

UNIVERSIDAD DE LAS AMÉRICAS PUEBLA

ESCUELA DE CIENCIAS

DEPARTAMENTO DE FÍSICA, MATEMÁTICAS

UDLAP®

**Caracterización del cambio de fase resultante de
una reflexión en un medio material a través de la
teoría electromagnética**

TESIS QUE, PARA COMPLETAR LOS REQUISITOS DEL PROGRAMA
DE HONORES PRESENTA LA ESTUDIANTE

DIEGO ALEXANDER CAMARENA CAMACHO

167440

DIRECTOR

WANDERSON MAIA PIMENTA

SAN ANDRÉS CHOLULA, PUEBLA.

OTOÑO, 2023

TESIS QUE, PARA COMPLETAR LOS REQUISITOS DEL PROGRAMA
DE HONORES PRESENTA EL ESTUDIANTE DIEGO ALEXANDER
CAMARENA CAMACHO, 167440

DIRECTOR DE TESIS

Wanderson Maia Pimenta

PRESIDENTE DE TESIS

Marco Antonio Pérez de la Rosa

SECRETARIO DE TESIS

Juan Pablo Treviño Gutiérrez

Resumen

La polarización de la luz es una propiedad fundamental que describe la orientación de la oscilación de su campo eléctrico al propagarse. Cuando la luz sufre una reflexión, su estado de polarización cambia debido a la introducción de una diferencia de fase al interactuar en la interfaz donde es reflejada. Este fenómeno tiene múltiples aplicaciones y es de particular interés para las técnicas interferométricas que requieren reflexiones para su ejecución. En este trabajo, se investiga el cambio de fase asociado a la reflexión en medios materiales mediante el uso de los coeficientes de Fresnel. Se realiza una deducción matemática de estas ecuaciones y se lleva a cabo un análisis, tanto analítico como experimental, para el caso en el cual la reflexión ocurre en un dieléctrico, con el fin de caracterizar la diferencia de fase asociada. Se determina que, en el caso en el que la polarización de la luz incidente sea lineal, se produce nuevamente un estado de polarización lineal e invertido. Finalmente, se propone tomar como base la metodología utilizada para estudiar casos donde se generan polarizaciones no lineales.

Palabras clave: Polarización, Cambio de fase, Reflexión, Coeficientes de Fresnel

Agradecimientos

Me gustaría agradecer principalmente a mis padres por el esfuerzo que han realizado a lo largo de los años para educarme y brindarme la oportunidad de avanzar en mi vida académica.

También agradezco a mis compañeros de licenciatura que han estado presentes en este proceso a pesar de las dificultades presentadas por la pandemia.

De igual manera, agradezco a mis profesores que me han brindado madurez matemática y las herramientas necesarias para lograr esta y futuras investigaciones.

En particular, agradezco a la Mtra. Thania Andrea Briano Veloz por su apoyo en las largas jornadas de experimentación en el laboratorio y la disposición para contribuir en el proyecto con tiempo y dedicación.

Finalmente, y, sobre todo, me gustaría expresar mi agradecimiento infinito al Dr. Wanderson Maia Pimenta por la gran amistad que me ha brindado y el apoyo en los momentos más difíciles. Gracias a nuestras conversaciones sobre física, filosofía y aspectos personales, me encuentro en el lugar en el que estoy hoy en día. No cabe duda de que es un ser humano excepcional que me inspira a sacar lo mejor de mí mismo, sin mencionar la dedicación, el tiempo y el cariño que ha invertido en mi trabajo y en mi formación, tanto profesional como personal.

Índice general

Resumen	I
Agradecimientos	II
1 Introducción	1
2 Polarización	4
2.1 Ondas Electromagnéticas	4
2.2 Generalización del estado de polarización y la polarización elíptica	7
2.3 Casos especiales de la polarización elíptica	9
2.3.1 Polarización lineal	9
2.3.2 Polarización Circular	11
2.4 Polarizadores y retardadores	13
2.4.1 Polarizador	13
2.4.2 Retardador	14
3 Ecuaciones de Fresnel	16
3.1 Condiciones de Frontera	16
3.2 Las ecuaciones de Fresnel	20
3.2.1 \vec{E} perpendicular al plano de incidencia	21
3.2.2 \vec{E} paralelo al plano de incidencia	23
3.2.3 Análisis de las ecuaciones de Fresnel	24
3.3 Cambio de fase	27
4 Experimento	31
4.1 Razón de los coeficientes de Fresnel en la reflexión externa de un dieléctrico	31
4.2 Arreglo experimental	32
4.3 Resultados experimentales de la reflexión externa	33
4.4 Razón de los coeficientes de Fresnel en la reflexión interna de un dieléctrico	35

4.5 Resultados experimentales de la reflexión interna	36
5 Conclusiones y Trabajo a Futuro	39
A Deducción de la ortogonalidad del campo eléctrico y magnético.	41
B Deducción de la ecuación de onda del campo eléctrico y magnético.	43

Capítulo 1

Introducción

La polarización es una propiedad fundamental de las ondas electromagnéticas que se refiere a la orientación de la oscilación de los campos eléctricos y magnéticos que la componen. En otras palabras, se trata de la dirección en la que vibran el campo eléctrico y magnético mientras se propagan a través del espacio[1]. Este concepto es de gran importancia en la física y la óptica, ya que nos permite comprender cómo la luz interactúa con diversos materiales y cómo se puede controlar su orientación para aplicaciones prácticas, como en las tecnologías de la comunicación [2], la detección de polarización [3] y la observación de objetos astronómicos [4].

El concepto de polarización surgió en 1669 cuando el físico danés Erasmus Bartholinus asoció la doble imagen producida por la calcita a la presencia de dos índices de refracción en este material [5]. Posteriormente, en el año 1817 Fresnel y Dominique Francois Arago llevaron a cabo una serie de experimentos para determinar la influencia de la luz polarizada en los experimentos de interferencia de Young, suponiendo que las vibraciones de la luz eran longitudinales. Al final de sus experimentos, fueron incapaces de entender sus resultados. Young sugirió que los experimentos podrían entenderse si las vibraciones de la luz fueran transversales, consistieran en solo dos componentes ortogonales y, no existiera componente longitudinal [5].

A esta naturaleza vectorial de la luz se le conoce como polarización, que formalmente está definida como el vector que rige la dirección en la que oscila el campo eléctrico [6].

Fresnel estudió el fenómeno del cambio de polarización producido por reflexión desarrollando así lo que hoy conocemos como ecuaciones o coeficientes de Fresnel [5]. Estas ecuaciones son fundamentales en el estudio de la polarización de la luz cuando esta atraviesa un interfaz, ya que describen cómo varía la amplitud del campo eléctrico reflejado o transmitido en relación con el campo eléctrico incidente [7]. Este cambio depende del ángulo de incidencia y los índices de refracción de los materiales en el interfaz. Con esta dependencia, se puede caracterizar completamente el estado de polarización resultante de una reflexión o transmisión [8].

La polarización por reflexión se genera debido a la diferencia de fase que ocurre cuando una onda interactúa en la interfaz. Por lo tanto, el interés de este trabajo es estudiar cómo se producen estos cambios de fase y caracterizarlos a través de los coeficientes de Fresnel. El problema de la fase introducida por la reflexión es de particular interés para las técnicas de medición basadas en interferometría, las cuales dependen inherentemente de la reflexión de la luz. Por ende, este fenómeno es un factor que debe considerarse para lograr una mayor precisión [9, 10]

Este principio también es el fundamento de las técnicas elipsométricas, cuyo fin es caracterizar el índice de refracción de algún material desconocido analizando el cambio de polarización de una onda electromagnética incidente [11, 12]. Además, es esencial en la caracterización y diseño de películas delgadas, como las utilizadas en la fabricación de espejos de capa delgada [13, 14]. Las ecuaciones de Fresnel han posibilitado la creación de tecnologías antirreflejantes [15] y tienen aplicaciones en otras ramas de la ciencia, como la química y la biología [16].

En este trabajo, se estudiará el cambio de fase asociado a un estado de polarización lineal reflejado en un medio dieléctrico. Para esto, en el [Capítulo 2](#) se hará una descripción completa del concepto de polarización, su representación general en forma de elipse y se presentarán los casos específicos en los que se obtienen polarizaciones distintas. En el [Capítulo 3](#), se hará la deducción matemática de los coeficientes de Fresnel, desarrollando así las condiciones a la frontera provenientes de las ecuaciones de Maxwell, que deben tener los campos paralelos y perpendiculares al plano de incidencia de una onda electromagnética al cambiar de un medio dieléctrico a otro. Posteriormente, se discutirán las implicaciones que tienen el cambio de fase. Finalmente, en el [Capítulo 4](#) se describirá el método experimental utilizado para medir los coeficientes de Fresnel y asociarlos a un cambio de fase en

reflexión externa e interna. Se hará una discusión de los resultados y la posibilidad de adaptar el método para caracterizar situaciones distintas.

Capítulo 2

Polarización

En este capítulo se discutirá la naturaleza vectorial de las ondas electromagnéticas. Se utilizarán las ecuaciones de Maxwell para demostrar que el campo eléctrico y magnético se representan matemáticamente como soluciones a la ecuación de onda. De esta forma, se introduce el concepto de polarización como la dirección de oscilación del campo eléctrico. Se describirán de forma general los distintos estados posibles en los que la luz puede ser polarizada en términos de sus propiedades, como la amplitud asociada a cada componente y la diferencia de fase. Finalmente, se realizará una breve discusión de estados de polarización particulares de interés.

2.1. Ondas Electromagnéticas

La teoría electromagnética está regida bajo las ecuaciones de Maxwell, las cuales describen cómo los campos eléctricos y magnéticos interactúan con las cargas eléctricas. Estas proporcionan una base sólida para comprender la propagación y las oscilaciones de los campos de las ondas electromagnéticas. Para entender qué es una onda electromagnética, definiremos primero una onda como una perturbación de un medio continuo que se propaga con un perfil fijo a velocidad constante [6]. Se puede encontrar una función que describa matemáticamente esta definición, para esto, supondremos que una onda está en punto inicial z , en un tiempo de referencia $t = 0$ y es descrita por la función $g(z, 0)$ como se ve en la [Figura 2.1](#). Debido a que la velocidad de propagación v es constante, cualquier desplazamiento puede describirse como $z - vt$. Dado que la definición exige que el perfil sea fijo, se tiene

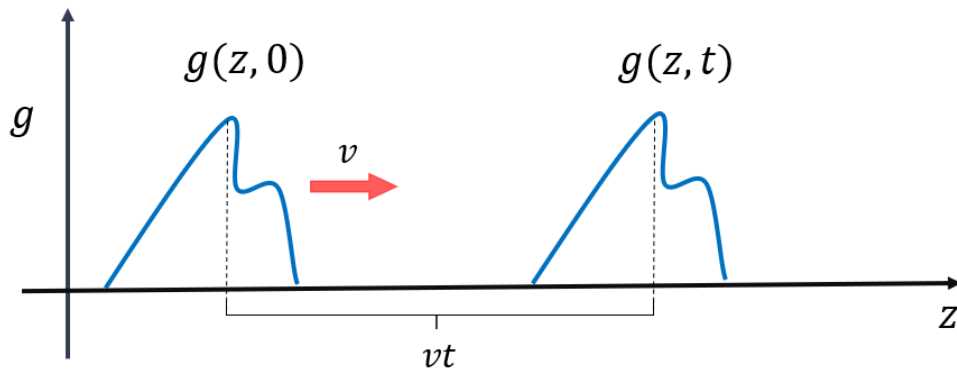


Figura 2.1: Una onda en una posición inicial z y tiempo de referencia $t = 0$, definida por la función $g(z, 0)$ que viaja a una velocidad constante v . La onda al pasar un tiempo t , se traslada una distancia vt y es definida por la función $g(z, t)$.

que

$$g(z, 0) = g(z - vt, t) = f(z, t). \quad (2.1)$$

Esta ecuación describe la forma general de cualquier función de onda. Otra condición que esta función cumple es que debe ser una solución a la ecuación diferencial de onda.

$$\frac{\partial^2 f}{\partial z^2} = \frac{1}{v^2} \frac{\partial^2 f}{\partial t^2}. \quad (2.2)$$

Las ecuaciones de onda para el campo eléctrico y magnético no solo se encuentran naturalmente utilizando las ecuaciones de Maxwell, sino que además la teoría electromagnética exige que ambos campos sean ortogonales entre sí. Por lo tanto, una onda electromagnética se define como una onda compuesta por un campo eléctrico transversal a un campo magnético, donde la oscilación de ambos campos es una función que cumple con las ecuaciones 2.1 y 2.2. El desarrollo matemático está descrito en los Apéndices A y B.

