

Capítulo 3. Alternativas del modelo original

El modelo de contorno activo que se trató en el capítulo 2 se propuso en 1987 por Kass [11], sin embargo éste sufre de considerables desventajas que se han encontrado en el transcurso del tiempo [3, 4, 5, 25]. Algunas desventajas del modelo corresponden a debilidades de la solución de la ecuación diferencial 2.41 debido al método de gradiente descendente que intuye una aproximación cercana al objeto que se desea ubicar. También existe la posibilidad de que en el proceso iterativo que establece la ecuación 2.52, un punto de control sobrepase el contorno deseado y no pueda retomar su camino hacia el objeto en el peor de los casos. Temas de eficiencia también son cuestionados, así como la decisión de la elección de los parámetros que le quitan generalidad al modelo.

Este capítulo explicará las ventajas y desventajas de las propuestas que actualmente se citan con más regularidad por los científicos que son expertos en el área, llevando una secuencia cronológica en su presentación para tener al final de este capítulo otras alternativas para su aplicación según sus ventajas y desventajas.

3.1 El modelo de contorno activo con fuerza externa de “globo”

En 1991 Laurent D. Cohen [5] propone un anexo a la fuerza \mathbf{f}_i^{t-1} , que en este capítulo se manejará como $\mathbf{F}_{externa}^{(g)}$ sin perder generalidad en las definiciones. Nótese que se le ha agregado un nuevo superíndice a la fuerza externa g que significa “general”. Recuérdese del capítulo 2 que la fuerza externa $\mathbf{F}_{externa}^{(p)}$ representa una fuerza externa particular la cual se considera constante. En este modelo se propone $\mathbf{F}_{externa}^{(g)}$ para representar una fuerza más general que se subdivide en dos tipos: Estática y dinámica. La estática es igual a la fuerza particular $\mathbf{F}_{externa}^{(p)}$, es decir que no varía. La dinámica por otro lado varía mientras el modelo se va ajustando. Este nuevo tipo de fuerza vale la pena aclarar que se ajusta al análisis a pesar de que su campo no es constante.

La propuesta de Cohen surge por la incapacidad del modelo original de Kass [11] de superar dificultades por el hecho de tener un modelo que se desenvuelve en un ambiente discreto. Esto se puede observar en la ecuación 2.52, que sugiere que en el tiempo $t - 1$, cuando la fuerza $\gamma \mathbf{f}_i^{t-1}$ tiene efecto, se tengan las siguientes dificultades:

Tiempo discreto. Si $\gamma \mathbf{f}_i^{t-1}$ es muy grande, entonces la curva \mathbf{v}_i^t en el tiempo t podría avanzar más allá del mínimo que se desea encontrar (por ejemplo bordes)¹. Lo que podría suceder sería que en el tiempo que le corresponda a la fuerza $\gamma \mathbf{F}_{externa}^{(g)}$ actuar nuevamente, el punto de control \mathbf{v}_i en este tiempo trate de encontrar el mínimo local o

¹ Recuérdese que \mathbf{f}_i^{t-1} apuntará en la dirección de máxima variación, en este caso de los mínimos encontrados en los bordes de las imágenes ó puntos de fuerza externa, según la definición del *funcional* de energía.

en el peor de los casos no lo encuentre y sólo influya en éste la correspondiente fuerza interna $\mathbf{F}_{interna}$ (ecuación 2.42 b)). Lo anterior se observa en la figura 3.1 en donde se muestra una imagen de escala de grises de 64x64 píxeles realizando un aumento. En la figura izquierda se lleva un historial de 10 iteraciones del modelo original asignando $\gamma = 20$ y la figura derecha muestra los vectores de velocidad correspondientes a las fuerzas externas. Los puntos de control ubicados por el usuario se muestran en azul. El resultado de las primeras 5 iteraciones se muestra en rojo y de las siguientes 5 en verde. Obsérvese que la curva en color rojo alcanza a encontrar el borde negro en algunos puntos, en otros simplemente lo pasa, sin embargo la curva de color verde provoca una oscilación que ocasiona este aspecto negativo de *discretizar en tiempo*.

Una solución sería elegir la constante γ lo suficientemente pequeña para que no sucedan oscilaciones, sin embargo el elegir γ con un valor muy pequeño ocasiona un efecto de lento avance que tampoco es deseado en el modelo. Este caso es analizado en la figura 3.2 pero en esta ocasión para un valor de $\gamma = .1$. En éste no se produce oscilación, sin embargo la curva avanza mucho más lento. En la figura 3.1 el contorno rojo había encontrado ya algunas aproximaciones del mínimo, sin embargo en la figura 3.2 el contorno rojo encuentra un aproximado de las esquinas mas no otros puntos, el problema sucede en las siguientes 5 iteraciones en el contorno verde, pues se observa que no se ha avanzado mucho a pesar de que la fuerza externa es grande pero se ve afectada por la constante γ .

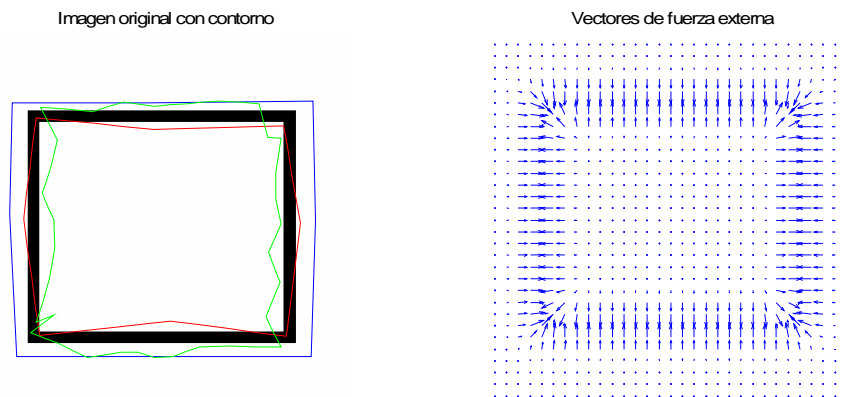


Figura 3.1 Comportamiento del modelo de Kass con $\gamma = 20$.

