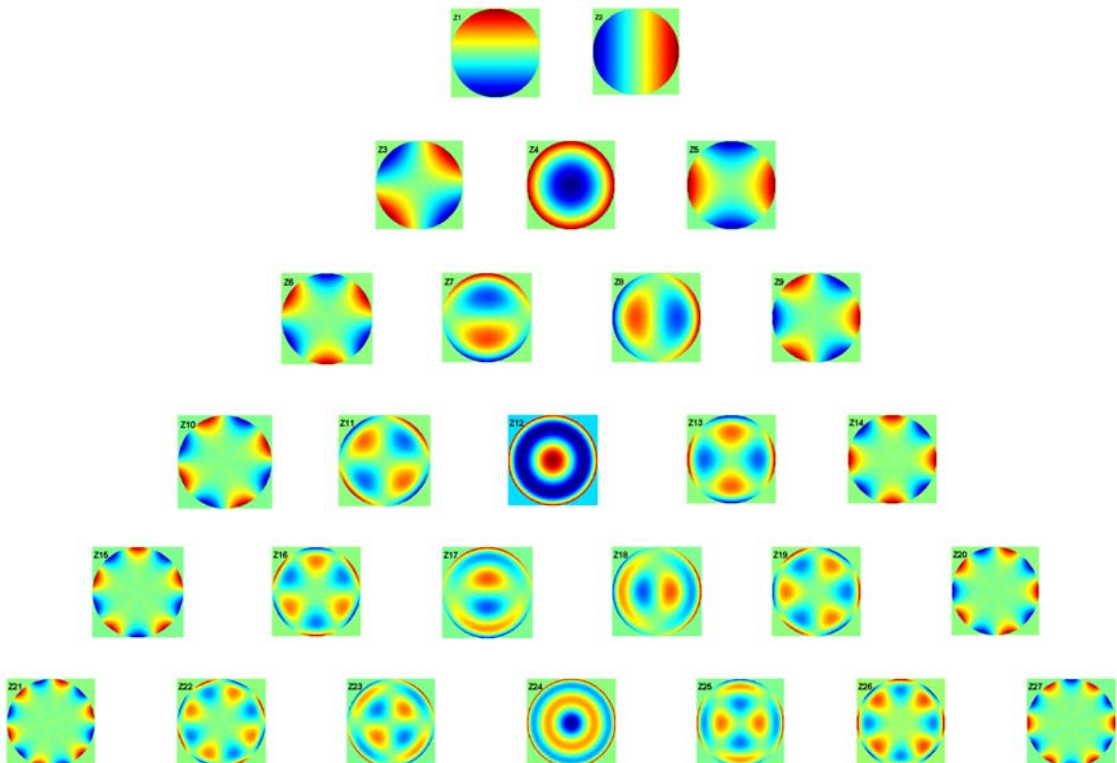
Para dibujar un mapa de aberración primero es necesario establecer un sistema de coordenadas en el plano de la pupila del ojo como se muestra en la figura 4.3. El sistema coordenado usado en la óptica oftálmica es el sistema coordenado matemático estándar. Cada punto en el plano de la pupila se puede describir únicamente por sus coordenadas  $x$ - $y$  en coordenadas rectangulares, o en términos de los coordenadas polares  $\rho$  y  $\Theta$ .



**Figura 4.3** Coordenadas en el ojo humano

De aquí que la función  $W$  del error de las aberraciones se describe en función de los coordenadas rectangulares  $x$ - $y$  del ojo, o en función de los coordenadas polares  $\rho$  y  $\Theta$  del ojo. Utilizamos típicamente el mismo sistema coordinado para cualquier ojo.

Cada uno de los 27 polinomios de Zernike se pueden representar como un mapa de aberraciones del frente de onda (figura 4.4), de orden  $n=1$  hasta  $n=6$ , ya que a partir de orden mayor a 6 son aberraciones de muy alto orden las cuales pueden ser despreciables.