Dado que los campos pueden ser interpretados como funciones de onda, cualquier onda electromagnética puede ser caracterizada si se describen las propiedades ondulatorias del campo eléctrico o magnético. Se ha adoptado como convención caracterizar las ondas electromagnéticas en términos de su campo eléctrico debido a que la amplitud del campo magnético es mucho menor en comparación a este [17]. Una solución a la Ecuación 2.2 para el campo eléctrico de una onda plana,

como se ve en la [Figura 2.2](#), es de la forma

$$\vec{E}(z, t) = E_0 \cos(kz - \omega t - \delta)\hat{x}, \quad (2.3)$$

donde E_0 es la amplitud, k es el número de propagación, ω es la frecuencia angular, δ es la constante de fase y \hat{x} es el vector unitario de polarización en la dirección x .

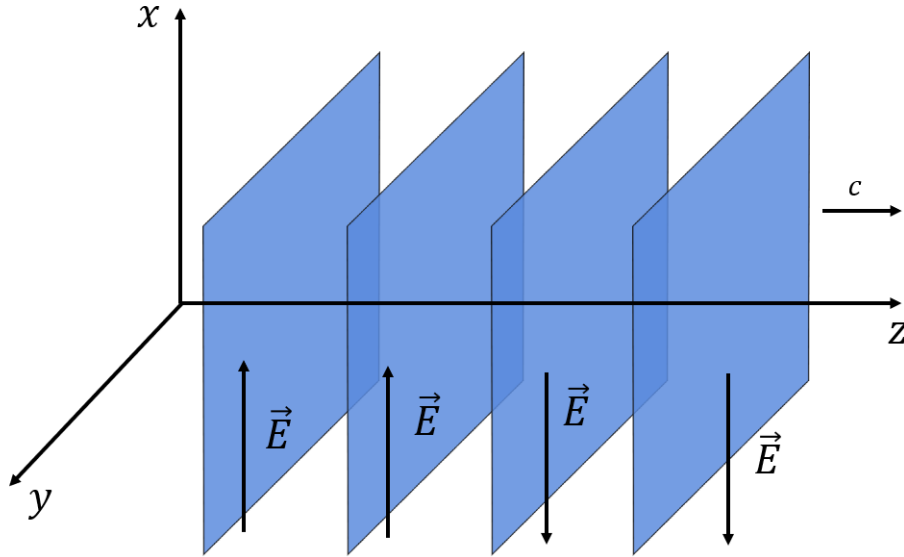


Figura 2.2: Onda electromagnética plana viajando en la dirección z con una velocidad constante $c = 1/\sqrt{\epsilon_0\mu_0}$, cuyo campo \vec{E} oscila únicamente en x .

Sin embargo, si se desea describir una onda electromagnética que viaja y oscila en alguna dirección arbitraria, es necesario considerar la ecuación de onda vectorial,

$$\nabla^2 \vec{E} = \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2}, \quad (2.4)$$

y definir el vector de propagación \vec{k} junto a un vector de posición \vec{r} , de tal manera que la [Ecuación 2.3](#) se reescriba como

$$\vec{E}(z, t) = E_0 \cos(\vec{k} \cdot \vec{r} - \omega t - \delta)\hat{n}. \quad (2.5)$$

donde \hat{n} es el vector de polarización. Debido a que la oscilación del campo eléctrico es perpendicular a la dirección de propagación se debe cumplir que

$$\hat{n} \cdot \vec{k} = 0. \quad (2.6)$$

Así, se define el estado de polarización como la dirección de oscilación del campo eléctrico dado por \hat{n}

2.2. Generalización del estado de polarización y la polarización elíptica

Cualquier estado de polarización puede representarse a través de dos estados ortogonales [5], haremos una descripción general de una onda electromagnética cuyo campo eléctrico es definido por dos oscilaciones perpendiculares E_x y E_y que se propagan en la dirección z con la forma descrita en la [Ecuación 2.3](#). La magnitud de cada componente se escribirá como

$$E_x(z, t) = E_{0x} \cos(\tau - \delta_x) \quad (2.7)$$

y

$$E_y(z, t) = E_{0y} \cos(\tau - \delta_y), \quad (2.8)$$

donde τ es el término de propagación de la forma $(kz - \omega t)$, E_{0x} y E_{0y} son las amplitudes de cada componente y δ_x y δ_y son sus constantes de fase respectivas[5, 18]. Podemos reescribir estas componentes como

$$\frac{E_x}{E_{0x}} = \cos \tau \cos \delta_x - \sin \tau \sin \delta_x \quad (2.9)$$

y

$$\frac{E_y}{E_{0y}} = \cos \tau \cos \delta_y - \sin \tau \sin \delta_y. \quad (2.10)$$

Multiplicando $\sin \delta_y$ a la [Ecuación 2.9](#), $\sin \delta_x$ a la [Ecuación 2.10](#) y restando ambas expresiones encontramos que

$$\frac{E_x}{E_{0x}} \sin \delta_y - \frac{E_y}{E_{0y}} \sin \delta_x = \cos \tau \sin(\delta_y - \delta_x). \quad (2.11)$$

Análogamente, multiplicando por $\cos \delta_y$ a la [Ecuación 2.9](#), $\cos \delta_x$ a la [Ecuación 2.10](#) y restando ambos resultados, obtenemos

$$\frac{E_x}{E_{0x}} \cos \delta_y - \frac{E_y}{E_{0y}} \cos \delta_x = \sin \tau \sin(\delta_y - \delta_x). \quad (2.12)$$

Elevando al cuadrado las Ecuaciones 2.11 y 2.12 y sumando encontramos que la ecuación de campo instantáneo es dada por

$$\frac{E_x^2}{E_{0x}^2} + \frac{E_y^2}{E_{0y}^2} - 2\frac{E_x E_y}{E_{0x} E_{0y}} \cos \delta = \sin^2 \delta, \quad (2.13)$$

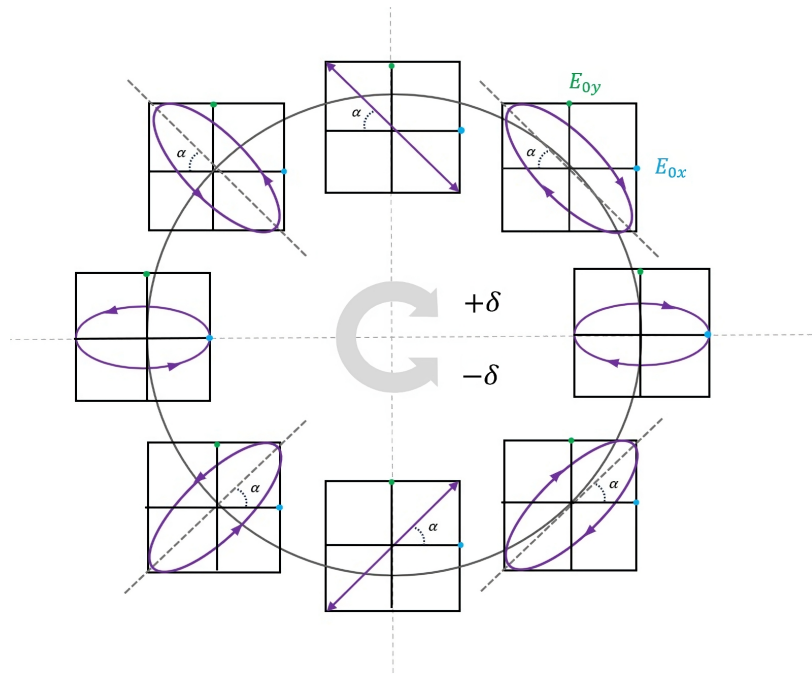


Figura 2.3: Polarización elíptica con diferentes valores de δ y $E_{0x} \neq E_{0y}$. Para el primer valor de δ la polarización es una recta inclinada con un ángulo α . Para valores posteriores se genera una rotación de α en la elipse.

donde $\delta = \delta_y - \delta_x$. Nótese que la Ecuación 2.13 tiene la forma general de la elipse. Es decir, para cualquier par de componentes ortogonales, que describen un estado de polarización, oscila en forma de una elipse. Por esta razón se le conoce como polarización elíptica a la forma más general del estado de polarización.

La forma de la elipse está descrita por los parámetros E_{0x} , E_{0y} y δ , como se ve en la Figura 2.3. La relación que existe entre estos parámetros y el ángulo de inclinación de la elipse es

$$\tan 2\alpha = \frac{2E_{0x}E_{0y} \cos \delta}{E_{0x}^2 - E_{0y}^2}. \quad (2.14)$$

Existen condiciones donde los parámetros alteran la [Figura 2.3](#) de forma que las oscilaciones descritas no serán de formas elípticas, las cuales serán tratadas en la próxima sección.

2.3. Casos especiales de la polarización elíptica

Como se vio en la sección anterior, el caso más general posible para describir un estado de polarización es a través de una elipse. Sin embargo, para condiciones específicas de E_{0x} , E_{0y} y δ , la [Ecuación 2.13](#) adapta formas que describen oscilaciones distintas.

2.3.1. Polarización lineal

Sin pérdida de generalidad para cualquier estado de polarización en el que $E_{0y}, E_{0x} \neq 0$, y $\delta = 0$ ó π la [Ecuación 2.13](#) se reduce a

$$\left(\frac{E_x}{E_{0x}} \pm \frac{E_y}{E_{0y}} \right)^2 = 0. \quad (2.15)$$

Despejando para E_y encontramos la ecuación canónica de la recta con pendiente $\pm E_{0y}/E_{0x}$ y ordenada al origen cero

$$E_y = \pm \left(\frac{E_{0y}}{E_{0x}} \right) E_x. \quad (2.16)$$

Por lo tanto, bajo estas restricciones, se genera una polarización lineal arbitraria con componentes en la coordenada x y y como se ve en la [Figura 2.4](#). Cuando $\delta = 0$, la recta tiene una pendiente negativa y cuando $\delta = \pi$ la pendiente es positiva. El ángulo de inclinación (α) esta dado por

$$\tan \alpha = \frac{E_{0y}}{E_{0x}}. \quad (2.17)$$

En el caso particular que $E_{0x} = E_{0y}$, la [Ecuación 2.16](#) se reduce a

$$E_y = \pm E_x. \quad (2.18)$$

Cuando el valor es positivo, se dice que la polarización es lineal a 45° . En contraste, cuando el valor es negativo, se denomina polarización lineal a -45° . Esta distinción es resultado directo de la [Ecuación 2.17](#).

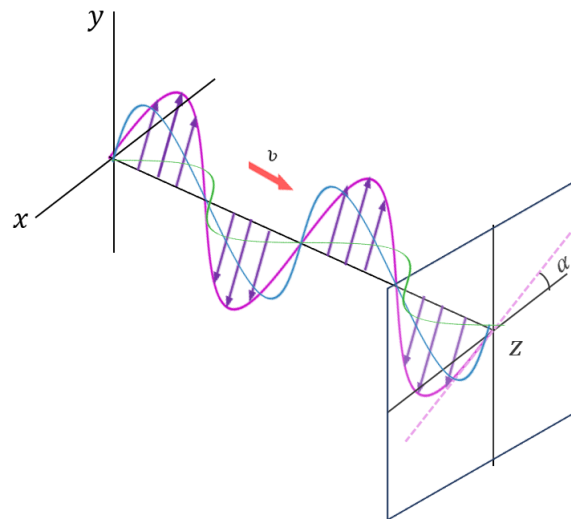


Figura 2.4: Campo eléctrico oscilando (morado) con componentes x (verde) y componente y (azul) generando una recta con ángulo de inclinación α en el plano de vibración que se propaga en z con una velocidad v constante.

Ahora supongamos que $E_{0y} = 0$ en la [Ecuación 2.8](#). Entonces, el campo total está regido únicamente bajo la [Ecuación 2.7](#). Es decir, el campo eléctrico solamente oscila en la componente x como se ve en la [Figura 2.5](#). A este estado de polarización se le conoce como polarización horizontal.

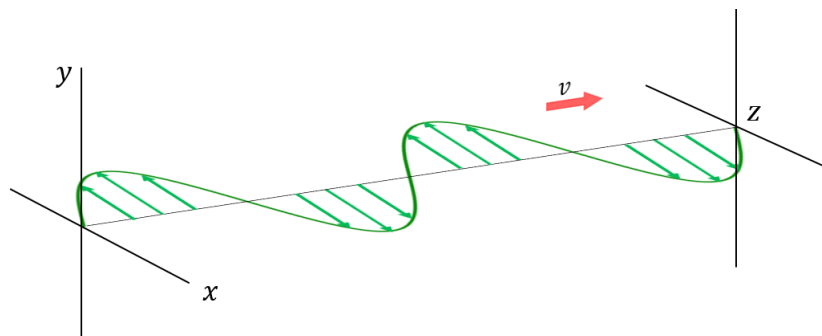


Figura 2.5: Campo eléctrico polarizado horizontalmente oscilando únicamente a través de la componente x y propagándose en la dirección z a una velocidad constante v .

Análogamente, cuando $E_{0x} = 0$, la [Ecuación 2.7](#) es cero y la oscilación será únicamente en la componente y . A este estado de polarización se le llama polarización

vertical.