Imagen original con contorno

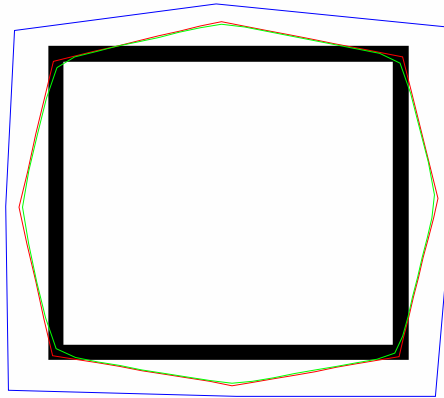


Figura 3.2 Comportamiento del modelo de Kass con $\gamma = .1$.

El autor propone que no se considere al parámetro γ como una alternativa para controlar la fuerza externa $\mathbf{F}_{externa}^{(g)}$, pues se presentan problemas de oscilación o lento avance según corresponda el valor de γ . Por otro lado sugiere normalizar la fuerza externa equilibrando el peso del parámetro. De esta forma se tiene:

$$\mathbf{F}_{externa}^{(g)} = \kappa \frac{\frac{\partial E_{externa}}{\partial \mathbf{v}}}{\left\| \frac{\partial E_{externa}}{\partial \mathbf{v}} \right\|} = \kappa \frac{\nabla E_{externa}}{\left\| \nabla E_{externa} \right\|} \quad (3.1)$$

En donde la nueva fuerza externa se normaliza y el parámetro κ afectará a γ según la ecuación 2.52. $\kappa\gamma$ se elige de tal forma que no se haga un avance de más de un píxel y el efecto de normalizar induce un avance medurado debido a que su magnitud será unitaria. Sin embargo en la práctica es común convolucionar con una función Gaussiana (véase sección 2.1.2.2) para realzar los bordes. Esta operación produce un efecto indeseable en el momento de normalizar; además $\kappa\gamma$ no soluciona el problema de la selección del parámetro, solo lo enmascara. Otro tipo de soluciones se sugieren en Kass [11], aunque la elección del parámetro en valores extremos continúa siendo un problema en general del modelo original.

Espacio discreto. Debido a que se tiene un mapeo discreto de la fuerza externa $\mathbf{F}_{externa}^{(g)}$, puede ocurrir que se tenga un mínimo en un valor no entero y por lo tanto no se tenga contemplado dentro del mapa de las fuerzas externas $\mathbf{F}_{externa}^{(g)}$. Para poder solucionar estos problemas de mapeo se tienen diferentes técnicas de aproximación, ya sea por *interpolación de orden cero*, *interpolación de convolución cúbica* o por *interpolación bi-lineal* [7]. Este último método de interpolación es el más utilizado debido a su buena aproximación y a su eficiencia. Su funcionamiento se explica en el apéndice B.

Además de los problemas originados por trabajar en el espacio discreto, se presentan dos inconvenientes originados por la fuerza externa $\mathbf{F}_{externa}^{(g)}$, ya que se requiere:

1. Ubicar los puntos de inicio cerca del objeto que se desea encerrar, ya que de lo contrario la fuerza externa $\mathbf{F}_{externa}^{(g)}$ no tiene efecto.
2. Si no se tiene el efecto de la fuerza externa $\mathbf{F}_{externa}^{(g)}$, la tendencia del modelo es de colapsarse hasta un punto.

Ejemplos de lo comentado anteriormente se muestran en la figura 3.3 en donde el caso 1 se muestra en la figura izquierda y el 2 en la derecha. Se observa como una parte del contorno sí cierra el objeto, esta corresponde a los puntos de control que se ubicaron desde un principio cerca del objeto, aquellos puntos que se alejaron del efecto de las fuerzas externas $\mathbf{F}_{externa}^{(g)}$ tienen tendencia a contraer el modelo.

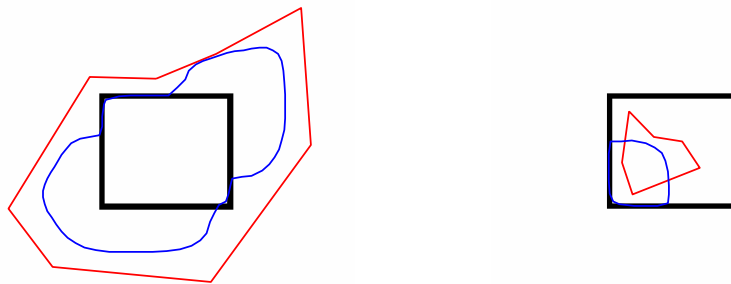


Figura 3.3 Comportamiento del modelo original con puntos de inicio lejos del contorno.

Además de los dos casos comentados anteriormente, puede suceder que se presente ruido en una imagen. En este caso el ruido se considera como aquellos puntos que generarán un mínimo en las fuerzas externas $\mathbf{F}_{externa}^{(g)}$ y guiarán al modelo a estancarse en regiones falsas.

Para solucionar los problemas de ubicación de los puntos de control y la presencia de ruido, Cohen² propone redefinir la fuerza externa de la siguiente manera

² Originalmente la ecuación 3.2 se propone en [5] con diferentes signos. Esto es debido a que Cohen utiliza una forma diferente para representar la ecuación 2.52 para que la fuerza externa pueda representarse de otra manera, aunque ambos métodos son validos pues si se sustituye la ecuación 3.2 en la ecuación 2.52 se obtienen los mismos resultados en el artículo de Cohen.

$$\mathbf{F}_{externa}^{(g)} = -\kappa_1 \vec{n}(s) + \kappa \frac{\nabla E_{externa}}{\|\nabla E_{externa}\|} \quad (3.2)$$

En donde $\vec{n}(s)$ es un vector normal unitario a la curva $\mathbf{v}(s)$ y κ_1 resulta en un nuevo parámetro que controlará la fuerza de este vector unitario al que el autor llama fuerza de presión, ya que simula que se le inyecta presión a la curva $\mathbf{v}(s)$ en el caso en que ésta no encuentre un mínimo. De esta manera si se ubican los puntos de control en una imagen similar a la de la figura 3.3, de tal manera que éstos queden dentro del cuadro y fuera del alcance de las fuerzas correspondientes al gradiente de $E_{externa}$, en vez de que se colapse el modelo por el efecto de las fuerzas internas $\mathbf{F}_{interna}$ (como sucedería en el modelo original), se tendrá el efecto del vector normal unitario que se desea apunte hacia los bordes, cuestión que se analizará más adelante. Además de evitar el problema de ubicación de los puntos de control, se pueden combatir problemas de ruido ya que si se estanca un punto de control en un mínimo falso (ruido) pero los demás puntos continúan avanzando hacia el mínimo local (un borde por ejemplo), la fuerza externa de la ecuación 3.2 generará un punto de discontinuidad que se suavizará por efecto de la fuerza internas $\mathbf{F}_{interna}$.

