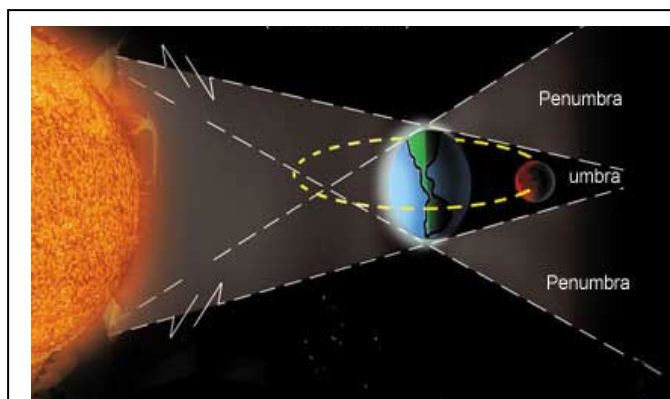


## Capítulo 2

Antecedentes.

### 2.1 Eclipse Lunar

El pasado 08 de Noviembre de 2003, se observó uno de los eventos astronómicos más importantes del año, un Eclipse Lunar. Este fenómeno sucede cuando la Tierra se interpone entre el Sol y la Luna, proyectando su sombra en nuestro satélite natural, como se muestra en la figura 2.1.



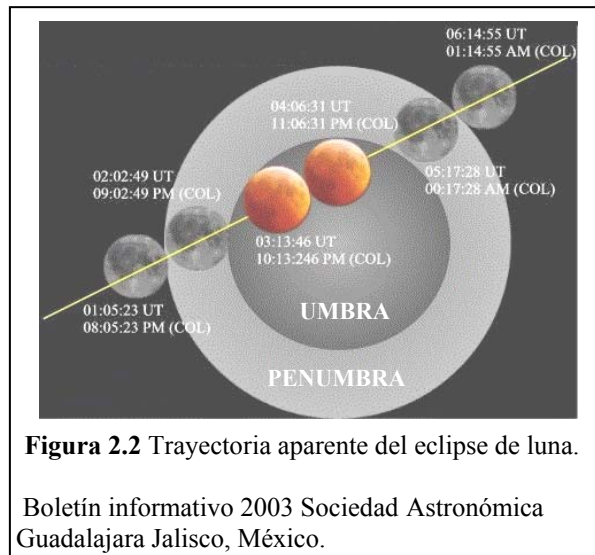
**Figura 2.1** Diagrama de eclipse total de luna.

Boletín informativo 2003 Sociedad Astronómica  
Guadalajara Jalisco, México.

*Esta sombra proyectada está compuesta por dos partes en forma de conos uno dentro del otro. El cono externo (penumbra) es la zona donde sólo una porción de los rayos del*

sol son bloqueados, el cono interno, (umbra), es la región que carece de cualquier luz directa del sol.<sup>2</sup>

Anteriormente esta forma de sombra proyectada, permitía a los científicos calcular entre otras cosas el tamaño de la luna, y la distancia a la tierra. Utilizando a la luna como pantalla de proyección lograron determinar el tiempo que tarda esta en cruzar la sombra de la tierra, y así calcular su tamaño, posteriormente determinar la distancia mediante el tiempo que tarda la sombra en proyectar las zonas de umbra y penumbra, como se muestra en la figura 2.2