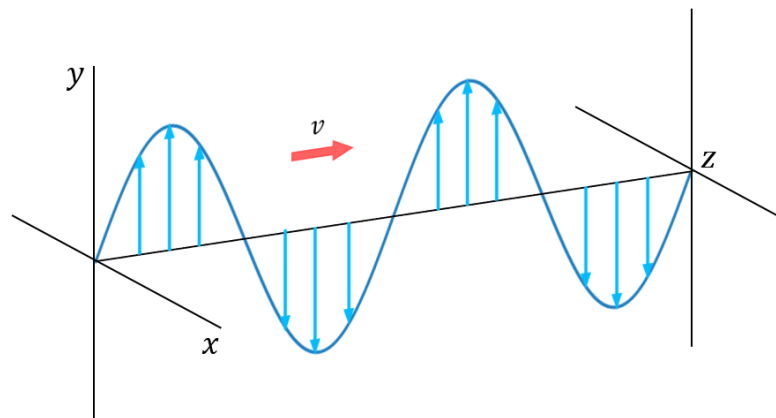


Figura 2.6: Campo eléctrico polarizado verticalmente oscilando únicamente a través de la componente y y propagándose en la dirección z a una velocidad constante v .

2.3.2. Polarización Circular

En el caso en que $E_{0x} \neq E_{0y}$ y $\delta = \pi/2$ o $3\pi/2$ la Ecuación 2.13 toma la forma de la ecuación canónica de la elipse (elipse centrada al origen y derecha),

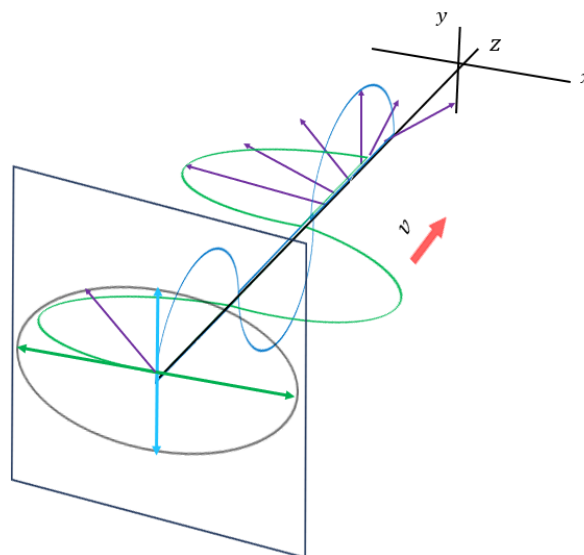


Figura 2.7: Polarización elíptica de forma canónica y centrada en el sistema de coordenadas propagándose en la dirección z .

$$\frac{E_x^2}{E_{0x}^2} + \frac{E_y^2}{E_{0y}^2} = 1, \quad (2.19)$$

es decir, el estado de polarización es descrito por una elipse canónica centrada en el origen, como se muestra en la [Figura 2.7](#). Es importante destacar que la [Ecuación 2.19](#) no distingue entre $\delta = \pi/2$ o $\delta = 3\pi/2$. Esto se debe a que la [Ecuación 2.13](#) únicamente describe la forma de la oscilación del campo y no el sentido en el que gira mientras oscila. Para determinar el sentido de giro, se debe volver a la descripción por componentes. De acuerdo a las ecuaciones [2.7](#) y [2.8](#), si $\delta = \pi/2$, el campo resultante es

$$\vec{E}(z, t) = E_{0x} \cos(\tau - \delta_x) \hat{x} - E_{0y} \sin(\tau - \delta_x) \hat{y}. \quad (2.20)$$

Cuando se toma el campo en un tiempo (t_0) y una posición (z_0) de referencia y se calcula la situación en un instante posterior, el giro de este es en sentido de las manecillas del reloj como se ve representado en la [Figura 2.7](#). A esto se le conoce como polarización elíptica a la derecha.

Análogamente para caso de $\delta = 3\pi/2$, el campo resultante se puede escribir como

$$\vec{E}(z, t) = E_{0x} \cos(\tau - \delta_x) \hat{x} + E_{0y} \sin(\tau - \delta_x) \hat{y}. \quad (2.21)$$

En este caso la elipse gira en sentido contrario a las manecillas del reloj [\[1\]](#).

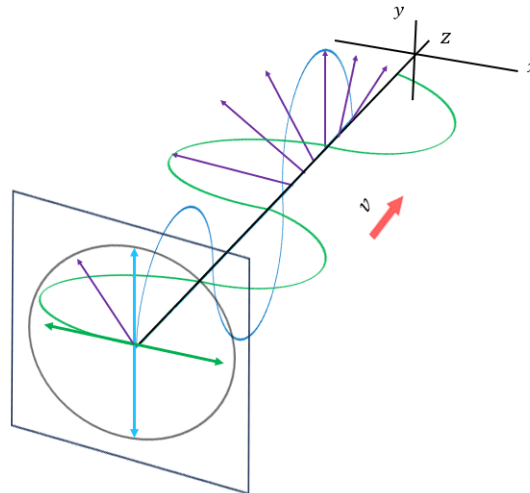


Figura 2.8: Polarización circular propagándose en la dirección z y centrada al sistema de coordenadas.

Si $E_{ox} = E_{oy} = E_0$ la [Ecuación 2.19](#) se convierte en la ecuación general del círculo centrado al origen de radio E_0

$$E_x^2 + E_y^2 = E_0^2. \quad (2.22)$$

A este tipo de polarización se le conoce como polarización circular. De igual manera la [Ecuación 2.13](#) no diferencia entre los casos de $\delta = \pi/2$ y $\delta = 3\pi/2$. Los resultados presentados para la elipse centrada son perfectamente aplicables al caso de la polarización circular. Por lo tanto, cuando las amplitudes de las componentes son iguales, si $\delta = \pi/2$, se obtiene una polarización circular a la derecha. Del mismo modo, cuando $\delta = 3\pi/2$, se presenta una polarización circular a la izquierda.

2.4. Polarizadores y retardadores

Estableciendo la idea de polarización y sus distintos tipos, es natural cuestionar cómo se generan o manipulan estos estados. Se han creado distintos componentes ópticos cuya función es controlar y crear polarizaciones específicas utilizando las propiedades de algunos materiales. A continuación, se presentan el polarizador y el retardador.

2.4.1. Polarizador

Un polarizador lineal es un dispositivo óptico que se utiliza para controlar la dirección de la oscilación de campo eléctrico que pasa a través de él. Por ejemplo, cuando una onda electromagnética incide en un polarizador, este la divide en dos componentes ortogonales, descarta una y permite el paso de la otra. El polarizador lineal se construye de tal manera que se pueda identificar un eje de transmisión. La componente que el polarizador lineal transmite es la paralela a su eje de transmisión como se ve en la [Figura 2.9](#). Cuando se trata de una fuente no polarizada, es decir, cuyo estado de polarización cambia rápidamente, esta se modela como una superposición de múltiples componentes. Un polarizador lineal permite el paso únicamente de la componente que se alinea con su eje de transmisión.

En el caso en el que la luz tenga una única componente y esta coincida con el eje de transmisión del polarizador, la intensidad media será máxima. Por otro

lado, si la única componente de la luz es ortogonal al eje de transmisión, esta se extinguirá y la intensidad media será igual a cero.

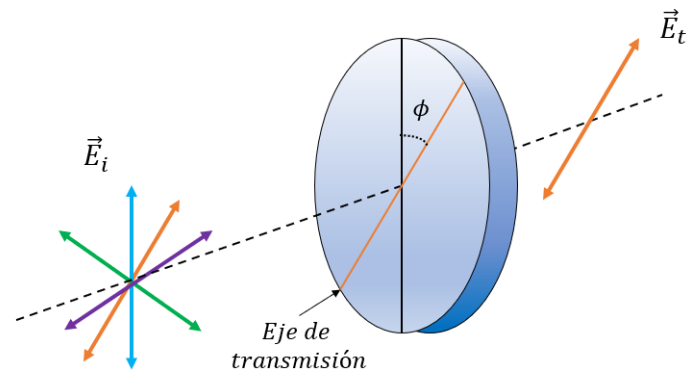


Figura 2.9: Una fuente de luz natural representado con múltiples componentes incidiendo en un polarizador cuyo eje de transmisión está con un ángulo ϕ . Se transmite únicamente la componente paralela al eje de transmisión.

2.4.2. Retardador

A diferencia de un polarizador, un retardador cambia el estado de polarización de la luz. Es decir, si se tiene un estado polarización inicial, el retardador transmitirá otro estado de polarización.

Como se vio en la sección anterior, la forma de la polarización está definida por la diferencia de fase y las amplitudes de cada componente, la manera en la que un retardador cambia el estado de polarización es retrasando una componente con respecto al de la otra en una cantidad predeterminada. Las componentes son diferentes de lo que eran inicialmente, por lo tanto, el estado de polarización también lo es.

Los retardadores son construidos a partir de materiales birrefringentes como la calcita. Cuando una onda monocromática incide en un material con esta propiedad, generalmente se divide gracias a la presencia de dos índices de refracción. A las ondas resultantes las llamaremos onda ordinaria y onda extraordinaria.

La onda incidente, al terminar de recorrer el medio birrefringente, se transmite como la superposición de estas dos ondas generadas con una diferencia de fase

o “retraso” y por consiguiente, con una polarización distinta como se ve en la Figura 2.10.

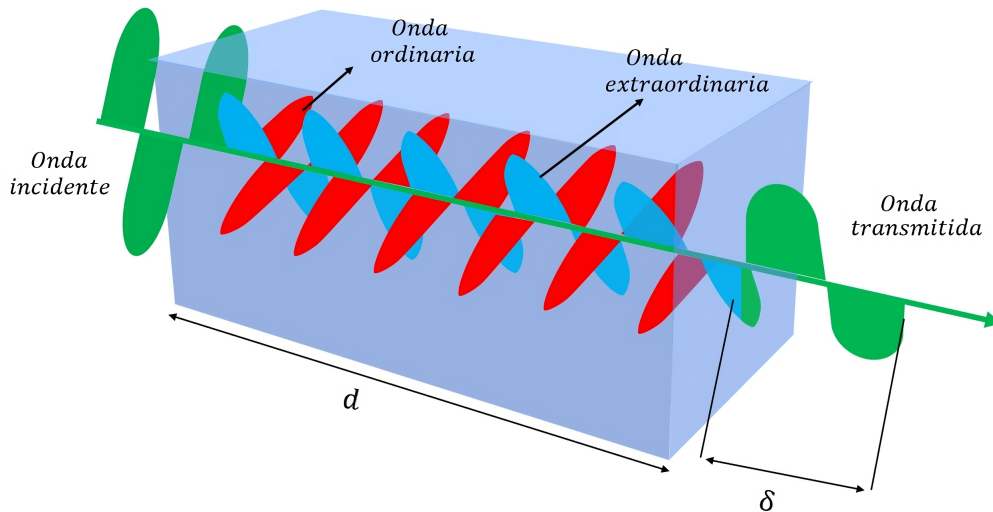


Figura 2.10: Onda electromagnética de polarización fija que incide en una lámina retardadora de espesor d . Al atravesar la lámina, se divide en una onda ordinaria (roja) y en una extraordinaria (azul). Al transmitirse al final de la lámina, cambia su estado de polarización debido a la diferencia de fase δ introducida.

Un retardador de onda es una lamina birrefringente de espesor de d que introduce una diferencia de fase dada por

$$\delta = \frac{2\pi}{\lambda} d |n_o - n_e|, \quad (2.23)$$

donde n_o es el índice de refracción por donde pasa la onda ordinaria y n_e es el índice de refracción por donde pasa la onda extraordinaria.

Los retardadores se diseñan de manera que se pueda distinguir un eje rápido y un eje lento. El eje rápido es por donde viaja la onda extraordinaria, mientras que el eje lento es por donde se propaga la onda ordinaria. Esto permite controlar cuál componente se retrasará.

Cuando el cambio de fase que induce el retardador es de π , se le denomina retardador de media onda. Por otra parte, si el cambio de fase es de $\pi/2$, se le conoce como retardador de cuarto de onda.

Capítulo 3

Ecuaciones de Fresnel

En este capítulo se deducirán las ecuaciones de Fresnel. Estas describen la razón entre la amplitud del campo reflejado o transmitido y el campo incidente por componentes. A través de estas relaciones, es posible describir completamente el estado de polarización resultante en una reflexión. Partiremos de las ecuaciones de Maxwell considerando una onda electromagnética que se refleja en una interfaz dieléctrica para encontrar las condiciones en la frontera que deben seguir los campos magnético y eléctrico durante el proceso de reflexión. Estas se analizarán para las componentes paralela y perpendicular, con el fin de encontrar los coeficientes de reflexión y transmisión. Se realizará un análisis de la información que estas magnitudes físicas tienen y su consecuencia en el cambio de polarización después de la reflexión debido al cambio de fase asociado.