El funcionamiento de este modelo se muestra en la figura 3.4 donde se observa la imagen que se ha estado utilizando en los ejemplos anteriores, pero en esta ocasión se le ha agregado ruido de *sal y pimienta*, este tipo de ruido establece de forma aleatoria en el espacio valores de grises correspondientes a negro o blanco. Ambos valores son importantes en el modelo ya que el negro representa un mínimo y el blanco puede desaparecer la continuidad de un borde. Para el último caso se utilizan técnicas de desvanecimiento como se observa en la *imagen desvanecida* de la figura 3.4 que es resultado de pasar la *imagen original* por un filtro gaussiano que además de resaltar los bordes también une discontinuidades de los mismos. El caso de los puntos negros (pimienta) es el que se comentaba anteriormente y genera en el modelo original decisiones erróneas, tal como se muestra en *el resultado final con el modelo original* de la figura 3.4. *El modelo final con el modelo de L. Cohen* que se muestra en la figura 3.4, logra evitar el ruido y no se colapsa, sin embargo su punto de equilibrio está un poco mas alejado del que se espera pues existe un ligero efecto del vector normal de la ecuación 3.2, que en ocasiones puede perjudicar pues en las discontinuidades suele seguir expandiéndose. En la figura 3.4 se ha realizado un *seguimiento con el modelo de L. Cohen* para visualizar su comportamiento ante los mínimos falsos (ruido). Se observa que por un momento se estanca en un punto negro de ruido, pero en las siguientes iteraciones el vector normal $\vec{n}(s)$ correspondiente a los puntos de control contiguos al que se ha quedado estancado, generan un discontinuidad que al final logra sacar al punto del mínimo falso y seguir expandiéndose, nótese que la discontinuidad se suaviza gracias a la fuerza interna $\mathbf{F}_{interna}$.

Es importante resaltar que la ubicación de los puntos de control ingresados por el usuario se debe de aplicar en el sentido contrario de las manecillas del reloj. Esto se debe al signo negativo de la ecuación 3.2.

Para comprender mejor ésto, considérese la convención de coordenadas que utiliza MATLAB que se muestra en la figura 3.5, en donde \mathbf{c} representa columnas y \mathbf{r} renglones. Para \mathbf{c} se asigna la coordenada equivalente a \mathbf{x} en coordenadas cartesianas,

igualmente se asigna \mathbf{r} a \mathbf{y} . Considerando la convención de coordenadas, la definición del vector normal $\vec{n}(s)$ que se discute en el apéndice C o en [13] y el signo negativo de la ecuación 3.2, los puntos de control ordenados en sentido de las manecillas del reloj, provocan que el contorno se expanda y esto es ventajoso si los puntos están dentro del contorno. El caso contrario es si están fuera del contorno, entonces se colapsa inmediatamente el modelo si los puntos de control se ubican en sentido contrario a las manecillas del reloj.

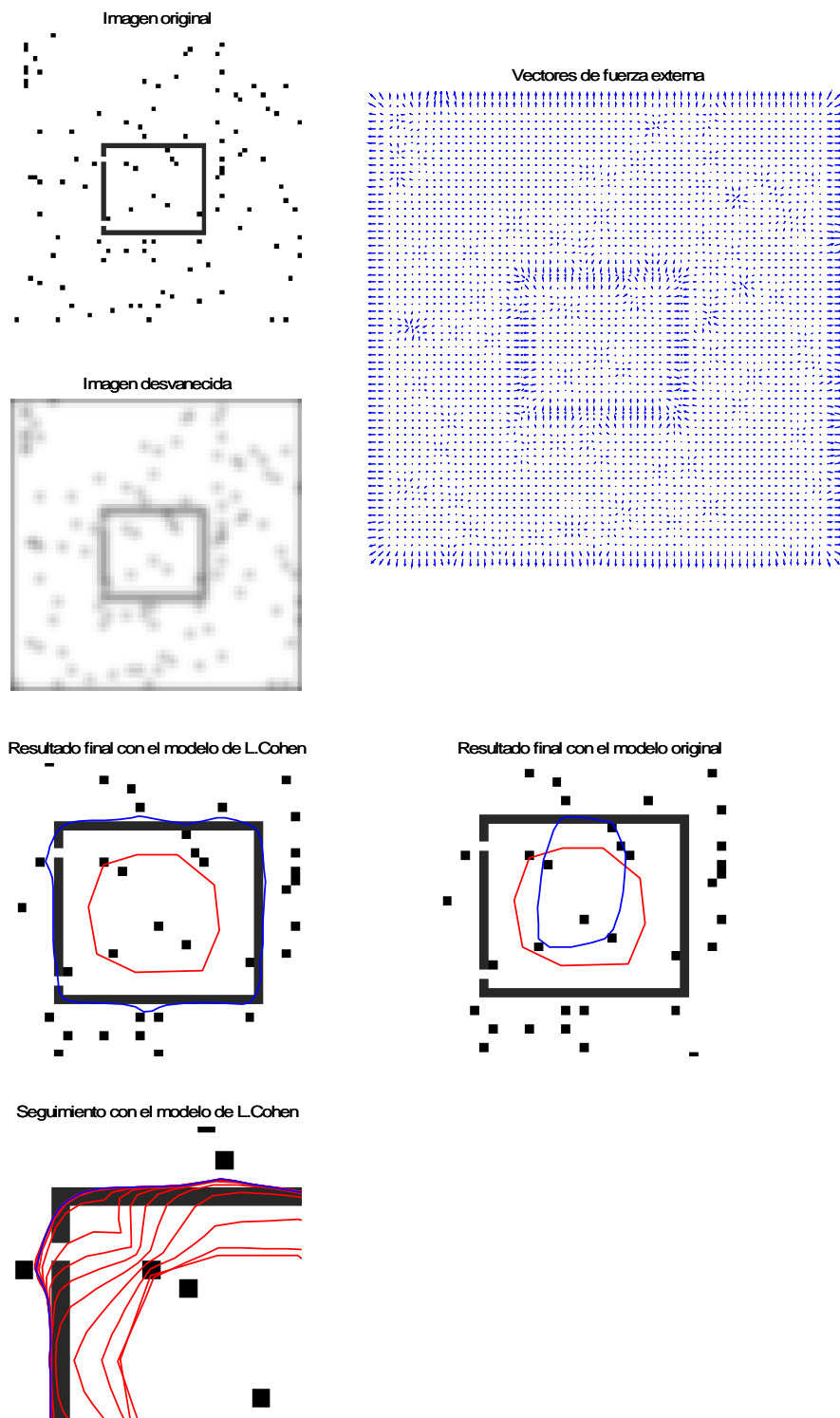


Figura 3.4 Comparación del funcionamiento de modelo de contorno activo de Kass vs. L.Cohen.