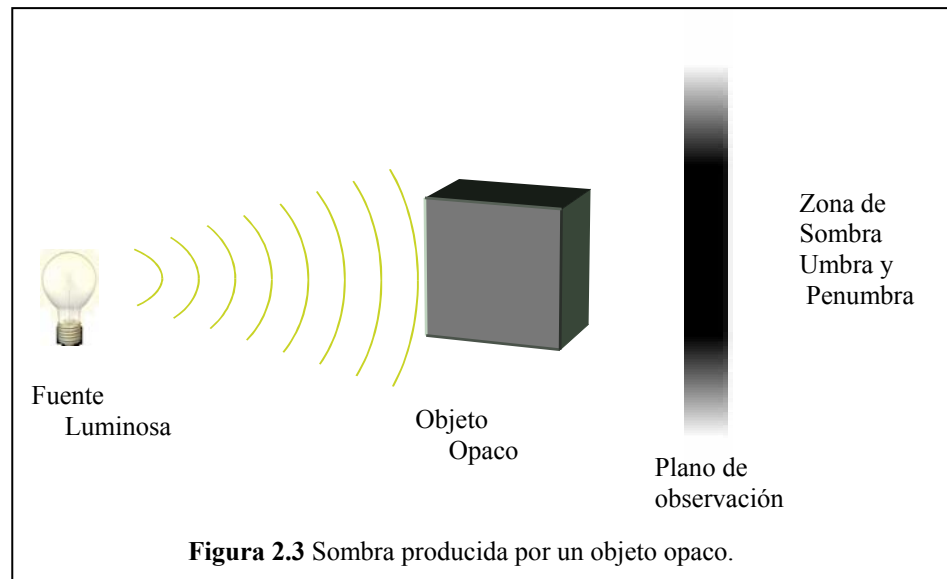


Al observar las zonas de umbra y penumbra, se sospecha que tal vez sea posible desarrollar un sistema capaz de determinar la distancia de un objeto hacia un punto determinado, analizando la penumbra que él mismo proyecta, análogo al efecto producido por la sombra de la tierra sobre la luna durante un eclipse lunar.

<sup>2</sup> Boletín Informativo, Noviembre 2003, "Sociedad Astronómica Guadalajara Jalisco". México.

## 2.2 Definición de penumbra.

Frecuentemente observamos como los objetos al ser iluminados por una fuente, producen su sombra en determinado plano de observación. Esta sombra contiene una zona intermedia entre la parte completamente oscura, y la zona brillante, llamada **penumbra**. Esta zona es creada debido a la superposición entre las zonas brillantes y las oscuras, como se muestra en la figura 2.3, en donde se observa que la zona de penumbra exhibe una distribución gradual de la intensidad luminosa, la cual varía según la forma y tamaño del objeto, así como también por su distancia al plano de observación.



Esta propiedad que se observa en la penumbra, presente tanto en un eclipse lunar como en las sombras comunes, motiva a realizar un estudio detallado del fenómeno a fin de encontrar alguna relación cuantitativa que nos permita proponer un sistema capaz de calcular la distancia de un objeto a determinado plano de observación, empleando simplemente la sombra que éste produce.

### 2.3 Modelo cuántico u ondulatorio.

El tratar de modelar matemáticamente el comportamiento de la penumbra, implica hacer un análisis de la propagación del haz luminoso mediante el modelo cuántico o el modelo ondulatorio.

Mediante los experimentos realizados por Young en 1803, sabemos que la luz se comporta como una onda, y mediante las ecuaciones de Maxwell podemos considerar a la luz como una onda electromagnética propagándose en el aire. Este análisis por necesidad es complejo y escapa del alcance de la tesis. Sin embargo, también sabemos que la luz se comporta como partícula, gracias a la teoría que formuló Newton en 1704, y a la teoría de Einstein en 1905 que describe a un haz luminoso como una corriente de partículas que llamó fotones, carentes de masa pero dotados de una energía.

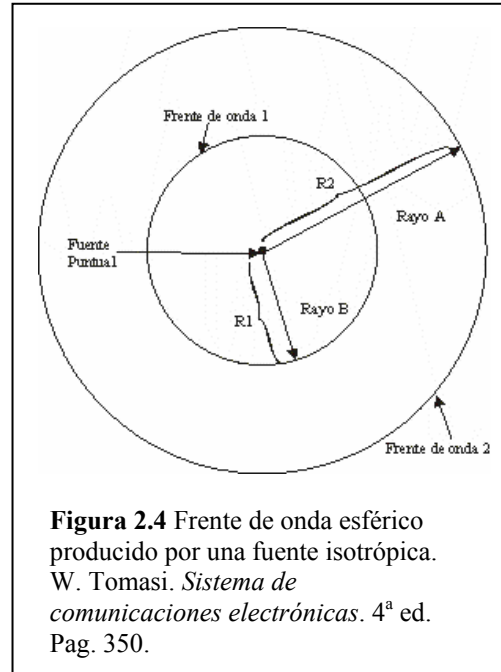
El tratar de analizar el comportamiento de la penumbra mediante los modelos teóricos descritos, resultaría por demás complicado y muy extenso, sin embargo a fin de simplificar el análisis podemos suponer a la luz como la propagación de rayos de luz provenientes de una fuente emisora, y modelar el comportamiento del haz luminoso mediante la óptica geométrica, en la que todas las deducciones se hacen basándose en razonamientos geométricos, es decir, se aplica el análisis teórico mediante el trazo geométrico de rayos.