3.1. Condiciones de Frontera

Para describir la reflexión en términos de teoría electromagnética partiremos de las Ecuaciones de Maxwell en un medio material dieléctrico utilizando su forma integral. En particular nos enfocaremos la Ley de Faraday-Lenz y la Ley de Ampère

$$\oint \vec{E} \cdot d\vec{l} = -\frac{d\Phi_B}{dt} \quad (3.1)$$

y

$$\oint \vec{B} \cdot d\vec{l} = \mu\vec{J} + \mu\epsilon\frac{d\Phi_E}{dt}. \quad (3.2)$$

donde Φ_B es el flujo magnético, Φ_E eléctrico y \vec{J} la densidad de corriente.

Las ecuaciones de Maxwell se establecieron únicamente para regiones del espacio donde las propiedades físicas del medio, como la permeabilidad magnética (μ), la permitividad eléctrica (ϵ) y el índice de refracción (n), son continuas. Sin embargo, la reflexión y la refracción no ocurren en un medio constante ni homogéneo, ya que estos fenómenos ocurren en una interfaz que consta de dos medios diferentes. En estos casos, las propiedades cambian abruptamente al pasar de una superficie a otra [18].

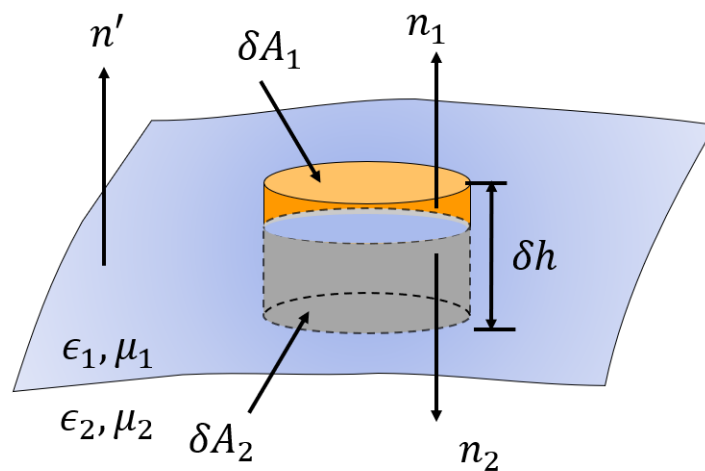


Figura 3.1: Construcción de una superficie gaussiana cilíndrica en un interfaz donde una onda electromagnética viaja de un medio de n_2 (gris) a otro n_1 (naranja) a través de una capa de transición delgada (azul) con índice de refracción n' que es compuesto por n_1 y n_2 variando rápidamente pero continuamente sobre la capa.

Para derivar las relaciones que describen la transición entre cualquier discontinuidad, describamos la superficie donde se encuentra esta como una capa de transición delgada donde la permitividad varía rápidamente entre ϵ_1 y ϵ_2 de manera continua a ambos lados de la superficie. Similarmente, la permeabilidad variará rápidamente entre μ_1 y μ_2 en esta capa de transición generando así el índice de refracción n' .

De esta manera, las ecuaciones de Maxwell son válidas en la frontera ya que se obtiene la continuidad en la superficie de transición, por lo que, cada una de estas ecuaciones conduce una determinada condición a la frontera que deben seguir las

componentes del campo magnético o eléctrico.

Para encontrar las condiciones a la frontera, supondremos que una onda electromagnética viaja a través de esta capa de transición como en la [Figura 3.1](#). Construiremos una superficie gaussiana cilíndrica normal a la superficie de transición cuyas bases tienen áreas δA_1 y δA_2 y una altura de δh .

Haciendo las áreas de las bases del cilindro infinitesimales, aplicaremos la Ley de Faraday-Lenz en un contorno cerrado C que abarca parte de ambos medio y la capa de transición como se ve en la [Figura 3.2](#).

Puesto que solo nos interesa la situación en la frontera, es decir $h \rightarrow 0$, el término asociado al flujo en la [Ecuación 3.1](#) será cero, ya que esta magnitud es dependiente del área transversal asociada al contorno. Entonces de la [Ecuación 3.1](#) se tiene que

$$\oint \vec{E} \cdot d\vec{l} = 0. \quad (3.3)$$

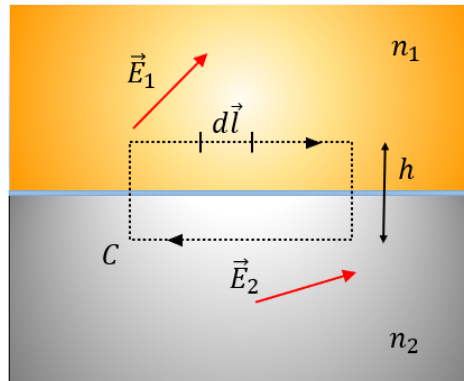


Figura 3.2: Campo eléctrico \vec{E} en un contorno C que pasa por los dos medios de una interfaz compuesta de un medio n_2 y otro n_1 donde se aplica la Ley de Faraday-Lenz en la frontera.

Por otra parte, al observar la [Figura 3.2](#), se aprecia que cuando h tiende a 0, las contribuciones transversales del campo también tienden a cero, dejando únicamente las contribuciones paralelas a la interfaz. Dado que estas están en direcciones opuestas, sus magnitudes deberán tener signos opuestos en la integral de camino. Entonces la solución a [Ecuación 3.3](#) es

$$E_{\parallel 1} = E_{\parallel 2}, \quad (3.4)$$

donde $E_{\parallel 1}$ es la componente paralela al interfaz del campo eléctrico en el medio n_1 y $E_{\parallel 2}$ es la componente paralela del campo eléctrico en el medio n_2 .

Esto significa que las componentes paralelas al interfaz del campo son continuas en la frontera [1, 18]. Cuando se traduce esta condición a un campo que incide, se refleja y se transmite en una interfaz, dado que \vec{E}_1 es el campo neto en el primer medio, que corresponde al campo incidente y reflejado y \vec{E}_2 describe el campo en el segundo medio, es decir, al campo transmitido, la Ecuación 3.4 puede reescribirse como

$$E_i + E_r = E_t, \quad (3.5)$$

donde E_i, E_r, E_t son las componentes paralelas al interfaz del campo eléctrico incidente, reflejado y transmitido respectivamente [1].

Por otra parte, de la Ley de Ampère (Ecuación 3.2), dado que no hay cargas libres en un dieléctrico, el término con \vec{J} será cero, similar al caso anterior, se puede escribir como

$$\frac{1}{\mu_0} \oint \vec{B} \cdot d\vec{l} = \epsilon_0 \frac{d\Phi_E}{dl}. \quad (3.6)$$

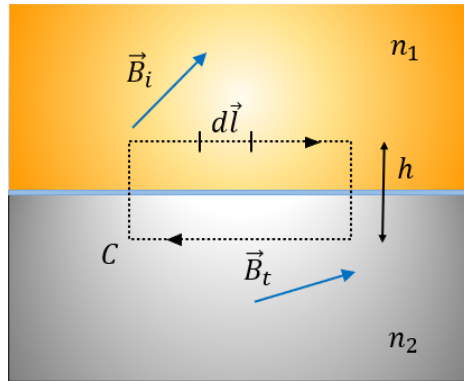


Figura 3.3: Campo magnético en un contorno C que pasa por los dos medios de una interfaz compuesta de un medio n_2 y otro n_1 donde se aplica la Ley de Ampère en la frontera.

Aplicando la Ecuación 3.2 en un contorno C , como en la Figura 3.3 y análogo al caso anterior, la integral se puede expresar como

$$\frac{B_{\parallel 1} l}{\mu_1} - \frac{B_{\parallel 2} l}{\mu_2} = \epsilon_0 \frac{d\Phi_E}{dl} \quad (3.7)$$

donde μ_1 y μ_2 son las permeabilidad magnética asociadas a cada medio y l la longitud del contorno.

Nuevamente, ya que solo estamos analizando la frontera, podemos hacer que $h \rightarrow 0$, por lo que no habrá flujo a través de la superficie y la integración se puede igualar a cero. Como consideramos medios dieléctricos $\mu_1 \approx \mu_2$. Así, la [Ecuación 3.7](#) se reduce a

$$B_{\parallel 1} = B_{\parallel 2}. \quad (3.8)$$

Entonces, para la condición de frontera de esta ecuación tenemos que la componente paralela o tangencial del campo \vec{B} es continua en la frontera o en una reflexión con transmisión

$$B_i + B_r = B_t, \quad (3.9)$$

donde B_i, B_r, B_t son las componentes del campo magnético paralelas a la interfaz del campo magnético incidente, reflejado y transmitido respectivamente.

3.2. Las ecuaciones de Fresnel

Las condiciones de frontera nos permiten encontrar las ecuaciones de Fresnel, que describen las razones de las amplitudes de cada componente del campo eléctrico reflejado e incidente, así como las del campo eléctrico transmitido e incidente.

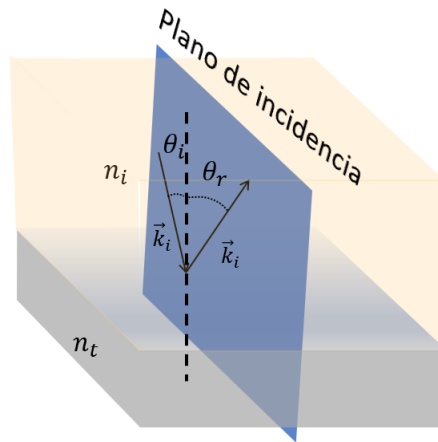


Figura 3.4: Plano de incidencia definido a través del vector de propagación de la onda incidente y el vector de propagación de la onda reflejada.

Para llevar a cabo este análisis, se estudiarán los casos donde el campo eléctrico es perpendicular al plano de incidencia y cuando es paralelo a éste. El plano de incidencia es el plano generado por el vector de propagación de la onda incidente \vec{k}_i y el vector de propagación del vector reflejado \vec{k}_r , como se ve en la [Figura 3.4](#).

3.2.1. \vec{E} perpendicular al plano de incidencia

Supongamos una onda electromagnética, cuyo campo eléctrico es perpendicular al plano de incidencia, tiene un vector de propagación \vec{k}_i e incide en una interfaz con un ángulo θ_i . La onda se refleja con un vector de propagación \vec{k}_r , que también forma un ángulo θ_r . Finalmente, se transmite con un vector de propagación \vec{k}_t y un ángulo θ_t , tal como se muestra en la [Figura 3.5](#). Al usar la [Ecuación 3.8](#) en esta situación se obtiene

$$-B_i \cos \theta_i + B_r \cos \theta_r = -B_t \cos \theta_t. \quad (3.10)$$

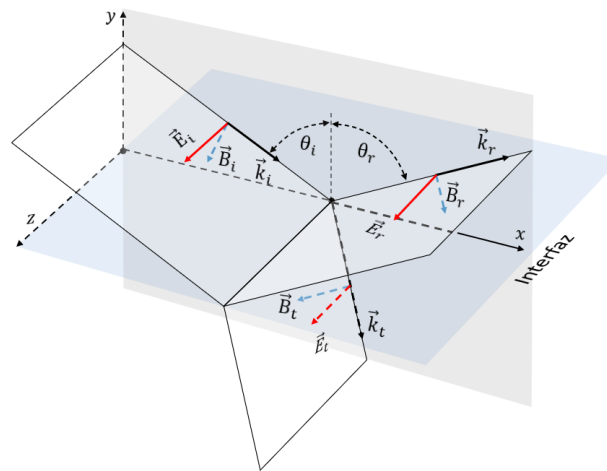


Figura 3.5: Una onda electromagnética incidente en un interfaz cuyo campo eléctrico \vec{E}_i es normal al plano de incidencia, mientras que, su campo magnético \vec{B}_i es paralelo al plano de incidencia.

Los signos en la [Ecuación 3.10](#) se deben a las direcciones de las componentes tangenciales, los cuales pueden apreciarse en la [Figura 3.6](#) para \vec{B}_i . El método es completamente análogo para \vec{B}_r y \vec{B}_t .