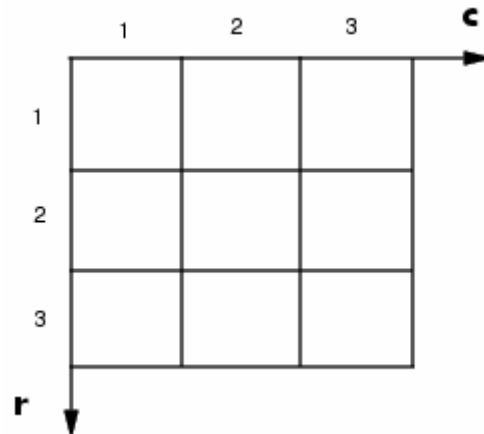


Figura 3.5 Sistema de coordenadas utilizado por MATLAB (Imagen obtenida de MATLAB).

Hasta aquí se ha podido mostrar que el modelo de L.Cohen propone una nueva variante para la fuerza externa $\mathbf{F}_{externa}^{(g)}$ con la característica de inflar o colapsar el modelo ante situaciones de ruido o de posiciones donde los puntos están lejos del mínimo. Las desventajas de elegir este modelo son:

- Se agrega un nuevo parámetro de control κ_1 que le quita generalidad al modelo en el sentido de que la selección de este puede funcionar correctamente solo para situaciones muy específicas.
- Se cierra un contorno falso debido a la influencia del vector normal unitario.
- Los puntos de control se deben ubicar en un sentido específico según la tarea que se desee realizar (en el sentido de las manecillas del reloj o en contra).

3.2 El modelo de contorno activo con fuerza externa de flujo de vector de gradiente (GVF)

Chenyang Xu [25] propone en 1999 un modelo de contorno activo en donde expone una fuerza externa general $\mathbf{F}_{externa}^{(g)}$ con las siguientes ventajas:

- Los puntos de control se pueden ubicar lejos del contorno que se desea cerrar asegurando convergencia.
- Se pueden cerrar contornos que presenten concavidades.

El modelo con la fuerza GVF³ soluciona o mejora casi todas las desventajas del algoritmo del modelo de Cohen, aunque la cantidad de operaciones requeridas para solucionar el modelo de Xu son una desventaja considerable contra los demás modelos.

³ Gradient vector flow por sus siglas en inglés

El análisis del modelo con la fuerza GVF se basa en disminuir el siguiente funcional de energía:

$$E_{GVF} = \iint \mu(u_x^2 + u_y^2 + v_x^2 + v_y^2) + |\nabla f|^2 |\mathbf{v}_{GVF} - \nabla f|^2 dx dy \quad (3.3)$$

En donde:

- $\mathbf{v}_{GVF}(x, y) = [u(x, y), v(x, y)]$ es el campo vectorial que tendrá las características que se desean.
- u_x, u_y, v_x, v_y representan las derivadas parciales respecto a la variable representada en el subíndice de las coordenadas del campo vectorial \mathbf{v}_{GVF} .
- f es una función que se le conoce como *mapa de bordes* que tiene la característica de tener valores grandes en los bordes de las imágenes, esta puede estar definida como:

$$f(x, y) = -E_{externa} \quad (3.4)$$

Recuérdese que el funcional de energía externa $E_{externa}$ (definido en la ecuación 2.37), es utilizado para tener valores mínimos en los bordes de las imágenes, esta es la razón del signo negativo de la ecuación 3.4. Entonces el gradiente del mapa de bordes ∇f apuntará de forma normal hacía la máxima variación de cambio que en este caso es hacia los valores máximos correspondientes a los bordes. El mapa de bordes tiene las siguientes desventajas:

- Se presentan magnitudes altas en las cercanías de los bordes.
- Si los valores en la imagen son constantes (generalmente zonas alejadas de los bordes), entonces el valor de ∇f tiende a ser cero.

La primera característica es deseable y se desea mantener, ésto se ve reflejado en el segundo sumando de la doble integral de la ecuación 3.3. En donde si ∇f es grande (se está cerca de un borde), este término de la suma se vuelve dominante y entonces si se quiere minimizar el campo vectorial \mathbf{v}_{GVF} se debe de tener que $\mathbf{v}_{GVF} = \nabla f$ para que se vuelva mínimo el funcional de la ecuación 3.3.

La segunda característica no es deseable, entonces cuando ∇f sea pequeño (se está alejado de los bordes), el segundo término de la suma de la doble integral se desprecia y solo se considera el primer sumando, que está definido por la suma de los cuadrados de las derivadas parciales u_x, u_y, v_x, v_y multiplicadas por un parámetro μ que nivela su efecto ante la presencia de ruido. La razón de este término se debe a que se tiene un campo vectorial \mathbf{v}_{GVF} que no se conoce pero se desea tenga ciertas características, ya se definió una en la que $\mathbf{v}_{GVF} = \nabla f$ cuando se esté cerca de los bordes, sin embargo cuando se esté lejos este término $(u_x^2 + u_y^2 + v_x^2 + v_y^2)$ será cero y es un efecto que se desea minimizar en el campo vectorial \mathbf{v}_{GVF} . Con esto se consigue un campo uniforme lejos de los bordes. Esta idea se ha propuesto en modelos como el de flujo óptico [8] que representa una distribución de velocidad aparente cuando se presentan cambios en los patrones de brillo en una imagen y se requiere modelar un caso en el que objetos opacos

tienen movimiento y no se tiene un verdadero cambio de brillo, por lo que no se considera movimiento, siendo que si existe, entonces se plantea un término similar al primer sumando de la ecuación 3.3 para suavizar el patrón de cambio del brillo de la imagen para simular una velocidad aparente. Es de hecho esta idea la que utiliza Xu para proponer la ecuación 3.3 que ya tiene un campo vectorial que contempla la primera ventaja que se comentó al inicio de esta sección, sin embargo no se hace tan evidente la segunda característica correspondiente a las concavidades, pero es un resultado consecuente de la ecuación 3.3 que promueve una competencia entre los términos de su suma que permite realizar esta tarea.

