Capítulo 3

Conceptos de Óptica Física

3.1 Frente De Onda

El frente de onda se puede definir como una superficie imaginaria que une todos los puntos en el espacio que son alcanzados en un mismo instante por una onda que se propaga en un medio, es decir aquellos rayos que tienen la misma fase. Al referirnos a que un rayo tiene la misma fase quiere decir que tienen la misma longitud de trayectoria desde la fuente.

El vector que representa el frente de onda indica la dirección de propagación. Para un conjunto de vectores paralelos, es decir, rayos colimados, el frente de onda es plano. Para rayos divergentes en un punto o convergentes hacia un punto el frente de onda es esférico. Para los rayos con divergencia o convergencia variado el frente de onda puede tomar cualquiera de las siguientes formas: elipsoidal, paraboloidal las cuales dependen de la naturaleza de la fuente (figura 3.1).

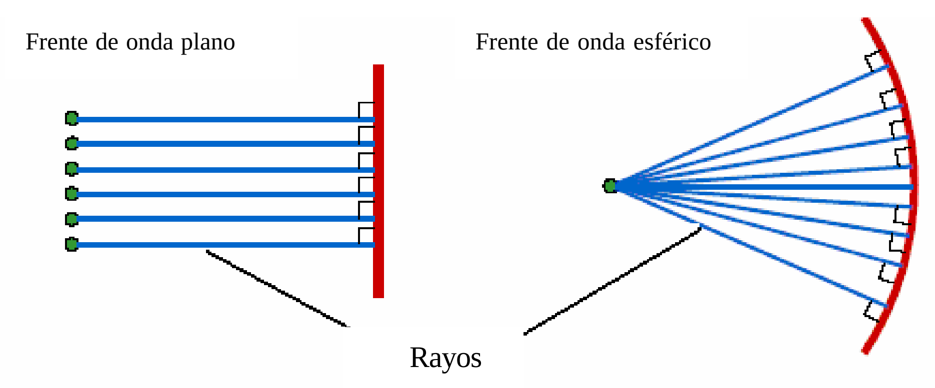

Figura 3.1 Ejemplos de frentes de onda

Al detectar un frente de onda saliendo del ojo es posible medir las aberraciones de este. En un ojo perfecto todos los rayos que emergen de una fuente puntual lejana al ojo y que pasan a través de la pupila del ojo y se interceptan en un punto común, retina. También un ojo perfecto tiene la característica que la distancia óptica del objeto a la imagen es igual para cada rayo, es decir la longitud de camino óptico es la misma para cada rayo. Y por último el frente de onda que llega a la retina tiene una forma perfectamente esférica [2].

Como se mencionó en el capítulo anterior una lente forma una imagen por la refracción de los rayos; si la longitud de camino óptico tomada para cada rayo que pase a través de la lente es la misma entonces todos los rayos llegarán al plano imagen con la misma fase para formar así una imagen perfecta. De igual manera el ojo perfecto es aquél que proporciona la misma distancia óptica del objeto a la imagen para todos los rayos que pasan a través de la pupila.

Por lo tanto podemos definir las tres maneras en las que un ojo se considerará un ojo aberrado:

1. Los rayos no se enfocan en un punto común, retina.
2. La longitud de camino óptico de la trayectoria de un punto del objeto a la imagen no es igual para todos los rayos que pasan a través de la pupila.
3. Los frentes de onda dentro del ojo no son esféricos, por el contrario están distorsionados.

Generalmente se define un frente de onda esférico, como el que se muestra en la figura 3.2, denominado esfera gaussiana de referencia que, como su nombre lo indica, nos sirve como referencia para medir el frente de onda aberrado. Por lo tanto, existe un error que se define como la resta entre la esfera gaussiana y el frente de onda aberrado.

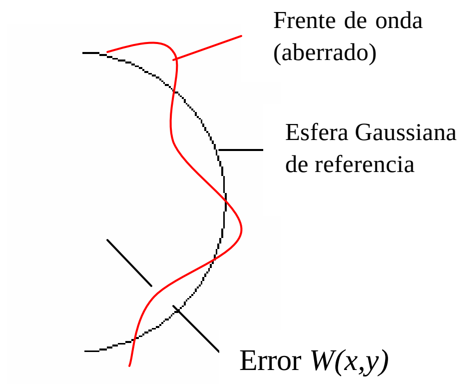

Figura 3.2 Frente de onda aberrado

Para medir las aberraciones de los ojos es necesario hacer uso de técnicas especiales; una de las técnicas más comunes es el Shack-Hartmann. Esta técnica captura los frentes de onda que salen del ojo; para un sistema sin aberraciones las ondas planas pasan por cada lente del ojo y convergen a un punto, en cambio para un sistema con aberraciones la porción del frente de onda que entra en la apertura de la lente es aproximadamente plana pero no se puede localizar la inclinación. Esta inclinación causa un cambio lateral en la localización del foco y la magnitud y dirección de este cambio se relaciona con la pendiente del frente de onda por lo tanto:

$$\frac{\partial W(x,y)}{\partial x} = \frac{\Delta x}{f}. \quad (3.1)$$ [7]

Y lo mismo para *y* es decir:

$$\frac{\partial W(x,y)}{\partial y} = \frac{\Delta y}{f}. \quad (3.2)$$ [7]

donde *W(x,y)* es el error del frente de onda, ? x y ? y son los desplazamientos laterales en *x* y *y* respectivamente, y *f* es la distancia focal.

Aberrómetros como el OPD-Scan, Shack-Hartmann entre otros permiten medir las aberraciones del ojo y por lo tanto corregirlas quirúrgicamente; después volverlas a medir y comparar los resultados [8].