### 2.4 Propagación de la luz en línea recta.

*“La idea fundamental sobre la que se construye la óptica geométrica es la de que los rayos de luz viajan en línea recta y la demostración más evidente de que viaja en línea recta son las sombras”<sup>3</sup>.*

---

<sup>3</sup> José Villasuso Gato, Ph.D IES MONELOS (La Coruña- España)



Atendiendo a la teoría de Maxwell, sabemos que la luz se comporta como una onda electromagnética, y si esa onda es producida por una fuente puntual que irradia potencia a una tasa constante y uniformemente en todas direcciones (radiador isotrópico), se produce un frente de onda esférico cuyo radio es  $R$ . Todos los puntos que están a la distancia  $R$  de la fuente, están en la superficie de una esfera, y tienen igual densidad de potencia, como se muestra en la figura 2.4.

La ecuación 2.1 expresa la densidad de potencia en cualquier punto de la superficie de un frente de onda esférico:

$$\mathcal{P} = \frac{P_{rad}}{4\pi R^2} \quad (2.1)$$

En donde  $P_{rad}$  representa la potencia que radia la fuente, y  $R$  es el radio de la esfera.

Como se puede observar en la figura 2.3, la fuente irradia un frente de onda esférico cuya propagación puede ser descrita mediante una línea recta, trazada a lo largo de la dirección de propagación de la onda electromagnética, conocida como **rayo**. Mediante este concepto

podemos ilustrar los efectos de la propagación de ondas electromagnéticas a través del espacio libre.

#### 2.4.1 Ley del cuadrado inverso.

Mediante la ecuación 2.1 se deduce que mientras más grande es el radio de la esfera  $R$ , la densidad de potencia se reduce en proporción inversa a la distancia de la fuente elevada al cuadrado, por lo tanto se dice que “la densidad de potencia es inversamente proporcional al cuadrado de la distancia de la fuente. A esta relación se le conoce *como ley del cuadrado inverso*.”

Esta reducción se produce cuando las ondas se propagan por el espacio libre, se dispersan y resulta una reducción en la densidad de potencia llamada atenuación.

#### 2.5 Difracción de borde.

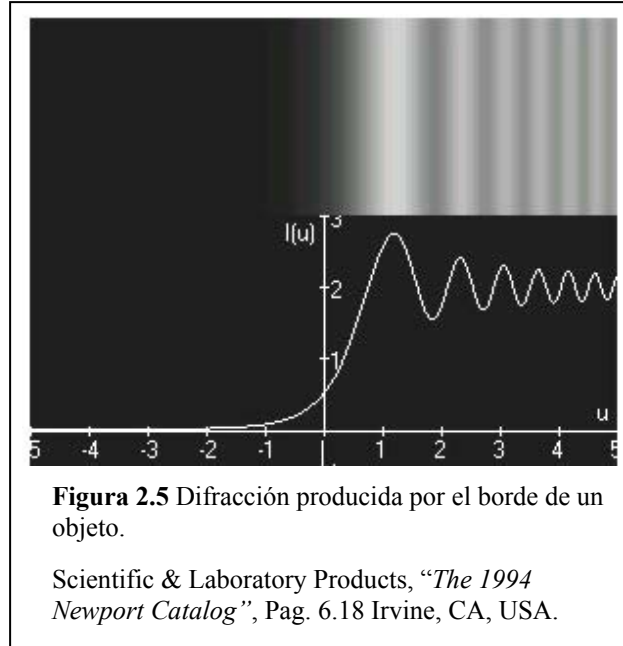
Otro fenómeno que se presenta cuando las ondas luminosas son obstruidas por un objeto opaco se conoce como difracción.

Este fenómeno se produce cuando un haz luminoso se “dobla” al encontrarse con un obstáculo, es decir, la luz es desviada de su camino produciendo la difracción, como se ilustra en la figura 2.5.