Por todo lo anterior el campo vectorial \mathbf{v}_{GVF} se puede sustituir en 2.43 por:

$$\frac{\partial \mathbf{v}(s,t)}{\partial t} = \mathbf{v}_{GVF} - (\alpha(s)\mathbf{v}'(s,t))' + (\beta(s)\mathbf{v}''(s,t))'' \quad (3.5)$$

Es importante resaltar que la curva deformable que se genere de la ecuación 3.5 no representa las ecuaciones de Euler-Lagrange del problema que se plantea en el modelo original pues \mathbf{v}_{GVF} no es un campo irrotacional como lo es $E_{externa}$ utilizado en el modelo de Kass. Sin embargo Xu [25] argumenta que el comportamiento mejorado del contorno deformable GVF⁴ soluciona este inconveniente.

Nuevamente la ecuación 3.5 se resuelve utilizando cálculo de variaciones. En este caso el campo vectorial GVF no es tan sencillo de obtener como el caso del modelo de contorno activo original, aunque el objetivo es basarse en las ecuaciones de Euler para resolverlo. Las especificaciones de la obtención de las ecuaciones de Euler se pueden verificar en [6, 13, 25], en este trabajo se seguirá el mismo procedimiento utilizado por Xu para encontrar el campo vectorial GVF. El resultado es el siguiente:

$$\mu \nabla^2 u - (u - f_x)(f_x^2 + f_y^2) = 0 \quad (3.6a)$$

$$\mu \nabla^2 v - (v - f_y)(f_x^2 + f_y^2) = 0 \quad (3.6b)$$

Sin embargo las ecuaciones parciales diferenciales en 3.6 presentan dificultades para resolverse analíticamente por lo que se propone nuevamente utilizar el método del gradiente descendiente, sin embargo no se presentará un problema similar al modelo original debido a la definición del funcional de energía de la ecuación 3.5, que a pesar de que el método espera se esté cerca del mínimo, se tiene el término que suaviza los vectores en todo el campo de la imagen. Por lo anterior se tratarán las ecuaciones en 3.6 como:

$$u_i(x, y, t) = \mu \nabla^2 u(x, y, t) - (u(x, y, t) - f_x(x, y))(f_x^2(x, y) + f_y^2(x, y)) \quad (3.7a)$$

$$v_i(x, y, t) = \mu \nabla^2 v(x, y, t) - (v(x, y, t) - f_y(x, y))(f_x^2(x, y) + f_y^2(x, y)) \quad (3.7b)$$

⁴ El contorno GVF es aquel que resulta de la solución de la ecuación 3.5

Las ecuaciones en 3.7 son también conocidas como ecuaciones generales de difusión que es un ejemplo particular de ecuaciones parabólicas parciales diferenciales [24]. Su solución de estado estacionario es el resultado que se desea obtener.

Para mayor facilidad se expresan las ecuaciones 3.7 de la siguiente manera:

$$u_t(x, y, t) = \mu \nabla^2 u(x, y, t) - b(x, y)u(x, y, t) + c^1(x, y) \quad (3.8a)$$

$$v_t(x, y, t) = \mu \nabla^2 v(x, y, t) - b(x, y)v(x, y, t) + c^2(x, y) \quad (3.8b)$$

En donde:

$$b(x, y) = f_x(x, y)^2 + f_y(x, y)^2$$

$$c^1(x, y) = b(x, y)f_x(x, y)$$

$$c^2(x, y) = b(x, y)f_y(x, y)$$

Para las ecuaciones 3.8 tanto $b(x, y)$, como $c^1(x, y)$, como $c^2(x, y)$ se calculan una sola vez por alguno de los métodos comentados en el capítulo 2 debido a la ecuación 3.4.

Ahora se seguirán los mismos pasos de capítulo 2, en donde se harán discretos los valores en las ecuaciones 3.8 para resolverlos iterativamente. De esta forma se hacen las siguientes aproximaciones [12]:

$$a) \quad u(x, y, t) \Rightarrow u(i\Delta x, j\Delta y, t\Delta t) = u_{i,j}^t$$

$$b) \quad v(x, y, t) \Rightarrow v(i\Delta x, j\Delta y, t\Delta t) = v_{i,j}^t$$

$$c) \quad \frac{\partial u(x, y, t)}{\partial t} = u_t(x, y, t) = \frac{1}{\Delta t} (u_{i,j}^{t+1} - u_{i,j}^t)$$

$$d) \quad \frac{\partial v(x, y, t)}{\partial t} = v_t(x, y, t) = \frac{1}{\Delta t} (v_{i,j}^{t+1} - v_{i,j}^t)$$

$$e) \quad \nabla^2 u(x, y, t) = \frac{1}{\Delta x \Delta y} (u_{i+1,j}^t + u_{i,j+1}^t + u_{i-1,j}^t + u_{i,j-1}^t - 4u_{i,j}^t)$$

$$f) \quad \nabla^2 v(x, y, t) = \frac{1}{\Delta x \Delta y} (v_{i+1,j}^t + v_{i,j+1}^t + v_{i-1,j}^t + v_{i,j-1}^t - 4v_{i,j}^t)$$

Haciendo estas suposiciones y sustituyendo en las ecuaciones 3.8 se tiene la solución iterativa para el campo vectorial GVF:

$$u_{i,j}^{t+1} = (1 - b_{i,j}\Delta t)u_{i,j}^t + r(u_{i+1,j}^t + u_{i,j+1}^t + u_{i-1,j}^t + u_{i,j-1}^t - 4u_{i,j}^t) + c_{i,j}^1\Delta t \quad (3.9a)$$

$$v_{i,j}^{t+1} = (1 - b_{i,j}\Delta t)v_{i,j}^t + r(v_{i+1,j}^t + v_{i,j+1}^t + v_{i-1,j}^t + v_{i,j-1}^t - 4v_{i,j}^t) + c_{i,j}^2\Delta t \quad (3.9b)$$