3.2 Polinomios De Zernike

Su nombre se debe a Frits Zernike, nacido en Ámsterdam el 16 de julio de 1888. En 1905 entró a la Universidad de Amsterdan a estudiar Química. En 1908 obtuvo la medalla de oro en matemáticas por la universidad de Groningen. En 1920 fue invitado por esta misma universidad a ser profesor de tiempo completo en el departamento de Física y Matemáticas donde empezó una gran cantidad de trabajos. Uno de sus trabajos más reconocidos e importantes fue el descubrimiento del fenómeno de contraste de fase (1938). Por la invención del microscopio de contraste de fase ganó el Premio Nobel de Física en 1953.

Los polinomios ortogonales son una clase de polinomios { $p_n(x)$ } definidos en un intervalo [a, b] que obedecen la relación de ortogonalidad:

$$\int_a^b w(x)\, p_m(x)\, p_n(x)\, dx = d_{mn} c_n , \quad (3.3)$$ [14]

donde *w(x)* es la llamada función de peso y d_{mn} es la delta de Kronecker. Si $C_n=1$, entonces el conjunto no es únicamente ortogonal sino también ortonormal.

Los polinomios ortogonales son muy usados por sus propiedades para encontrar soluciones a problemas tanto de Física como de Matemáticas. Así como las series de Fourier muestran un método conveniente de desarrollar una función periódica en series con términos linealmente independientes, los polinomios ortogonales proveen una manera natural de resolver, desarrollar e interpretar soluciones mediante diferentes tipos de ecuaciones diferenciales. Estos polinomios son realmente sencillos de generar usando el método de ortonormalización de Gram-Schmidt [15].

Los polinomios de Zernike son un conjunto ortonormal usados en el desarrollo de una función de frente de onda en sistemas ópticos con pupilas con simetría circular, así como para observar la forma de una cornea. Los polinomios de Zernike están normalmente definidos en coordenadas polares (?, F) donde ? es la coordenada radial normalizada y F es la componente angular. Cada uno de los polinomios consiste en un factor de normalización, dependiente de la componente radial y también dependiente de la componente angular. Los polinomios de Zernike pares e impares generalmente están dados por están dados por:

$$Z_n^m(r, f) = \begin{matrix} N_n^m R_n^m(r)\sin \\ -N_n^m R_n^m(r)\cos \end{matrix}(mf), \tag{3.4}$$

donde N_n^m es el factor de normalización y $R_n^m(r)$ es la función radial que esta definida para n y m enteros por:

$$R_n^m(r) = \sum_{l=0}^{(n-m)/2} \frac{(-1)^l (n-l)!}{l!\left[1/2(n+m)-l\right]!\left[1/2(n-m)-l\right]!} r^{n-2}, \tag{3.5}$$

donde n indica la potencia radial mas alta del polinomio y m indica la frecuencia angular de esta misma componente.

En la ecuación 3.5 ? es la distancia radial normalizada, con variación entre 0 y 1. Y la constante de normalización está dada por:

$$N_n^m = \sqrt{\frac{2(n+1)}{1+d_{mo}}}. \tag{3.6}$$ [9]

Una restricción para los polinomios de Zernike es que n tiene que ser un entero positivo o cero y para una n dada, m solo puede tomar algunos valores dados por:

$m = -n, -n+2, n+4, \ldots n$.

Los primeros 28 términos de los polinomios de Zernike, sin normalizar, son [15]:

$$z0 = 1$$
$$z1 = r\cos(q)$$
$$z2 = r\sin(q)$$
$$z3 = -1 + 2r^{2}$$
$$z4 = r^{2}\cos(2q)$$
$$z5 = r^{2}\sin(2q)$$
$$z6 = r(-2 + 3r^{2})\cos(q)$$
$$z7 = r(-2 + 3r^{2})\sin(q)$$
$$z8 = 1 - 6r^{2} + 6r^{4}$$
$$z9 = r^{3}\cos(3q)$$
$$z10 = r^{3}\sin(3q)$$
$$z11 = r^{2}(-3 + 4r^{2})\cos(2q)$$
$$z12 = r^{2}(-3 + 4r^{2})\sin(2q)$$
$$z13 = r(3 - 12r^{2} + 10r^{4})\cos(q)$$
$$z14 = r(3 - 12r^{2} + 10r^{4})\sin(q)$$
$$z15 = -1 + 12r^{2} - 30r^{4} + 60r^{6}$$
$$z16 = r^{4}\cos(4q)$$
$$z17 = r^{4}\sin(4q)$$
$$z18 = r^{3}(-4 + 5r^{2})\cos(3q)$$
$$z19 = r^{3}(-4 + 5r^{2})\sin(3q)$$
$$z20 = r^{2}(6 - 20r^{2} + 15r^{4})\cos(2q)$$
$$z21 = r^{2}(6 - 20r^{2} + 15r^{4})\sin(2q)$$
$$z22 = r^{2}(-4 + 30r^{2} - 60r^{4} + 35r^{6})\cos(q)$$
$$z23 = r^{2}(-4 + 30r^{2} - 60r^{4} + 35r^{6})\sin(q)$$
$$z24 = 1 - 20r^{2} + 90r^{4} - 140r^{6} + 70r^{8}$$
$$z25 = r^{5}\cos(5q)$$
$$z26 = r^{5}\sin(5q)$$
$$z27 = r^{4}(-5 + 6r^{2})\cos(4q)$$

Hasta aquí se presentó una breve descripción matemática de los polinomios de Zernike así como una introducción al frente de onda, ambos conceptos serán necesarios en los capítulos posteriores para analizar al ojo normal mexicano y establecer una comparación con otros ojos que necesitan algún tipo de corrección refractiva.