La ventaja de trabajar con componentes es que el problema se puede abordar como si fueran magnitudes escalares, lo que lo convierte en un problema unidimensional. Recordando que la magnitud del campo eléctrico está relacionada con la del campo magnético por $E = vB$, donde $v = c/n$ y sabiendo que $n_i = n_r$, según la Ley de la Reflexión, podemos reescribir la [Ecuación 3.10](#) como

$$-n_i E_i \cos \theta_i + n_i E_r \cos \theta_r = -n_t E_t \cos \theta_t. \quad (3.11)$$

Sustituyendo E_i , E_r y E_t con la solución a la ecuación de onda dada por la [Ecuación 2.5](#), observamos que el término del coseno es el mismo en la frontera [1]. De esta manera, podemos reescribir la [Ecuación 3.11](#) únicamente en términos de las amplitudes de los campos, el índice de refracción y el ángulo de incidencia

$$-n_i E_{0i} \cos \theta_i + n_i E_{0r} \cos \theta_r = -n_t E_{0t} \cos \theta_t. \quad (3.12)$$

Combinado esta expresión con la condición a la frontera del campo eléctrico ([Ecuación 3.5](#)), encontramos los coeficientes de amplitud asociados a las componentes del campo eléctrico perpendicular al plano de incidencia denotados por el subíndice \perp

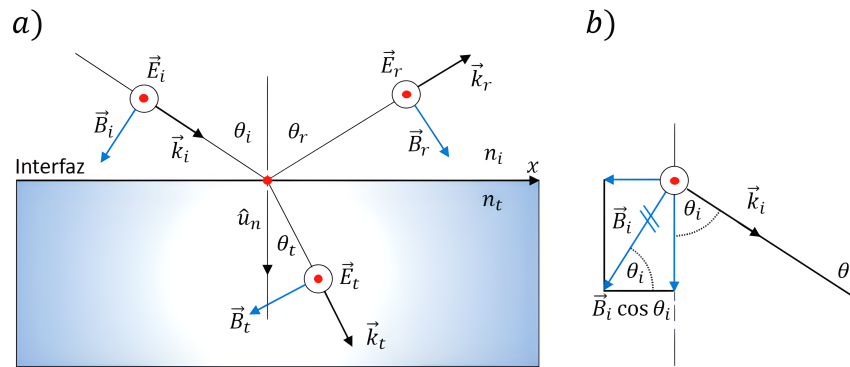


Figura 3.6: a) Representación bidimensional del plano de incidencia con los vectores asociados de la [Figura 3.5](#). b) Descomposición del vector \vec{B}_i .

$$r_{\perp} = \left(\frac{E_{0r}}{E_{0i}} \right)_{\perp} = \frac{n_i \cos \theta_i - n_t \cos \theta_t}{n_i \cos \theta_i + n_t \cos \theta_t} \quad (3.13)$$

y

$$t_{\perp} = \left(\frac{E_{0t}}{E_{0i}} \right)_{\perp} = \frac{2n_i \cos \theta_i}{n_i \cos \theta_i + n_t \cos \theta_t}. \quad (3.14)$$

3.2.2. \vec{E} paralelo al plano de incidencia

Para realizar el análisis de este caso partiremos la [Figura 3.7](#). Se utilizará en esta ocasión la condición de la componente tangencial de campo eléctrico dada por [Ecuación 3.5](#). Utilizando la [Figura 3.8](#), para obtener los signos correspondientes. De esta manera se tiene que

$$E_{0i} \cos \theta_i - E_{0r} \cos \theta_r = E_{0t} \cos \theta_t. \quad (3.15)$$

Análogamente al caso perpendicular, la condición a la frontera del campo magnético exige que

$$n_i E_{0i} + n_i E_{0r} = n_t E_{0t}. \quad (3.16)$$

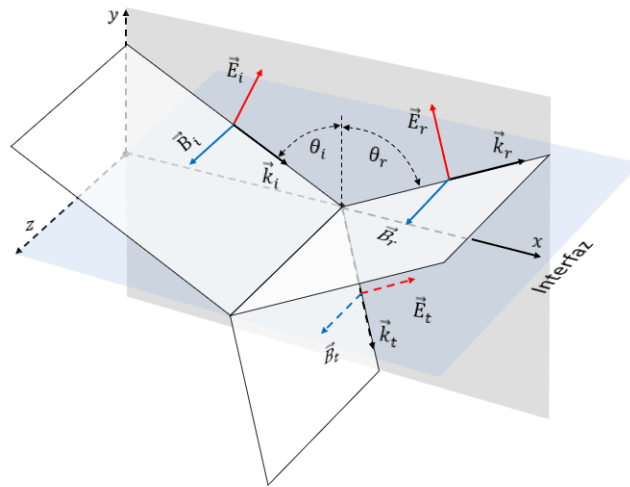


Figura 3.7: Una onda entrante cuyo campo es paralelo al plano de incidencia. Los campos que se muestran son los de la interfaz; se han desplazado al origen por simplicidad.

Sustituyendo la [Ecuación 3.16](#) en la [Ecuación 3.15](#) y considerando nuevamente la Ley de Reflexión, se encuentran las ecuaciones de Fresnel con \vec{E} paralelo al plano de incidencia denotadas por el subíndice \parallel

$$r_{\parallel} = \left(\frac{E_{0r}}{E_{0i}} \right)_{\parallel} = \frac{n_t \cos \theta_i - n_i \cos \theta_t}{n_i \cos \theta_t + n_t \cos \theta_i} \quad (3.17)$$

y

$$t_{\parallel} = \left(\frac{E_{0t}}{E_{0i}} \right)_{\parallel} = \frac{2n_i \cos \theta_i}{n_i \cos \theta_t + n_t \cos \theta_i}. \quad (3.18)$$

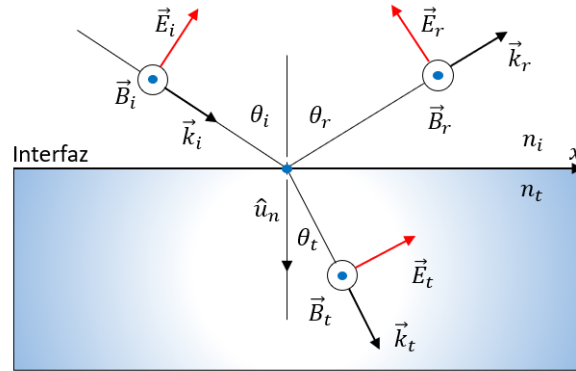


Figura 3.8: Representación bidimensional del plano de incidencia con los vectores asociados de la Figura 3.7.

3.2.3. Análisis de las ecuaciones de Fresnel

Las ecuaciones 3.13, 3.14, 3.17 y 3.18 son la forma más común de escribir los coeficientes de Fresnel [1], sin embargo, usando la Ley de Snell y las identidades pitagóricas estas pueden ser escritas únicamente en función del ángulo de incidencia [3]

$$r_{\perp} = \frac{\cos \theta_i - \sqrt{n^2 - \sin^2 \theta_i}}{\cos \theta_i + \sqrt{n^2 - \sin^2 \theta_i}}, \quad (3.19)$$

$$t_{\perp} = \frac{2 \cos \theta_i}{\cos \theta_i + \sqrt{n^2 - \sin^2 \theta_i}}, \quad (3.20)$$

$$r_{\parallel} = \frac{n^2 \cos \theta_i - \sqrt{n^2 - \sin^2 \theta_i}}{n^2 \cos \theta_i + \sqrt{n^2 - \sin^2 \theta_i}}, \quad (3.21)$$

y

$$t_{\parallel} = \frac{2 \cos \theta_i}{n^2 \cos \theta_i + \sqrt{n^2 - \sin^2 \theta_i}}, \quad (3.22)$$

donde n es el índice de refracción relativo de la forma

$$n = \frac{n_t}{n_i} \quad (3.23)$$

Estas ecuaciones son exactamente iguales tanto en el caso de la reflexión externa, donde $n_t > n_i$, como en el de la reflexión interna, donde $n_i > n_t$. Debido a que el valor del índice de refracción relativo es distinto en ambos escenarios, se emplea n_{ti} para referirse al índice de refracción relativo en la reflexión externa y n_{it} en la reflexión interna. En la [Figura 3.9](#), se presentan los coeficientes de Fresnel en una interfaz aire-vidrio en función del ángulo de incidencia, donde $n_{ti} = 1,5$. Similarmente, la figura [Figura 3.10](#) muestra los coeficientes de Fresnel cuando $n_{it} = 1/1,5$

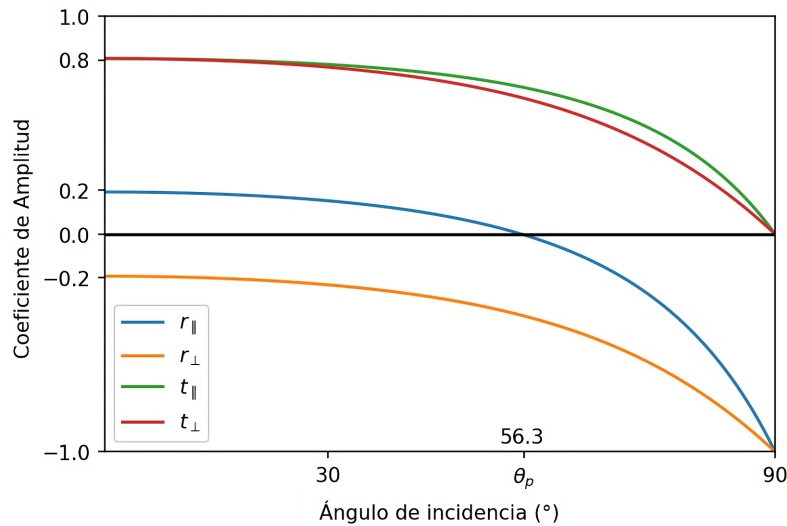


Figura 3.9: Los coeficientes de amplitud de reflexión y transmisión como una función del ángulo de incidencia. Estos corresponden a la reflexión externa $n_t > n_i$ en una interfaz aire-vidrio ($n_{ti} = 1,5$).

De las ecuaciones [3.19](#) y [3.17](#) se puede ver que

$$[r_{\parallel}]_{\theta_i=0} = -[r_{\perp}]_{\theta_i=0} = \frac{n_i - n_t}{n_i + n_t}. \quad (3.24)$$

Esta expresión es válida para aproximar ángulos de incidencia cercanos a 0. En el caso de la interfaz aire-vidrio, como en la [Figura 3.9](#) y la [Figura 3.10](#), se ve que

este valor es de 0.2 o -0.2 independientemente de cual sea el primer medio en el que pase.

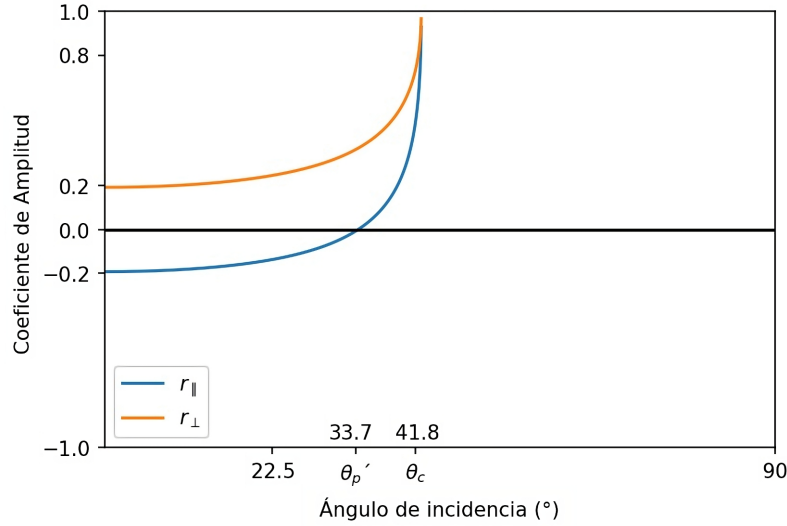


Figura 3.10: Los coeficientes de amplitud de reflexión y transmisión como una función del ángulo de incidencia. Estos corresponden a la reflexión interna $n_t < n_i$ en una interfaz aire-vidrio ($n_{ti} = 1/1,5$).

El signo que relaciona los coeficientes de reflexión perpendicular y paralelos en la Ecuación 3.24 tiene un significado de gran importancia que será abordado posteriormente. Cuando hay reflexión externa ($n_t > n_i$), la Ley de Snell indica que $\theta_i > \theta_t$, lo que implica que todo valor de r_{\perp} será negativo, como se ve en la Figura 3.9. También se puede apreciar en la misma figura que para r_{\parallel} existe un ángulo de incidencia θ_p donde este coeficiente de reflexión es cero. Matemáticamente a partir de Ecuación 3.21 implica que

$$n^2 \cos \theta_p = \sqrt{n^2 - \sin^2 \theta_p}. \quad (3.25)$$

Elevando ambos lados al cuadrado se obtiene que

$$n^4 \cos^2 \theta_p - n^2 \cos^2 \theta_p - n^2 \sin^2 \theta_p + \sin^2 \theta_p = 0. \quad (3.26)$$

Factorizando,

$$(n^2 - 1)(n^2 \cos^2 \theta_p - \sin^2 \theta_p) = 0. \quad (3.27)$$

Finalmente, se obtiene la ecuación del ángulo de polarización

$$\theta_p = \arctan(n). \quad (3.28)$$

Como su nombre establece, este ángulo provoca la desaparición de una componente del campo reflejado, generando así una polarización de una única componente [1].

Tomando el índice de refracción relativo del interfaz aire-vidrio, $n_{ti} = 1,5$, el valor del ángulo de polarización es de 56.3° . A partir de este ángulo el coeficiente de reflexión paralelo toma valores negativos. Para finalizar el análisis de la reflexión externa, se puede ver que de las Ecuaciones 3.13 y 3.18.

$$t_{\parallel} + (-r_{\perp}) = 1, \quad (3.29)$$

esta relación es válida para todo θ_i .