En donde:

$$r = \frac{\mu \Delta t}{\Delta x \Delta y} \quad (3.10)$$

Según Xu, y comprobando por medio de la condición de Courant-Friedrichs-Lewy [17]

$$r \leq \frac{1}{4} \quad (3.11)$$

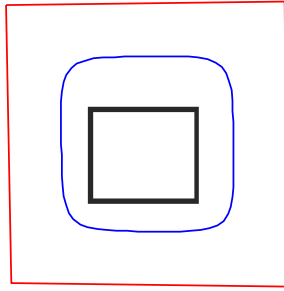
En donde si se sustituye la variable r de la desigualdad 3.11 en la ecuación 3.10 y se realiza un despeje para Δt se tiene que:

$$\Delta t \leq \frac{\Delta x \Delta y}{4\mu} \quad (3.12)$$

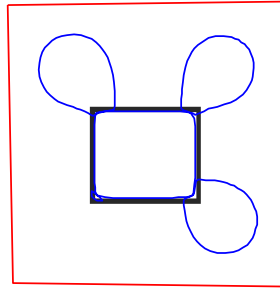
Lo cual representa una restricción para el avance discreto del tiempo que garantiza un comportamiento estable para la convergencia de la ecuación diferencial discreta. La desigualdad 3.12 muestra que para valores grandes de $\Delta x \Delta y$ se puede tener un modelo mucho más rápido y para valores grandes de μ uno más lento dependiendo las correspondencias. La anterior es una desventaja para el campo vectorial GVF pues este tendrá tendencias a dar una lenta convergencia debido a que para zonas suaves donde el avance de $\Delta x \Delta y$ es pequeño, Δt también debe mantenerse pequeño.

Con lo que se ha comentado, el campo vectorial GVF presenta ciertas ventajas si se compara con los modelos de Kass ó Cohen. En primera instancia se puede observar en la figura 3.6 el resultado de ubicar los puntos de control muy alejados. En el modelo de Kass, el contorno final después de 75 iteraciones no logra cerrar el contorno, ya que como se sabe su fuerza externa $\mathbf{F}_{externa}^{(p)}$ no tiene un gran alcance si es que sus puntos de control se ubican muy lejos. Por otro lado el modelo de Cohen logra encontrar el objeto de interés, pero se presentan unos lóbulos que deforman la forma de la curva final (línea azul), esto se debe a que en algún punto la dirección normal cambia y produce un cambio de dirección en el desarrollo del modelo. Por último, el modelo de Xu presenta una gran ventaja, y esto se puede observar debido a su fuerza externa $\mathbf{F}_{externa}^{(g)}$ que se muestra en la figura 3.7 en donde es claro que existe un campo uniforme que permite a la curva ajustarse sin que tenga problemas con la dirección como el modelo de Cohen. Cabe resaltar que el modelo de Cohen funcionó correctamente en ciertas pruebas donde los puntos se acercaban un poco más, sin embargo, deformaciones en el desarrollo de la curva afectan mucho a este. Para entender de mejor manera en la figura 3.8 se muestra el desarrollo que se efectuó en cada modelo y su resultado final.

Resultado final con el modelo de Kass



Resultado final con el modelo de L.Cohen



Resultado final con el modelo de Xu

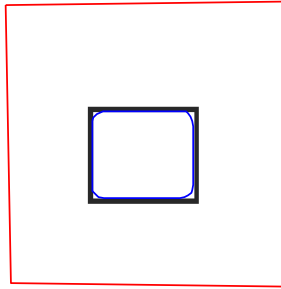


Figura 3.6 Comparación del modelo de Kass, Cohen y Xu con puntos de control (línea roja) alejados.

Campo GVF

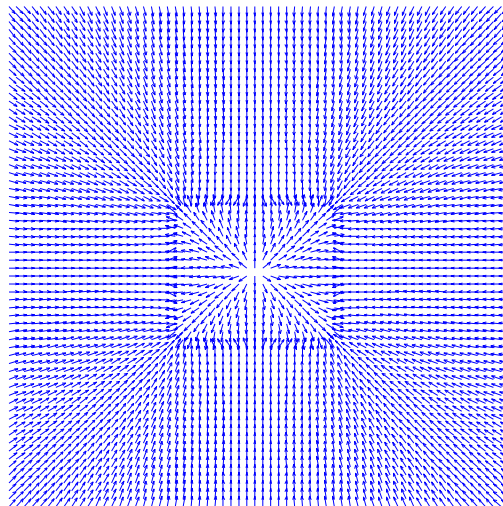


Figura 3.7 Campo GVF utilizado en el modelo de Xu.

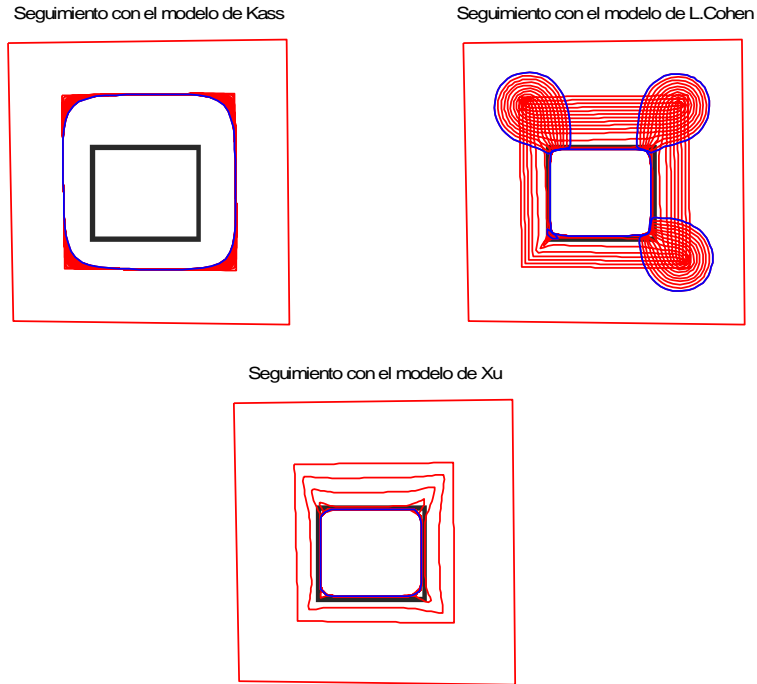


Figura 3.8 Seguimiento de los modelos de Kass, Cohen y Xu con puntos de control (línea roja) alejados.

Para el caso anterior se realizó la convolución con la función Gaussiana como se ha estado trabajando anteriormente con $\sigma = 1$ para resaltar de esta forma los bordes que son de interés.