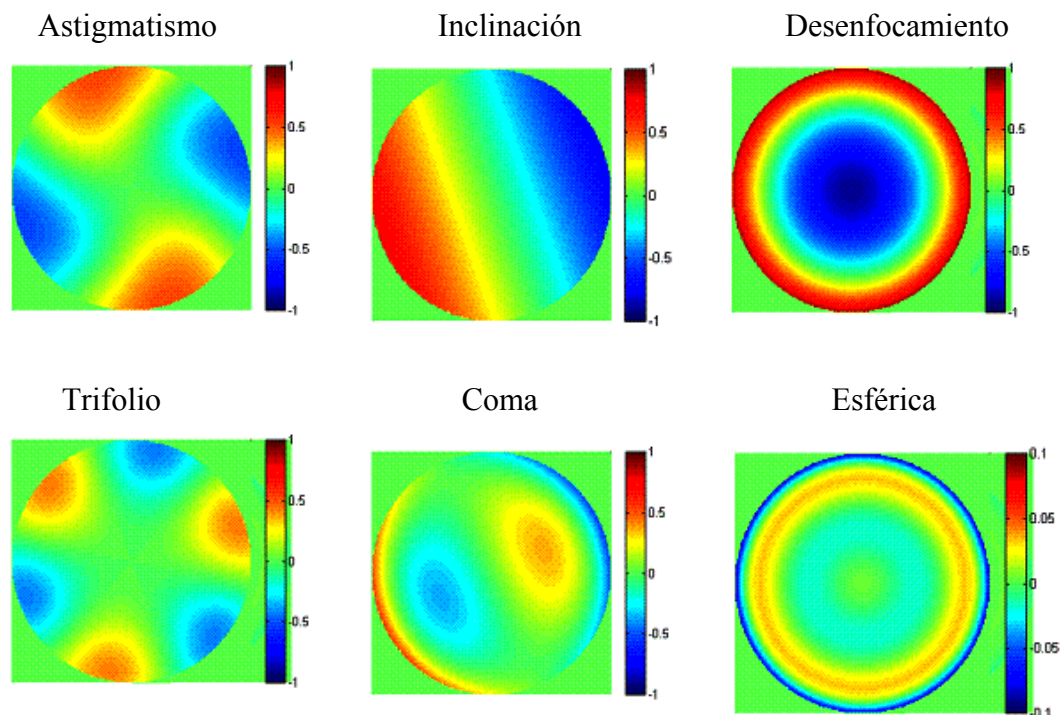


**Figura 4.4.** Mapa de aberraciones para los 27 términos de los polinomios de Zernike.

## Publicaciones

Las aberraciones suelen dividirse en dos grupos: aberraciones de alto orden y las de bajo orden. Las primeras corresponden a  $n=1, 2$  y las de alto orden para  $n=3, 4, 5, 6$ . Además, las aberraciones se agrupan de acuerdo a su nombre y entonces tendremos las siguientes: astigmatismo para los polinomios 4, 5, 11, 12, 20, 21; inclinación para 1 y 2; desenfocamiento para el polinomio igual a 3; trifolio para 9, 10, 18, 19; esférica para 8, 15, 24; coma para 6, 7, 13, 14, 22, 23; tetrafolio para 16, 17, 27 y por último pentafofolio para 25, 26. Para el promedio de la muestra que estamos considerando el tetrafolio y el pentafofolio se anulan.

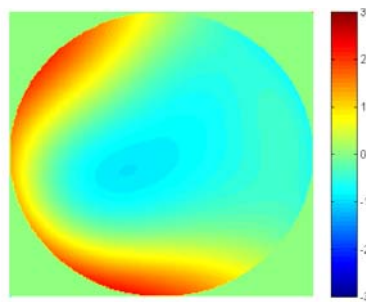
Agrupando las aberraciones por nombre tenemos en la figura 4.5 los mapas de aberraciones para el ojo normal mexicano:



**Figura 4.5.** Aberraciones en el ojo normal mexicano

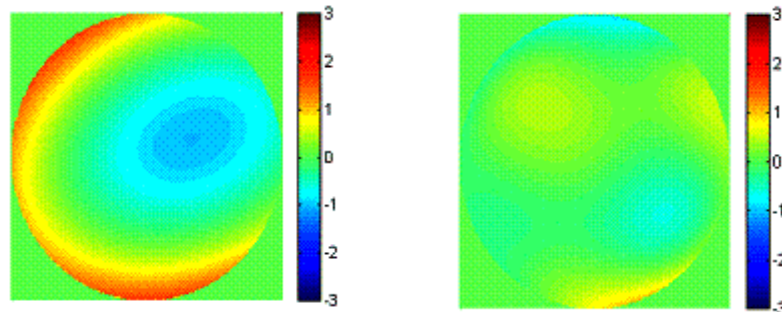


Al sumar todas las aberraciones de la figura 4.4 se obtiene el mapa total de aberraciones para el ojo normal mexicano (figura 4.6).