Ahora para la reflexión interna ($n_i > n_t$), como en la Figura 3.10, hay observaciones igual de interesantes. Primero se puede ver que $r_{\perp} > 0$ para todo ángulo de incidencia, mientras que r_{\parallel} tiene una raíz en un ángulo de polarización de $\theta'_p = 33,7^\circ$ para la interfaz vidrio-aire. También de la Figura 3.10 se aprecia que existe un ángulo θ_c donde r_{\perp} y r_{\parallel} alcanzan el valor máximo de 1, es decir, las amplitudes de ambas componentes son completamente reflejadas. Ya que de acuerdo a las ecuaciones 3.13 y 3.17, implicaría que las amplitudes incidentes y reflejadas son exactamente iguales, por lo tanto no existe transmisión pasado θ_c . A este ángulo se le conoce como ángulo crítico y es tal que $\theta_t = \pi/2$ [1]. Utilizando la ley de Snell se encuentra una expresión del ángulo crítico de manera que

$$\theta_c = \arcsin n_{ti}. \quad (3.30)$$

En el caso del interfaz aire-vidrio $\theta_c = 41.8^\circ$.

3.3. Cambio de fase

Anteriormente, se mencionó la importancia del signo del coeficiente de reflexión, ya que estos están asociados a las direcciones relativas de los campos como se ve en la Figura 3.11. Puesto que r_{\perp} siempre es negativo cuando $n_t > n_i$, de acuerdo a la Ecuación 3.13 sabemos que

$$-E_{0i\perp} r_{\perp} = E_{0r\perp} \implies E_{0i\perp} e^{i\pi} |r_{\perp}| = E_{0r\perp}. \quad (3.31)$$

Así, la componente perpendicular del campo eléctrico, para la reflexión externa, siempre recibe un cambio de fase de π o bien una inversión durante la reflexión como se ve en la [Figura 3.11](#). Bajo el mismo argumento, r_{\parallel} para los valores posteriores al ángulo de polarización también recibe una inversión. Por otro lado, los coeficientes transmisión son siempre positivos, como se ve en la [Figura 3.9](#), por lo que no generan cambios en la fase.

Para la reflexión interna, no existe cambio de fase para la componente perpendicular al plano de incidencia cuando $\theta_i < \theta_c$. Sin embargo, r_{\parallel} sí recibe un cambio de fase de π cuando $\theta_i < \theta'_p$. En el caso que la incidencia sea mayor al ángulo crítico, de la [Ecuación 3.19](#) se puede apreciar que ambos coeficientes de reflexión son números complejos. Para r_{\perp} se tiene que

$$r_{\perp} = \frac{\cos \theta_i - i\sqrt{\sin^2 \theta_i - n^2}}{\cos \theta_i + i\sqrt{\sin^2 \theta_i - n^2}}. \quad (3.32)$$

Notemos que el coeficiente complejo tiene la forma

$$z = \frac{a - ib}{a + ib} = \frac{e^{-i\alpha}}{e^{i\alpha}} = e^{-2i\alpha} \implies \tan \alpha = \frac{b}{a}. \quad (3.33)$$

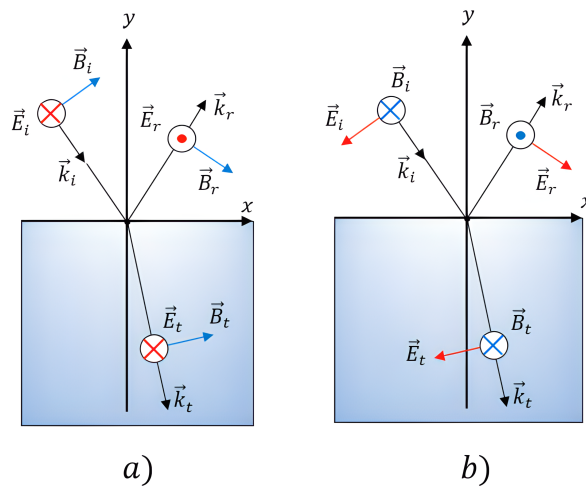


Figura 3.11: a) Orientación de los campos cuando \vec{E}_i y \vec{E}_r perpendiculares al plano de incidencia. b) Orientación del campo cuando \vec{E}_i y \vec{E}_r son paralelos al plano de incidencia.

Como el cambio de fase asociado esta dado por $\phi = 2\alpha$, se obtiene que

$$\tan \frac{\phi_{\perp}}{2} = \frac{\sqrt{\sin^2 \theta_i - n^2}}{\cos \theta_i}. \quad (3.34)$$

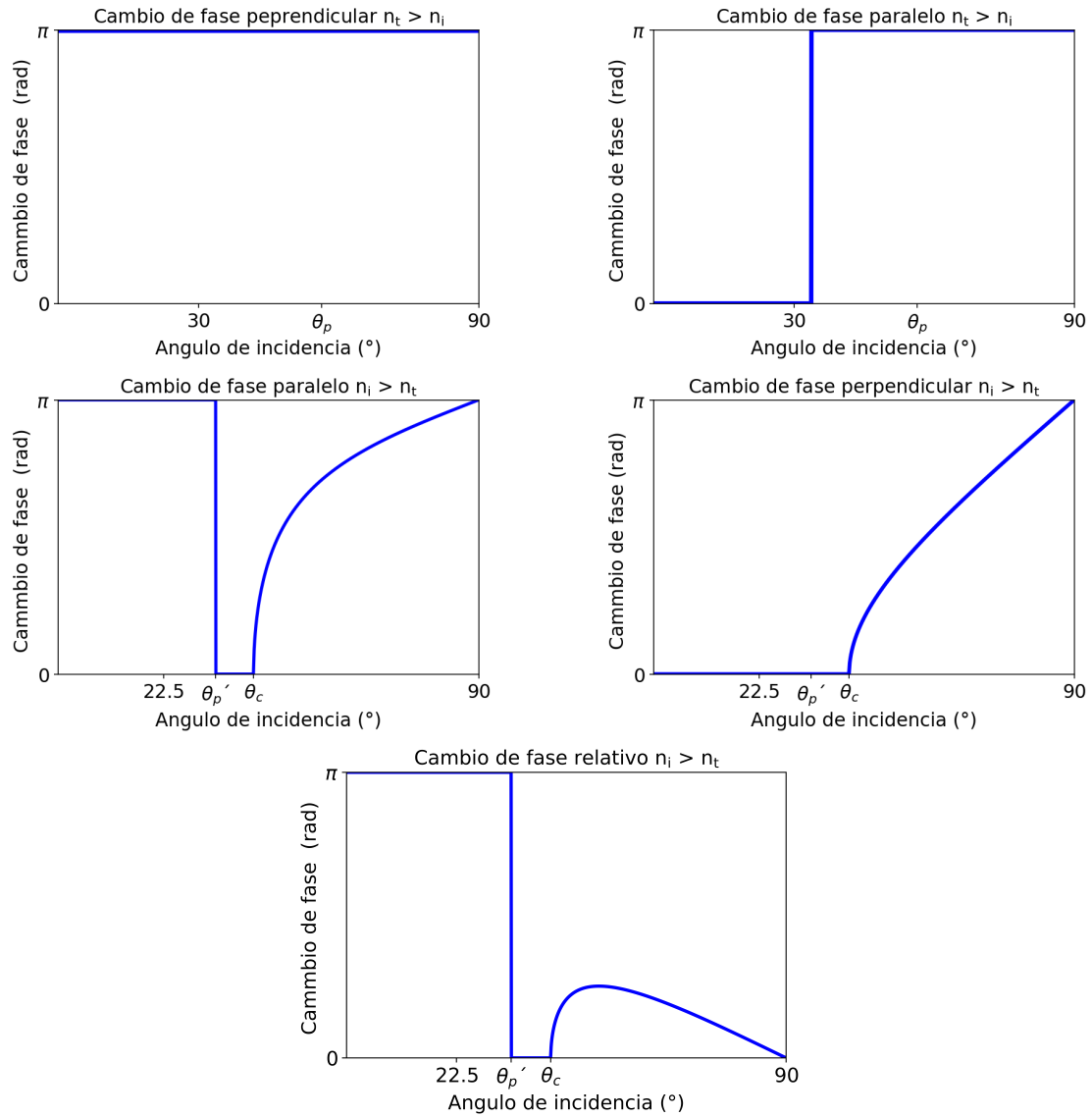


Figura 3.12: Cambios de fase en reflexión externa e interna para cada componente para un interfaz aire-vidrio con $n_i = 1$ y $n_t = 1,5$ como función del ángulo de incidencia.

Finalmente,

$$\phi_{\perp} = 2 \arctan \frac{\sqrt{\sin^2 \theta_i - n^2}}{\cos \theta_i}. \quad (3.35)$$

Análogamente, se encuentra la expresión del cambio de fase de la componente paralela

$$\phi_{\parallel} = 2 \arctan \frac{\sqrt{\sin^2 \theta_i - n^2}}{n^2 \cos \theta_i}. \quad (3.36)$$

En la [Figura 3.12](#), se encuentra un resumen de estos resultados para el caso de una interfaz aire-vidrio. En esta, se observa que el cambio de fase relativo es la resta de ambas componentes. Podemos interpretar este cambio de fase como el parámetro δ de la [Ecuación 2.13](#), donde asignaremos la noción de “perpendicular” a la componente en y y “paralelo” a la componente en x .

Si la luz incidente tiene una polarización lineal, entonces para todos los puntos antes de θ_c , la polarización resultante seguirá siendo lineal, ya que el cambio de fase será de π o 0 , que es la condición para obtener la [Ecuación 2.16](#). A ángulos posteriores al crítico, el estado de polarización resultante variará según lo descrito en la [Ecuación 2.13](#).

Capítulo 4

Experimento

En este capítulo se discutirá el experimento utilizado para medir la razón de los coeficientes de Fresnel para reflexión externa e interna. Para ello, se describirá el campo eléctrico resultante de un haz incidente linealmente polarizado a 45° y reflejado en un dieléctrico en términos de los coeficientes de Fresnel. Como se vio en el Capítulo anterior, el cambio de fase debido a una reflexión en un dieléctrico solo puede resultar en una polarización lineal si la incidente también lo es, ya que el cambio de fase solo puede ser 0 o π . Aprovecharemos este principio para encontrar una función de la razón de los coeficientes de Fresnel dependiente del ángulo de inclinación de la polarización resultante y la mediremos experimentalmente para la reflexión externa e interna a diferentes ángulos de incidencia. También mediremos la diferencia de fase analizando el signo de la razón de los coeficientes y discutiremos los resultados.

4.1. Razón de los coeficientes de Fresnel en la reflexión externa de un dieléctrico

Para la medición de la razón de los coeficientes de Fresnel en un dieléctrico, se hará incidir un haz con polarización lineal a 45° en un prisma de acrílico. Entonces, el campo eléctrico incidente, de acuerdo con las Ecuaciones 2.7 y 2.8, puede ser escrito como

$$\vec{E}_i(z, t) = E_0 \cos(\tau)\hat{x} + E_0 \cos(\tau)\hat{y}. \quad (4.1)$$

Al ser reflejado, el campo resultante será

$$\vec{E}_r(z, t) = r_{\parallel} E_0 \cos(\tau) \hat{x} + r_{\perp} E_0 \cos(\tau) \hat{y}. \quad (4.2)$$

En el caso de una reflexión externa en un dieléctrico, como se muestra en la [Figura 3.9](#), los coeficientes de Fresnel son magnitudes reales. Por lo tanto, la polarización resultante también es real para un ángulo de incidencia dentro del intervalo $[0, \pi/2]$. Sabiendo que la polarización después de la reflexión es lineal, podemos utilizar la [Ecuación 2.17](#) para ver que

$$\frac{r_{\perp}}{r_{\parallel}} = \tan(\alpha) \implies \frac{r_{\parallel}}{r_{\perp}} = \frac{1}{\tan(\alpha)}. \quad (4.3)$$

De esta manera, manteniendo un ángulo de polarización fijo de 45° , podemos variar el ángulo de incidencia para encontrar la razón de los coeficientes de Fresnel midiendo únicamente el ángulo de inclinación de la polarización lineal resultante de la reflexión.

4.2. Arreglo experimental

Para la medición de la razón de los coeficientes de Fresnel, se utilizó el arreglo descrito en la [Figura 4.1](#). Se colocó un láser de la marca Melles Griot de 30 mW de potencia con una longitud de onda máxima de 632.8 nm y fue posicionado de tal manera que emitiera luz con polarización vertical respecto a la mesa óptica.

Posteriormente, se posicionó un retardador de media onda con el eje rápido calibrado a un ángulo β , de tal manera que la luz transmitida por este sea luz lineal a 45° . Esto se consigue colocando un divisor de haz polarizador después del retardador, se varía β hasta obtener luz reflejada y transmitida con la misma intensidad. Después, se colocó el dieléctrico donde ocurrirá la reflexión en una base rotatoria graduada a pasos de 2° .