3.3 Comparación de los modelos (ventajas y desventajas)

Hasta este momento se han analizado tres modelos; los sugeridos por Kass, Cohen y Xu. En esta sección se expondrán las ventajas y desventajas de los tres modelos para que el usuario distinga cual de éstos es el más útil para su aplicación. Algunas de estas características se evaluarán de forma minuciosa en la etapa de experimentación en el siguiente capítulo, sin embargo se puede llegar a una conclusión empírica si se considera la definición de cada modelo.

Obsérvese la tabla 3.1 que muestra una comparación de las ventajas y desventajas entre los modelos de Kass, Cohen y Xu.

Modelo / Características	Ventajas	Desventajas
Kass [11]	- Rapidez.	- Ubicación de puntos de control cerca del contorno. - Definición de parámetros. - Dificultad para desenvolverse bajo condiciones de ruido. - No puede cerrar concavidades.
Cohen [5]	- Puede desenvolverse bajo condiciones de ruido.	- Definición de parámetros. - Ubicación de puntos de control en una dirección definida. - No puede cerrar concavidades.
Xu [25]	- Ubicación de puntos de control alejados del contorno. - Cierra concavidades.	- Definición de parámetros. - Lentitud. - Dificultad para desenvolverse bajo ciertas condiciones de ruido.

Tabla 3.1 Comparación entre los modelos de Kass, Cohen y Xu.

La ventaja más imperante en el modelo de Kass sobre los otros modelos es su rapidez, aunque esto no siempre signifique exactitud como se ha observado ya en capítulos anteriores al comparar el modelo contra los otros. La evaluación de rapidez se define en estos modelos sobre la siguiente definición: *El tiempo utilizado en un número n de iteraciones aunque el contorno activo no se acerque al mínimo deseado*. Esto quiere decir que la rapidez se evalúa entre los modelos bajo el mismo número de iteraciones y sin importar el resultado final. Esto puede considerarse una ventaja sobre el modelo de Kass siempre y cuando no se cumplan las siguientes condiciones para este modelo, es decir:

- Ubicar los puntos de control muy alejados del contorno que se desea cerrar (figura 3.9).
- Ubicar el modelo en ciertas condiciones de ruido (figura 3.10 y 3.11).
- Que se presenten concavidades (figura 3.12).

En la figura 3.9 es claro que el modelo no puede cerrar el objeto de interés debido a que las *fuerzas externas* definidas en el modelo de Kass no tienen suficiente alcance. En las figuras 3.10 y 3.11 se observa que el modelo puede comportarse correctamente bajo algunas condiciones de ruido aunque esto no represente que siempre tenga que ser así como se muestra en la figura 3.11 en donde el ruido de sal y pimienta, con una densidad de ruido de .05, provoca que se pierda el modelo en mínimos incorrectos (los puntos negros). Las concavidades en el objeto de la figura 3.12 son muestra de que la definición de *fuerza externa* para el modelo de Kass está limitada en esta situación como ya se explicó en la sección anterior.

Es importante señalar que los tres modelos se iteraron 75 veces⁵ en todas las condiciones, aunque en el modelo de Xu se requiere al principio generar el campo GVF que toma un tiempo considerable.

Resultado final con el modelo de Kass

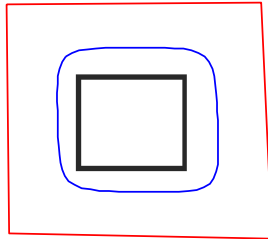


Figura 3.9 Prueba con el modelo de Kass con puntos de inicio alejados.

Resultado final con el modelo de Kass

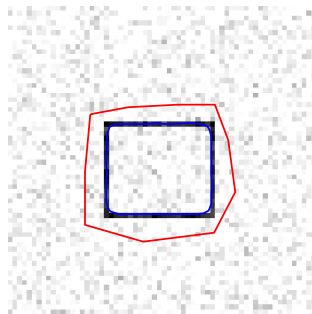


Figura 3.10 Prueba con el modelo de Kass con ruido blanco gaussiano con $\mu = 0$ y $\sigma = 0.01$.

⁵ La cantidad de iteraciones está basada en los algoritmos que se exponen en el capítulo 4. Se hace referencia al número de iteraciones para saber que todos los ejemplos mostrados se sometieron a la misma cantidad de iteraciones.

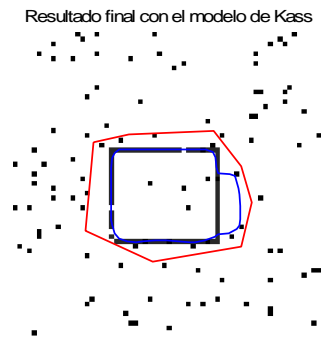


Figura 3.11 Prueba con el modelo de Kass con ruido de sal y pimienta.

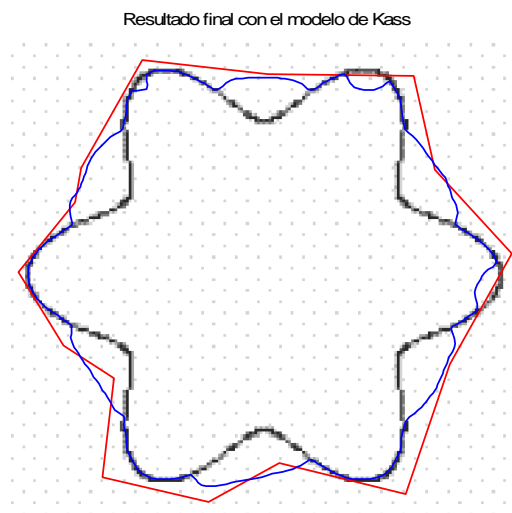


Figura 3.12 Prueba con el modelo de Kass en un objeto con concavidades.

Para el modelo de L. Cohen se tiene en la práctica un resultado distinto al que se propone en la teoría, porque según Cohen los puntos de control de su modelo se pueden ubicar lejos del objeto que se desea cerrar. Sin embargo en la figura 3.13 se observa que existe un cambio de trayectoria que ya se explicó en la sección anterior. Por otro lado el comportamiento del modelo es favorable bajo condiciones de ruido (figura 3.14) siempre y cuando un punto de control no se encuentre cerca o dentro del objeto que se desea cerrar, pues puede ocurrir que un avance de este punto de control empiece a colapsar el modelo como ocurrió en la figura 3.15. En la figura 3.16 se muestra que no se puede cerrar correctamente al objeto, aunque sí se tiene un mejor resultado en la identificación de las concavidades si se compara este con la figura 3.12 del modelo de Kass. Sin embargo, se tuvo el mismo problema de la figura 3.15 al acercarse mucho los puntos de control al objeto que se desea cerrar.