Este fenómeno se observa cerca de la zona de penumbra, y evidentemente afecta los resultados. Sin embargo, mediante el principio de Huygens<sup>4</sup> sabemos que la difracción de borde será mas notable cuando las dimensiones del obstáculo sean de tamaño comparable a una longitud de onda de la fuente luminosa, por lo tanto si consideramos el espectro de luz

---

<sup>4</sup> Hecht-Zajac. Óptica. Editorial Addison-Wesley Iberoamericana (1986)



visible, el cual se encuentra dentro de un intervalo de frecuencias de 0.3 PHz a 3 PHz, entonces mediante la relación entre frecuencias, velocidad y longitud de onda, sabemos que:

$$\text{Longitud de onda} = \frac{\text{velocidad}}{\text{frecuencia}} \quad (2.2)$$

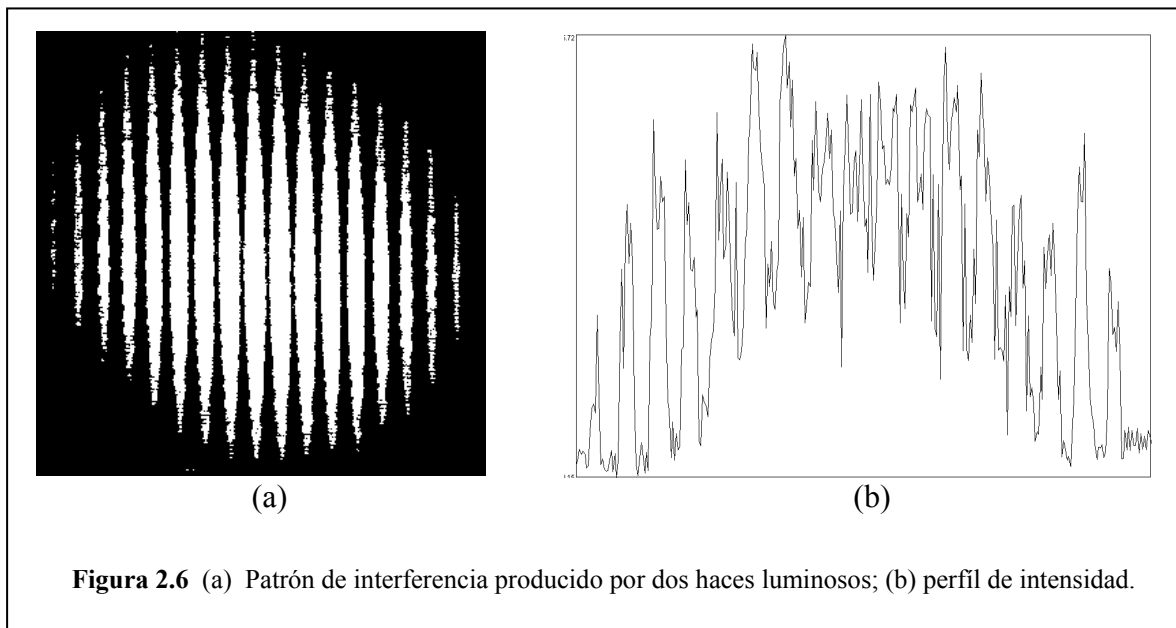
y si consideramos que el haz luminoso se propaga en el espacio libre, donde la velocidad de propagación de la luz es:  $3 \times 10^8$  m/s, y sustituyendo en la ecuación 2.2 tenemos que:

$$\lambda = \frac{c}{f} = \frac{3 \times 10^8 \text{ m/s}}{0.3 \times 10^{15} \text{ MHz}} = 1 \times 10^{-6} \text{ m} \quad (2.3)$$

de la ecuación 2.3 concluimos que para que la difracción de borde no sea tan significativa, el obstáculo debe ser mayor que 1 micra, consecuentemente si los objetos analizados están en el orden de los milímetros, la difracción de borde se puede despreciar.

## 2.6 Interferencia.

Este fenómeno se presenta cuando se combinan dos o más ondas electromagnéticas y ocupan el mismo punto del espacio en forma simultánea. Al ocurrir esto, las ondas se superponen y la intensidad total va a ser la suma de las ondas superpuestas en un mismo punto. Sin embargo esta suma no sólo es de magnitud, sino más bien es una suma fasorial. Consecuentemente según los ángulos de fase, puede existir una suma o una resta, ocasionando que las dos ondas se refuercen o se anulen, como se ilustra en la figura 2.6:



Las condiciones necesarias para que se presente el fenómeno de interferencia es que las dos fuentes emisoras emitan a la misma frecuencia, y que el recorrido de la onda sea un múltiplo entero par de la mitad de la longitud de onda, si no ocurre así, entonces se produce un reforzamiento o anulación parcial.