Finalmente, se hizo un arreglo de un polarizador lineal y un potenciómetro de Thorlabs modelo PM100D enfrente del haz reflejado por el dieléctrico. La medición del ángulo de inclinación se realiza al maximizar la intensidad medida por el potenciómetro y registrando el valor del ángulo ϕ del polarizador donde ocurre, ya que como se destacó en el [Capítulo 2](#), su eje de transmisión estaría alineado completamente con la inclinación de la luz lineal que pasa a través de él.

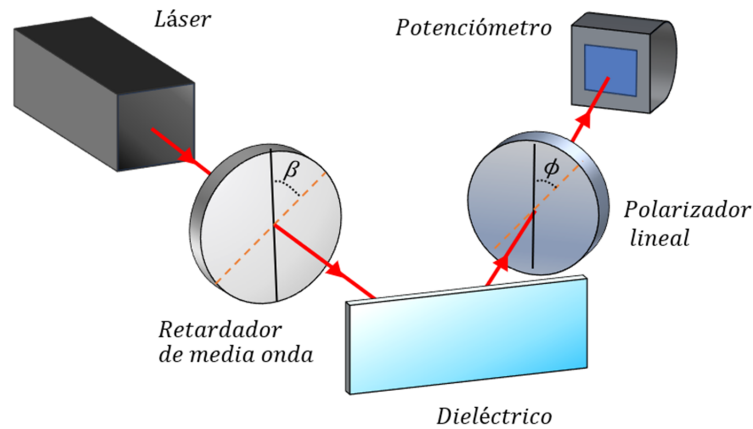


Figura 4.1: Arreglo experimental compuesto por un láser rojo que incide en un retardador de media onda cuyo eje rápido se encuentra en un ángulo β para generar una polarización lineal a 45° . Posteriormente, se refleja en un dieléctrico en dirección al polarizador cuyo eje de transmisión se gira hasta encontrar un ángulo ϕ donde el potenciómetro registra un máximo de intensidad.

4.3. Resultados experimentales de la reflexión externa

Para cada ángulo de incidencia se repitió el proceso descrito en la sección anterior. La medición se realizó en pasos de 6° para el ángulo de incidencia. Registrando su valor, midiendo el ángulo de inclinación y utilizando la Ecuación 4.3 se reprodujo la Figura 4.2, donde el error experimental es descrito por la Ecuación 4.4.

$$\Delta \left(\frac{r_{\parallel}}{r_{\perp}} \right) = -\csc \alpha \cdot \Delta \alpha. \quad (4.4)$$

Como se puede ver en la Figura 4.2, los resultados experimentales son cercanos a la curva teórica. En el ángulo de polarización la irradiancia media fue menor a todas las otras mediciones obteniendo una raíz de la función como se aprecia en la Figura 3.9.

El error del primer punto de la medición se debe a las dificultades de alineamiento en un espacio tan reducido entre la base que contenía el potenciómetro y el polarizador con el retardador. De manera similar, los ángulos cercanos a 90° se desviaron más de los valores teóricos debido a la cercanía que existía con el borde

la mesa óptica la cual impedía tomar una medición precisa.

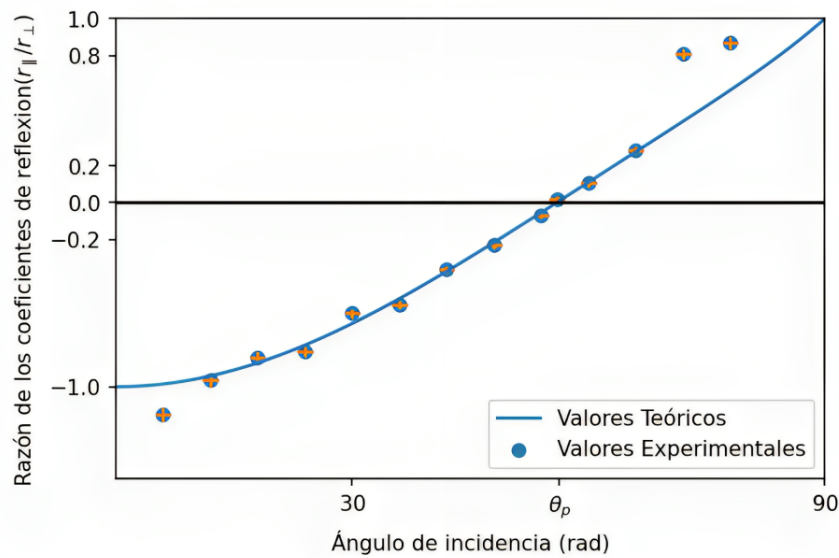


Figura 4.2: Medición experimental de la razón de los coeficientes de Fresnel en una reflexión externa, a través del ángulo de polarización y comparados con el valor teórico.

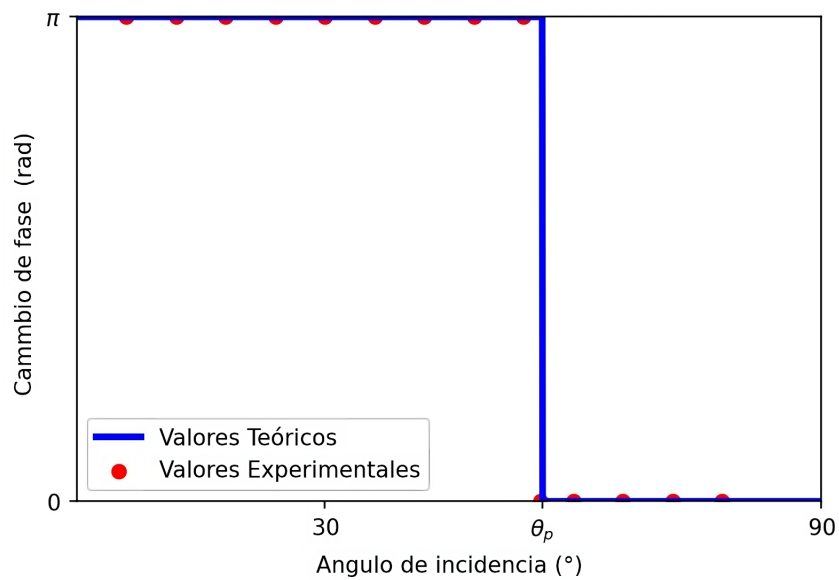


Figura 4.3: Cambio de fase relativo en la reflexión externa generada experimentalmente asignando a cada medición negativa π y a las positivas 0.

Los cambios de fase asociados son congruentes con la teoría en este caso, ya que el ángulo de polarización experimental (el mínimo de intensidad) fue de $(56 \pm 1)^\circ$, que coincide con el valor encontrado en la literatura [1]

Las limitaciones del método están en el prerrequisito que la luz incidente sea lineal a 45° para utilizar la Ecuación 4.3 y los pasos en los que se toma la medición.

4.4. Razón de los coeficientes de Fresnel en la reflexión interna de un dieléctrico

Para medir la razón de los coeficientes de Fresnel bajo reflexión interna, emplearemos el mismo arreglo que se muestra en la Figura 4.1. Sin embargo, en esta configuración, ajustaremos la posición del polarizador y el potenciómetro de manera que reciban el haz reflejado dentro del dieléctrico y transmitido hacia el exterior, como se ilustra en la Figura 4.4. Como resultado, el campo recibido por el potenciómetro adoptará la forma

$$\begin{aligned} \vec{E}_r(z, t) = & t_{\parallel}(\theta_i, n_{ti})r_{\parallel}(\theta'_i, n_{it})t_{\parallel}(\theta''_i, n_{ti})E_0 \cos(\tau)\hat{x} \\ & + t_{\perp}(\theta_i, n_{ti})r_{\perp}(\theta'_i, n_{it})t_{\perp}(\theta''_i, n_{ti})E_0 \cos(\tau)\hat{y}. \end{aligned} \quad (4.5)$$

Una vez más, haciendo uso de la Ecuación 2.17, podemos calcular el ángulo de inclinación de la polarización resultante de la manera que

$$\tan \alpha = \frac{t_{\perp}(\theta_i, n_{ti})r_{\perp}(\theta'_i, n_{it})t_{\perp}(\theta''_i, n_{ti})}{t_{\parallel}(\theta_i, n_{ti})r_{\parallel}(\theta'_i, n_{it})t_{\parallel}(\theta''_i, n_{ti})}. \quad (4.6)$$

Debido a la geometría del dieléctrico, podemos afirmar que $\theta''_i = \theta'_i$. Sustituyendo, despejando y simplificando términos, obtenemos la ecuación

$$\frac{r_{\parallel}(\theta'_i, n_{it})}{r_{\perp}(\theta'_i, n_{it})} = \frac{t_{\perp}(\theta_i, n_{ti})t_{\perp}(\theta''_i, n_{ti})}{t_{\parallel}(\theta_i, n_{ti})t_{\parallel}(\theta''_i, n_{ti})} \frac{1}{\tan \alpha}. \quad (4.7)$$

De esta manera, hemos obtenido una relación de los coeficientes de reflexión en función del ángulo de inclinación. Los coeficientes de transmisión se calculan utilizando las ecuaciones 3.14 y 3.18, mientras que θ''_i se obtiene a través de la Ley de Snell.

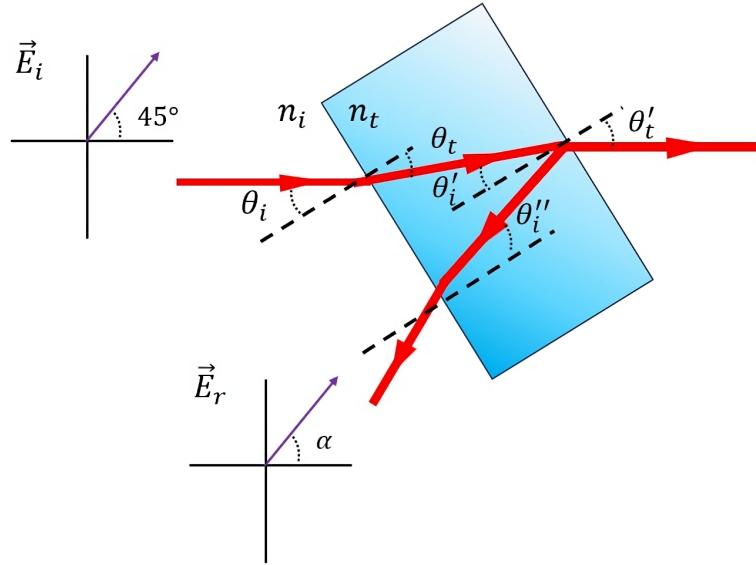


Figura 4.4: Un campo \vec{E}_i con polarización lineal a 45° incide en un dieléctrico de índice de refracción n_t . Este es transmitido a través de la primera interfaz con un ángulo θ_t . Luego, incide en la segunda interfaz con un ángulo θ'_i y es reflejado de nuevo hacia la primera interfaz, donde incide a un ángulo θ''_i . Finalmente, es transmitido como \vec{E}_r con polarización lineal y un ángulo de inclinación α .

4.5. Resultados experimentales de la reflexión interna

A pesar de que el procedimiento es similar, debemos tener en cuenta que la medición cambia a partir del ángulo crítico. Esto se debe a que, como se muestra en la Figura 3.10, la función diverge y se vuelve compleja a medida que nos acercamos al ángulo crítico. Por lo tanto, se redujo la cantidad de puntos para reproducir la Figura 4.5 con un error experimental dado por

$$\Delta \left(\frac{r_{\parallel}(\theta'_i, n_{it})}{r_{\perp}(\theta'_i, n_{it})} \right) = - \frac{t_{\perp}(\theta_i, n_{ti}) t_{\perp}(\theta''_i, n_{ti})}{t_{\parallel}(\theta_i, n_{ti}) t_{\parallel}(\theta''_i, n_{ti})} \csc \alpha \cdot \Delta \alpha. \quad (4.8)$$

La Figura 4.5 presenta resultados cercanos a la literatura. El ángulo crítico medido fue de $(41 \pm 1)^\circ$, mientras que el teórico es de 42° . Por otro lado, el ángulo

de polarización teórico es de 33.7° , mientras que el ángulo medido en el mínimo de energía media fue en el $(33 \pm 1)^\circ$.