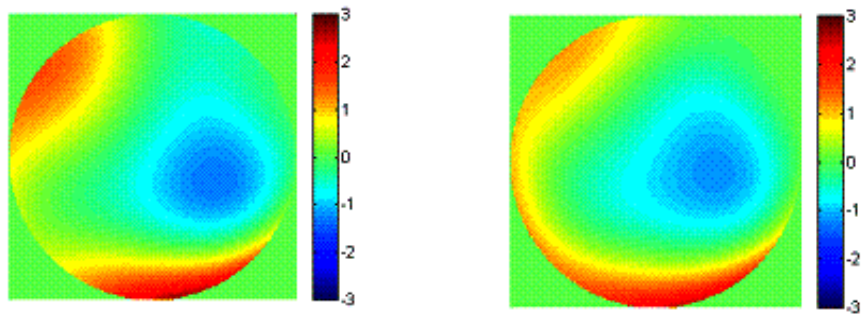
**Figura 4.6** Mapa total de aberraciones.

Como ya se mencionó las aberraciones se pueden dividir en aberraciones de alto y bajo orden. Por lo tanto sus mapas también pueden ser divididos en alto y bajo orden entonces los mapas correspondientes a aberraciones de alto y bajo orden se muestran en la siguiente figura 4.7.



**Figura 4.7** a) Aberraciones de bajo orden    b) Aberraciones de alto orden

En la figura 4.8 se muestra el mapa de aberraciones para cada ojo; es decir, graficar independientemente el ojo derecho del izquierdo y así poderlos analizar separadamente.



**Figura 4.8** a) Ojo derecho

b) Ojo izquierdo

Al observar estas dos últimas gráficas nos podemos dar cuenta que no existe diferencia esencial entre un mapa de aberraciones de un ojo derecho y otro izquierdo. Además al realizar la prueba estadística de la t de Student para comparar los coeficientes del ojo derecho con los del izquierdo, con un nivel de significancia del 95% se llegó a la conclusión que no existe diferencia entre los coeficientes del ojo derecho e izquierdo; es decir una cornea derecha se puede donar a un ojo izquierdo y viceversa <sup>1</sup>.

Los defectos de las aberraciones pueden ser caracterizadas calculando la PSF o la MTF del sistema óptico. Donde la primera describe los efectos de las aberraciones en el espacio de coordenadas y la segunda describe estos mismos efectos en el espacio de las frecuencias, por lo que cada una proporciona diferentes puntos de vista al mismo fenómeno.

### 4.3 PSF

La función de punto extendido o PSF por sus siglas en inglés, (Point Spread Function), es la respuesta al impulso; es decir es la salida en un sistema lineal invariante al desplazamiento en que la entrada es la función delta.

## Publicaciones

La PSF puede ser coherente o incoherente dependiendo del tipo de iluminación con la que se está trabajando. La función de punto extendido para luz coherente se define como:

$$PSF_{coherente}(x, y) = \frac{1}{\lambda^2 d^2 A_p} TF\{P(x, y)\} \Big|_{f_x = \frac{x}{\lambda d}, f_y = \frac{y}{\lambda d}}, \quad (4.5)$$

donde  $\lambda$  representa la longitud de onda incidente de la radiación,  $d$  es la distancia de la pupila al plano de la imagen,  $A_p$  es el área de la pupila, TF indica transformada de Fourier,  $f_x, f_y$  son las frecuencias espaciales, y  $P(x, y)$  es la función generalizada de la pupila la cual es igual a:

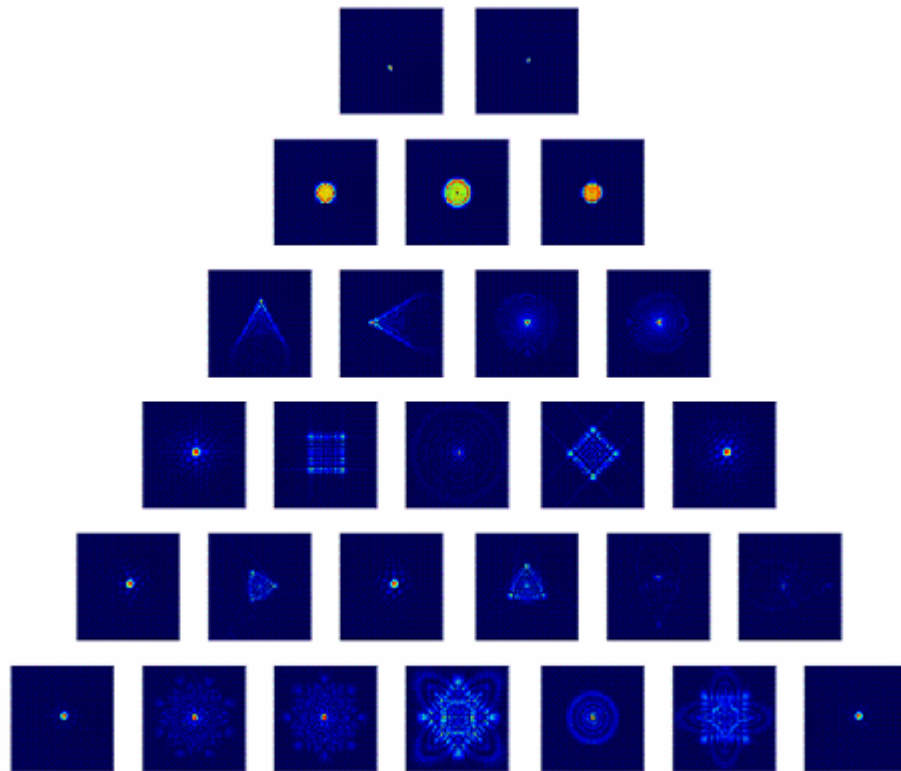
$$P(x, y) = p(x, y) e^{-\frac{i2\pi}{\lambda} W(x, y)}, \quad (4.6)$$

donde  $p(x, y)$  define la forma, tamaño y transmisión de la pupila de salida y  $W(x, y)$  es el frente de onda aberrado de la pupila de salida; es decir, el error.

Si, en lugar de tener luz coherente como el caso anterior tenemos luz incoherente, la PSF para una fuente incoherente se define como el cuadrado del módulo de la PSF coherente, por lo que la PSF incoherente esta dada por:

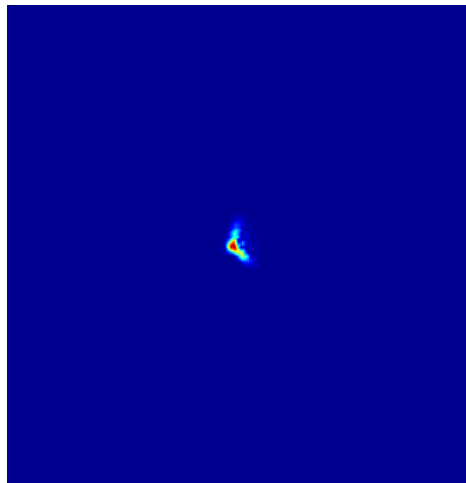
$$PSF_{incoherente}(x, y) = \frac{1}{\lambda^2 d^2 A_p} \left\| TF\{P(x, y)\} \Big|_{f_x = \frac{x}{\lambda d}, f_y = \frac{y}{\lambda d}} \right\|^2. \quad (4.7)$$

Como ya se tiene el mapa de aberraciones para los 27 polinomios de Zernike es posible obtener las transformadas de Fourier de estas aberraciones para construir de nuevo la pirámide pero para la función de punto extendido, como se muestra en la figura 4.9.



**Figura 4.9** Representación básica PSF de los 27 coeficientes de Zernike

En la figura 4.10 se muestra la función de punto extendido para el ojo normal mexicano.



**Figura 4.10** PSF para el ojo normal mexicano.

Podemos decir que la PSF de un sistema ideal sería únicamente un punto ya que la entrada es una delta de Dirac, pero como nuestro ojo es en realidad un sistema

limitado por difracción , por lo tanto se implica que la PSF del ojo normal mexicano (figura 4.10) contiene una serie de pequeños anillos concéntricos.