## 2.7 Imagen Digital.

Uno de los procesos más importantes para poder analizar en forma cuantitativa la penumbra proyectada por un objeto es la digitalización de la imagen. Es decir, si la sombra proyectada, junto con sus zonas de umbra y penumbra son capturadas mediante algún dispositivo electrónico, como una cámara digital, esta imagen puede ser analizada mediante procesos de cómputo, gracias a que la imagen real se convierte en una imagen digital, la cual puede ser definida por una función bidimensional, de la intensidad de luz reflejada o emitida por un área en el terreno (pixel), en forma  $I(x,y)$ , donde los valores de  $I$  representan, en cada coordenada espacial  $(x,y)$ , la intensidad de la imagen en ese pixel. Esa intensidad es representada por un valor entero, no negativo y finito, denominado nivel de gris. *A cada punto observado por la cámara, corresponde un área mínima denominada pixel (picture element), y para el cual son registrados valores digitales relacionados a la intensidad de energía reflejada en intervalos (bandas) bien definidos del espectro electromagnético.*<sup>5</sup>

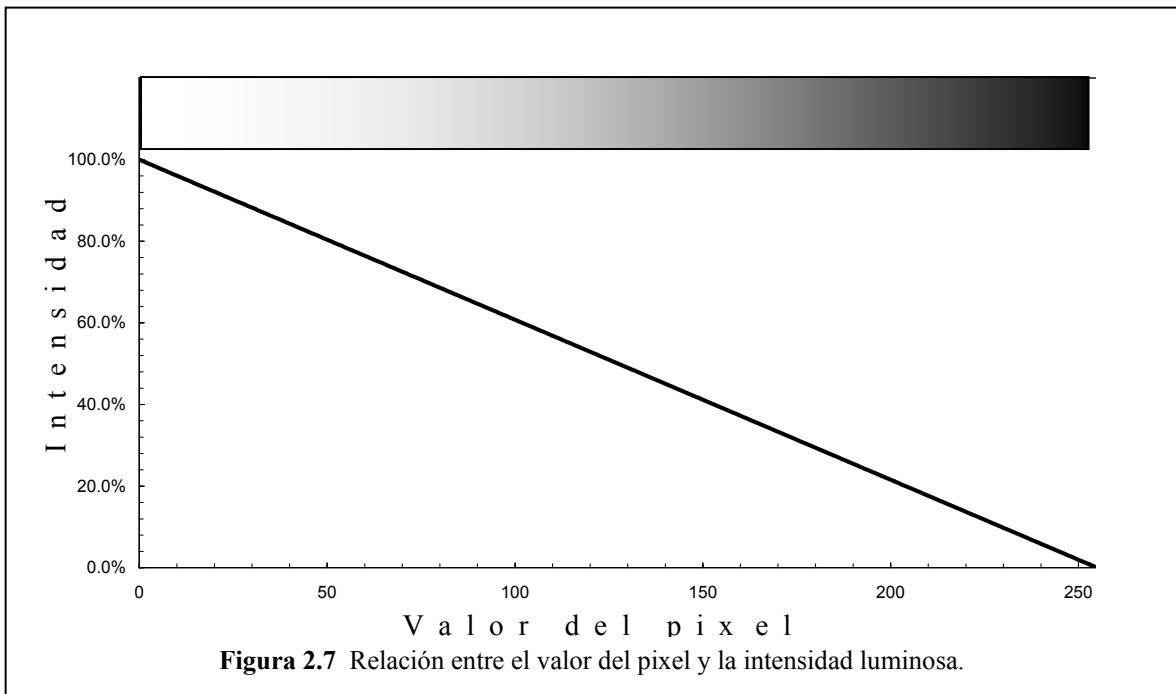
Del párrafo anterior concluimos que si la imagen de la penumbra la forma un arreglo bidimensional de varios pixeles, entonces la imagen de la penumbra puede ser representada por una matriz de datos, como se describe en la ecuación 2.4:

$$I(x, y) = \begin{bmatrix} I_{x_1,y_1} & I_{x_1,y_2} & \cdots & I_{x_1,y_n} \\ I_{x_2,y_1} & \ddots & I_{x_2,y_{n-1}} & I_{x_2,y_n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ I_{x_n,y_1} & I_{x_n,y_2} & \cdots & I_{x_n,y_n} \end{bmatrix} \quad (2.4)$$