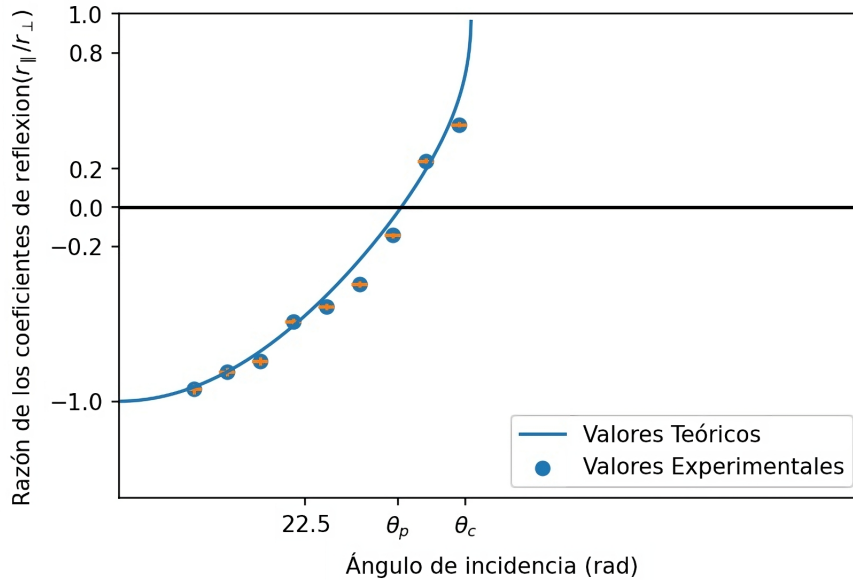


Figura 4.5: Medición experimental de la razón de los coeficientes de Fresnel a través del ángulo de polarización comparado con el valor teórico.

El método tiene las mismas limitaciones que la reflexión externa y los mismos beneficios. A diferencia de la reflexión externa este presenta dificultad en la pérdida de intensidad durante la reflexiones y transmisiones. Lo cual supone un reto en la detección del haz correcto para la medición. De igual manera al reducir la intensidad, el maximizar manualmente es mas sensible lo cual dificulta la medición.

La geometría del dieléctrico juega un papel importante para evitar reflexiones que compliquen el análisis. Un prisma rectangular o trapezoidal presentan las ventajas geométricas presentadas en la [Figura 4.4](#), para aplicar una Ley de Snell y medir el ángulo de incidencia interno sin necesidad de hacer una medición directa.

Ahora, para el cambio de fase hacemos el mismo procedimiento que en la reflexión externa, utilizando la [Figura 3.12](#) pero utilizando las gráficas asociadas a la reflexión interna para así generar la [Figura 4.6](#)

Los cambios de fase concuerdan con la teoría, pues los cambios de signos implican los cambios de fase correspondientes en la literatura.

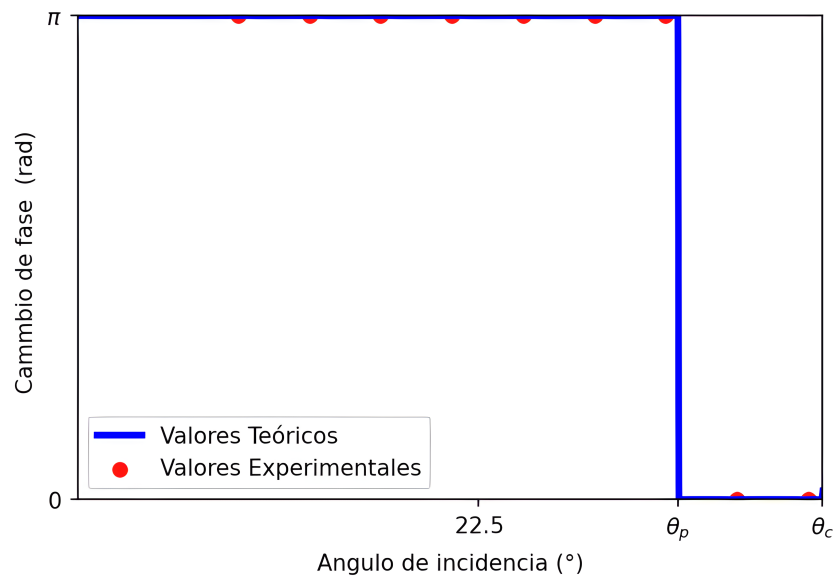


Figura 4.6: Cambio de fase relativo en la reflexión interna generada experimentalmente asignando a cada medición negativa π y a las positivas 0.

Capítulo 5

Conclusiones y Trabajo a Futuro

Se lograron caracterizar exitosamente los cambios de fase resultantes en un caso particular donde el campo incidente tenía una polarización a 45° y fue reflejado en un dieléctrico. El método utilizado demostró ser eficaz con errores del orden de 10^{-2} en ambos casos. Sin embargo, este método requiere que la polarización incidente sea lineal a 45° para eliminar los términos de amplitud al sacar la razón de los coeficientes de Fresnel. Además, para el caso de la reflexión interna, está limitado a los cambios de fase producidos por incidencias menores al ángulo crítico. Es decir, esta metodología no permite caracterizar cambios de fase en la reflexión total interna, ya que requiere el análisis de luz linealmente polarizada y la reflexión total interna refleja luz elípticamente polarizada

El arreglo experimental empleado sienta las bases para una serie de estudios que buscan caracterizar los cambios de fase en diferentes contextos. En el caso de la reflexión total interna, esta produce estados de polarización distintos a la lineal, lo que implica la generación de cambios de fase diferentes a π . Para investigar este fenómeno, se puede utilizar el mismo arreglo experimental si se incorpora un retardador de cuarto de onda antes del polarizador. Esta adición permite obtener al final una polarización lineal y establecer una relación entre este ángulo y el cambio de fase.

Sin embargo, para generar la reflexión total interna, la geometría del dieléctrico desempeña un papel crucial para obtener los puntos necesarios sin generar una guía de onda que obstaculice la recopilación de datos.

De igual manera si se desea caracterizar un material conductor, el arreglo pre-

sentado es un buen punto de partida para estudiar este caso. Ya que un metal tiene un índice de refracción complejo, los coeficientes de Fresnel generados en la reflexión también lo serán. Por lo tanto, las polarizaciones producidas no serán lineales y la metodología deberá adaptarse.

Finalmente, el trabajo a futuro es estudiar los casos anteriormente mencionados adaptando la metodología experimental como el análisis empleado, con el fin de caracterizar los estados de polarización resultantes en términos de los parámetros de la polarización elíptica.

Apéndice A

Deducción de la ortogonalidad del campo eléctrico y magnético.

Supongamos que una onda electromagnética plana se propaga en el vacío sin carga como en la [Figura 2.2](#). En esta situación, las ecuaciones de Maxwell se expresan como

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{E} = 0, \quad (\text{A.1})$$

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{B} = 0, \quad (\text{A.2})$$

$$\vec{\nabla} \times \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}, \quad (\text{A.3})$$

y

$$\vec{\nabla} \times \vec{B} = \epsilon_0 \mu_0 \frac{\partial \vec{E}}{\partial t}, \quad (\text{A.4})$$

donde \vec{E} es el campo eléctrico, \vec{B} es el campo magnético, μ_0 es la permeabilidad magnética en el vacío y ϵ_0 es la permitividad eléctrica en el vacío.

Debido a que en este modelo el campo eléctrico depende únicamente de z , la [Ecuación A.1](#) se puede expresar como

$$\frac{\partial E_z}{\partial z} = 0, \quad (\text{A.5})$$

donde E_z es la componente en z del campo eléctrico. Esta ecuación implica que $E_z = 0$, ya que de lo contrario no sería una onda viajera en esta dirección. De igual manera, a partir de la [Ecuación A.2](#), se deduce que $B_z = 0$. Por lo tanto, se concluye que los campos deben ser perpendiculares a la dirección de propagación.

Si suponemos que el campo eléctrico oscila únicamente en la componente x , entonces de la [Ecuación A.3](#) se aprecia que

$$\frac{\partial E_x}{\partial z} = -\frac{\partial B_y}{\partial t}, \quad (\text{A.6})$$

donde E_x representa la componente en x del campo eléctrico, y B_y es la componente en y del campo magnético. La [Ecuación A.6](#) implica que la única componente del campo magnético que depende del tiempo es B_y ; por lo tanto, podemos concluir que $B_x = 0$. Así, se demuestra que las componentes del campo eléctrico y magnético son perpendiculares entre sí.

Apéndice B

Deducción de la ecuación de onda del campo eléctrico y magnético.

Utilizando el mismo modelo del Apéndice A., aplicamos el rotacional a las ecuaciones A.3 y A.4 obteniendo

$$\vec{\nabla} \times (\vec{\nabla} \times \vec{E}) = \vec{\nabla}(\vec{\nabla} \cdot \vec{E}) - \nabla^2 \vec{E} = \vec{\nabla} \times \left(-\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}\right) \quad (\text{B.1})$$

y

$$\vec{\nabla} \times (\vec{\nabla} \times \vec{B}) = \vec{\nabla}(\vec{\nabla} \cdot \vec{B}) - \nabla^2 \vec{B} = \vec{\nabla} \times \left(\mu_0 \epsilon_0 \frac{\partial \vec{E}}{\partial t}\right). \quad (\text{B.2})$$

Sustituyendo estas expresiones con las ecuaciones A.1 y A.2, se reducen a

$$\nabla^2 \vec{E} = \vec{\nabla} \times \left(\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}\right) = \frac{\partial}{\partial t}(\vec{\nabla} \times \vec{B}) \quad (\text{B.3})$$

y

$$\nabla^2 \vec{B} = \vec{\nabla} \times \left(\mu_0 \epsilon_0 \frac{\partial \vec{E}}{\partial t}\right) = \frac{\partial}{\partial t}(\vec{\nabla} \times \vec{E}). \quad (\text{B.4})$$

Finalmente, sustituyendo con las ecuaciones A.3 y A.4, se encuentran las ecuaciones de onda para el campo eléctrico y magnético

$$\nabla^2 \vec{E} = \mu_0 \epsilon_0 \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2} \quad (\text{B.5})$$

y

$$\nabla^2 \vec{B} = \mu_0 \epsilon_0 \frac{\partial^2 \vec{B}}{\partial t^2}. \quad (\text{B.6})$$

Bibliografía

- [1] Eugene Hecht. *Optics, 5e*. Pearson Education India, 2002.
- [2] Fatima Taleb, Goretti G Hernandez-Cardoso, Enrique Castro-Camus, and Martin Koch. Transmission, reflection and scattering characterisation of building materials for indoor thz communications. *IEEE Transactions on Terahertz Science and Technology*, 2023.
- [3] Ertan Salik. Quantitative investigation of fresnel reflection coefficients by polarimetry. *American Journal of Physics*, 80(3):216–224, 2012.
- [4] Yoshiharu Shinnaka, Hideyo Kawakita, Hitomi Kobayashi, Reiko Furusho, and Jun-ichi Watanabe. Optical imaging polarimetry of comet 21p/giacobini-zinner during its 2018 apparition. *The Planetary Science Journal*, 4(7):125, 2023.
- [5] D. Goldstein and D.H. Goldstein. *Polarized Light, Revised and Expanded*. Optical engineering. CRC Press, 2003.
- [6] David J Griffiths. *Introduction to electrodynamics*. American Association of Physics Teachers, 2005.
- [7] Fresnel coefficients of quartz glass using a linearly polarized diode laser. *Optical Materials*, 142:114010, 2023.
- [8] Anna Petrova-Mayor and Scott Gimbal. Advanced lab on fresnel equations. *American Journal of Physics*, 83(11):935–941, 2015.

-
- [9] Kate M. Medicus, Marcus Chaney, Jr. John E. Brodziak, and Angela Davies. Interferometric measurement of phase change on reflection. *Appl. Opt.*, 46(11):2027–2035, Apr 2007.
- [10] Min-Cheol Park and Seung-Woo Kim. Compensation of phase change on reflection in white-light interferometry for step height measurement. *Opt. Lett.*, 26(7):420–422, Apr 2001.
- [11] H.G. Tompkins and E.A. Irene. *Handbook of Ellipsometry*. William Andrew, New York., 2005.
- [12] AJ Batista-Leyva and AR Batista-Tomás. Phase changes of light on reflection from a dielectric. *Revista Cubana de Física*, 32(1):33–36, 2015.
- [13] R. M. A Azzam and N. M Bashara. *Ellipsometry and polarized light*. North-Holland Pub. Co., 1977.
- [14] Jonghan Jin and Joonyoung Lee. Thin-film thickness measurement based on spectral reflectometer using artificial neural network algorithm. In *Optical Measurement Systems for Industrial Inspection XIII*, volume 12618, pages 17–22. SPIE, 2023.
- [15] Kuo-Yung Hung and Jung-Chiang Liao. The application of fresnel equations and anti-reflection technology to improve inclined exposure interface reflection and develop a key component needed for blu-ray dvd–micro-mirrors. *Journal of Micromechanics and Microengineering*, 18(7):075022, 2008.
- [16] Zhi-Mei Qi, Itaru Honma, and Haoshen Zhou. Nanoporous leaky waveguide based chemical and biological sensors with broadband spectroscopy. *Applied physics letters*, 90(1), 2007.
- [17] P.G. Huray. *Maxwell's Equations*. IEEE Press. Wiley, 2009.
- [18] Max Born and Emil Wolf. *Principles of optics: electromagnetic theory of propagation, interference and diffraction of light*. Elsevier, 2013.