#### 4.4 MTF

Hace algún tiempo para determinar la calidad de un elemento óptico y/o de un sistema era necesario calcular su límite de resolución. Entonces en cuanto mayor era la resolución mejor era el sistema; pero como sabemos un sistema idealmente perfecto está limitado por efectos de difracción. Por lo tanto, según se vaya reduciendo el ancho de las barras en la figura 4.11, se llegará a un límite donde no se puedan ya distinguir las estructuras de las líneas finas, esto es lo que se llama el límite de resolución del sistema. Por ejemplo: se puede visualizar esto como una frecuencia espacial de corte donde cada par de barras luminosas y oscuras constituyen un ciclo en el objeto.



**Figura 4.11** Ejemplo de ancho de barras

Actualmente para determinar la calidad de un sistema óptico se hace uso de la Función de Transferencia de Modulación o MTF por sus siglas en inglés (Modulation Transfer Function) la cual se define con el módulo de la auto-correlación de la función de pupila generalizada. Para definir esta función es necesario primero definir la OTF (Optical Transfer Function), esta función siempre está normalizada a uno y se define como la transformada de Fourier de la PSF incoherente; es decir:

$$OTF(s_x, s_y) = \frac{TF\{PSF\}}{TF\{PSF\}|_{s_x=0, s_y=0}} = \frac{TF\left\{\left\| TF\{P(x, y)\} \right\|_{f_x=\frac{x}{\lambda d}, f_y=\frac{y}{\lambda d}}^2\right\}}{TF\left\{\left\| TF\{P(x, y)\} \right\|_{f_x=\frac{x}{\lambda d}, f_y=\frac{y}{\lambda d}}^2\right\}|_{s_x=0, s_y=0}}, \quad 3, 4 \quad (4.8)$$

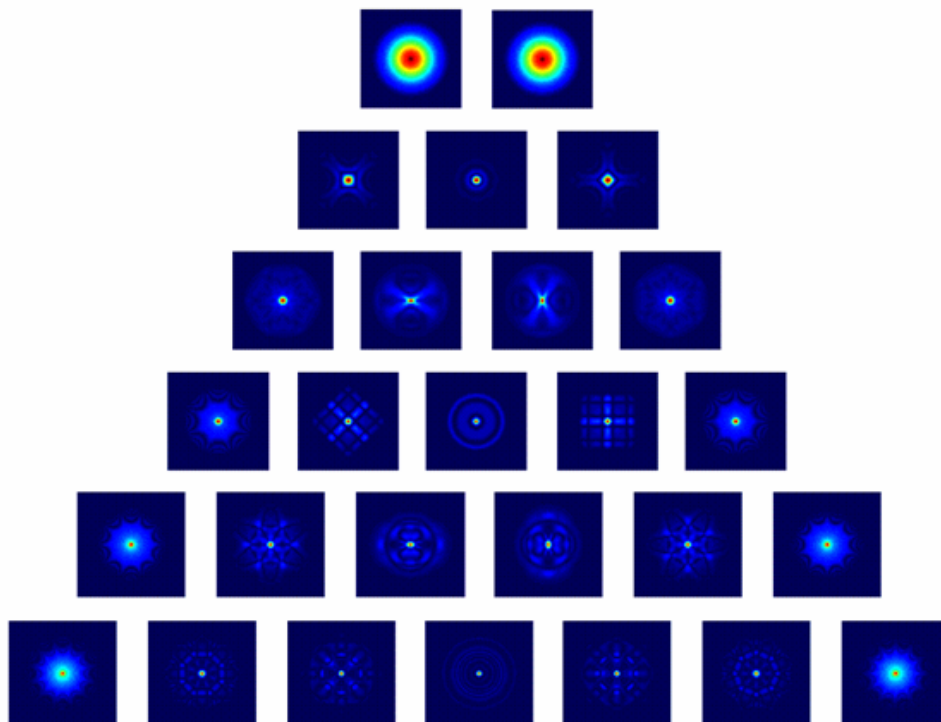
y la MTF es el módulo de la OTF, por lo tanto:

$$MTF(s_x, s_y) = \|OTF(s_x, s_y)\| \quad (4.9)$$

La Función de Transferencia Óptica (OTF) tiene tres características muy importantes:

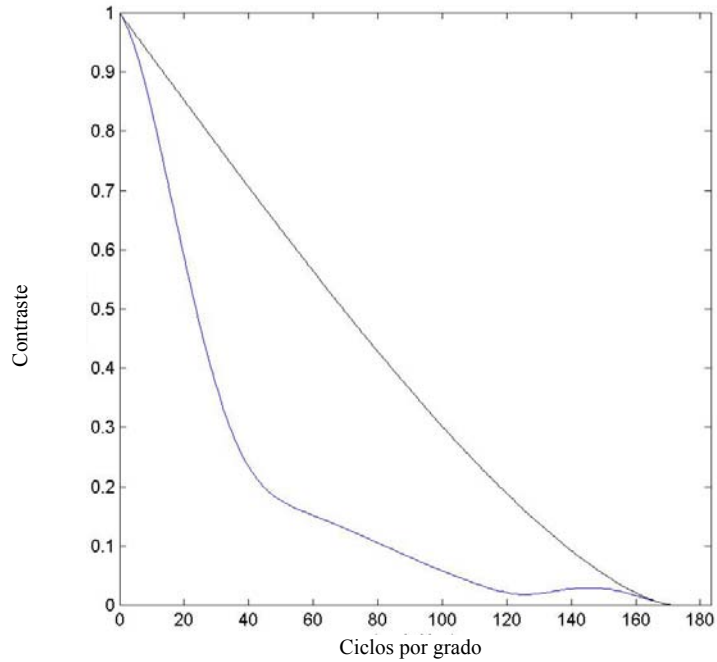
1.  $OTF(0,0) = 1$
2.  $OTF(-s_x, -s_y) = OTF^*(s_x, s_y)$
3.  $|OTF(s_x, s_y)| \leq |OTF(0,0)|$

Una vez más se puede construir la pirámide para la representación básica de las MTF como se muestra en la figura 4.12.

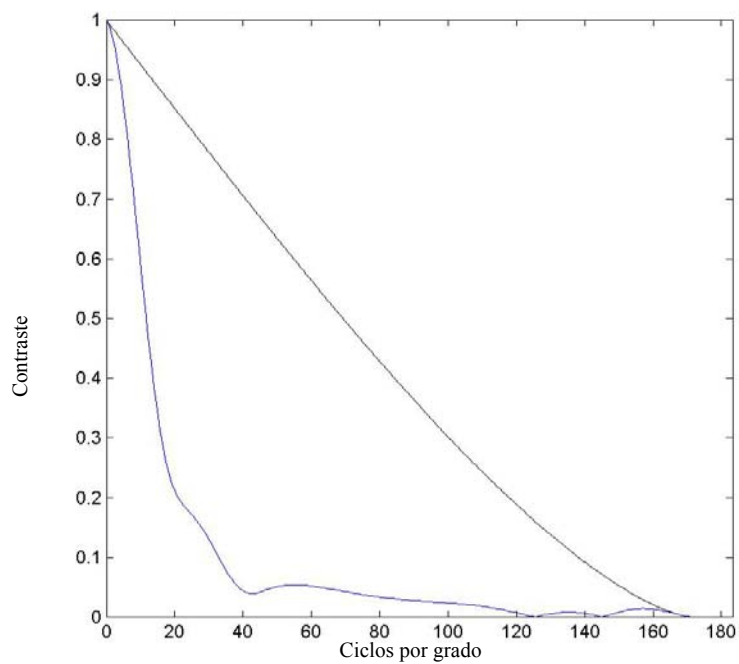


**Figura 4.12** Representación básica de las MTF

Igualmente, se presenta en las figura 4.13 y 4.14 las MTF para el ojo normal mexicano, con un corte en el eje x y otro en el eje y, lo cual es de uso frecuente en Oftalmología:



**Figura 4.13** MTF negra limitada por difracción y azul corte en el eje x.



**Figura 4.14** MTF negra limitada por difracción y azul corte en el eje y.

## Publicaciones

Como podemos ver en las figuras 4.13 y 4.14 lo que se ve debajo de la gráfica roja son todas las frecuencias que se pueden observar por el ojo normal mexicano, es decir todas las frecuencias que nuestro ojo normal puede distinguir. La diferencia entre la gráfica azul (limitada por difracción) y la roja se debe a que cualquier sistema óptico tiene aberraciones <sup>5</sup>.

Teniendo ya establecido el patrón de referencia, el ojo normal mexicano, encontrado en este capítulo; se establecerá en la próxima sección una comparación entre este ONM y los ojos post-operados <sup>19, 20</sup>.