---

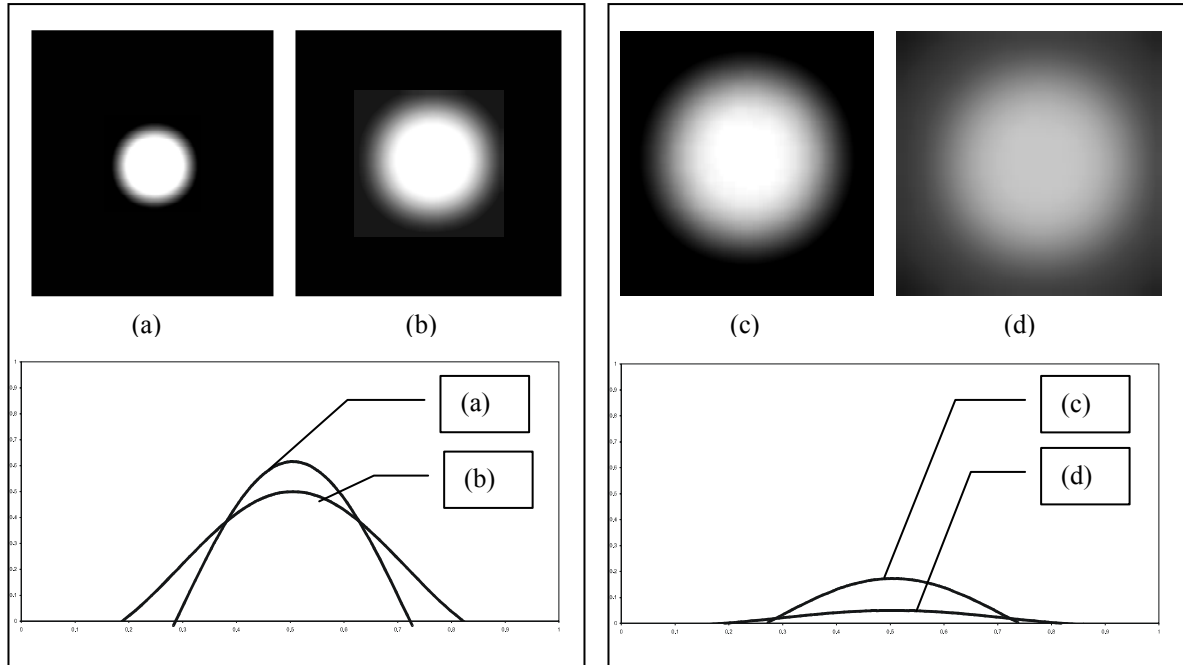
<sup>5</sup> Manual User CCD 2004  
Santa Barbara Instrument Group Santa Barbara, CA.

en donde los renglones y columnas definen las coordenadas espaciales del "pixel", y el valor de los elementos de la matriz representan la intensidad luminosa detectada por la cámara y asignada al pixel en ese punto, estableciéndole un valor dentro de una escala de 256 tonos de gris, como se muestra en la figura 2.7, en la cual el 0 representa la máxima intensidad detectada, o un tono blanco, y el 255 representa la mínima intensidad detectada, o un tono negro.



### 2.7.1 Perfil de Intensidad.

La manera en la que se distribuye la energía luminosa en un área, se determina mediante el *Perfil de Intensidad Luminosa*. El cual toma el valor del pixel en un punto, o el promedio de varios pixeles a lo largo del área, y grafica posición de pixel vs intensidad luminosa (como se ilustra en la figura 2.8.), a fin de mostrar la dispersión de la energía en relación a el área iluminada.



**Figura 2.8** (a) Perfil de intensidad del plano de observación a distancia  $L$  de la fuente; (b) Perfil de intensidad del plano de observación a distancia  $2L$  de la fuente; (c) Perfil de intensidad del plano de observación a distancia  $4L$  de la fuente; (d) Perfil de intensidad del plano de observación a distancia  $6L$  de la fuente.

Como se puede observar en la figura 2.8, en a) la distribución de intensidad luminosa se concentra más cuando la distancia entre la fuente y el plano de detección es cercana, así mismo se observa en d) que la intensidad luminosa se distribuye casi uniformemente cuando la distancia entre la fuente y el plano de detección es más lejana.