Resultado final con el modelo de L.Cohen

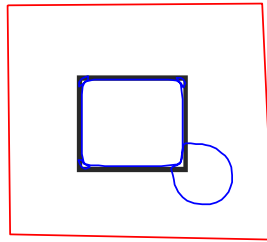


Figura 3.13 Prueba con el modelo de L. Cohen con puntos de inicios alejados.

Resultado final con el modelo de L.Cohen

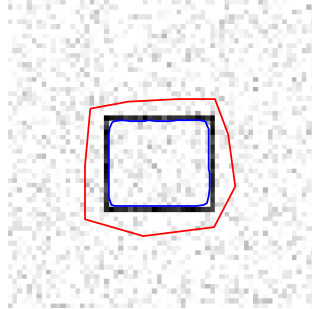


Figura 3.14 Prueba con el modelo de L. Cohen con ruido blanco gaussiano con $\mu = 0$ y $\sigma = 0.01$.

Resultado final con el modelo de L.Cohen

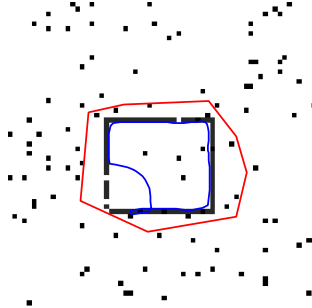


Figura 3.15 Prueba con el modelo de L. Cohen con ruido de sal y pimienta

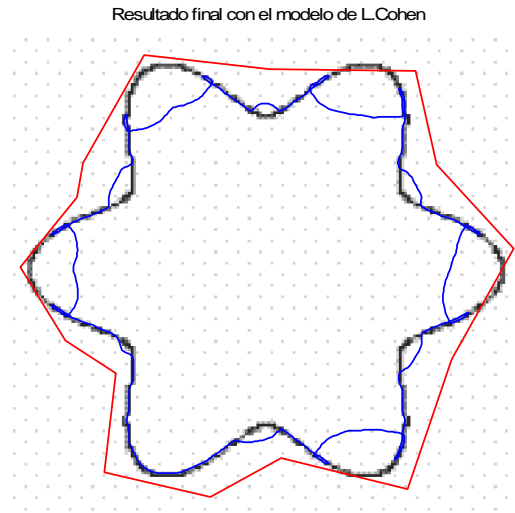


Figura 3.16 Prueba con el modelo de L. Cohen en un objeto con concavidades.

Por último se sometió el modelo de Xu al mismo ambiente que los modelos de Cohen y Kass y el resultado fue mejor en todos los casos. En la figura 3.17 se pudo cerrar el contorno de manera adecuada a pesar de que los puntos de control se ubicaron muy lejos del objeto que se deseaba cerrar. En la figura 3.18 y 3.19 no existieron contratiempos con respecto al ruido, aunque cabe la pena señalar que no en todas las pruebas el resultado fue el mejor en ambientes con ruido de sal y pimienta, en especial cuando se ubicaban los puntos de control muy lejos. El último caso para las concavidades se muestra en la figura 3.20 en donde se cierra perfectamente el objeto a pesar de que los puntos de control se ubicaron cerca del objeto y algunos hasta dentro de este, hecho que resulta contraproducente en el modelo de Cohen (figura 3.16). Sin embargo se requiere generar un campo GVF para la imagen lo cual requiere un computo que vuelve más lento el algoritmo del modelo de Xu.

Resultado final con el modelo de Xu

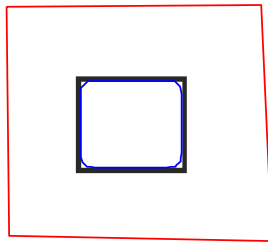


Figura 3.17 Prueba con el modelo de Xu con los puntos de inicio alejados.

Resultado final con el modelo de Xu

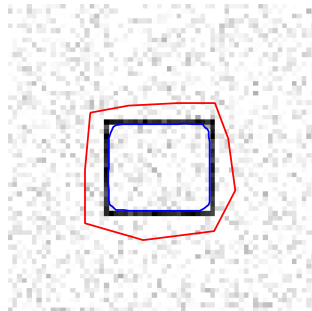


Figura 3.18 Prueba con el modelo de Xu con ruido blanco gaussiano con $\mu = 0$ y $\sigma = 0.01$.

Resultado final con el modelo de Xu

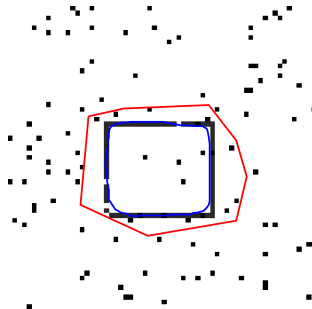


Figura 3.19 Prueba con el modelo de Xu con ruido de sal y pimienta.

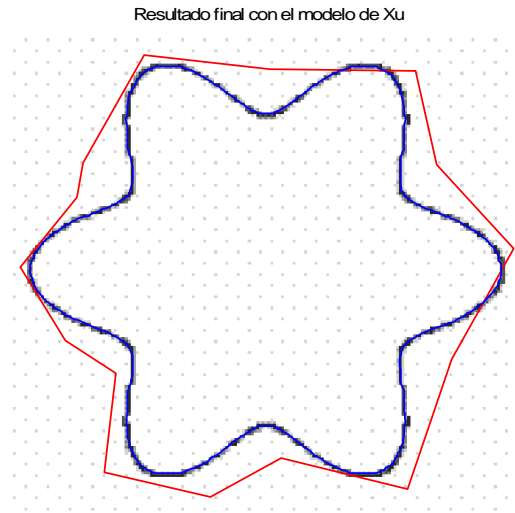


Figura 3.20 Prueba con el modelo de Xu en un objeto con concavidades.

Se han analizado entonces las desventajas y ventajas de los tres modelos. Sin embargo existe un hecho que es común en todos los modelos propuestos. La tabla 3.1 señala que la elección de los parámetros se convierte en una desventaja debido a que su elección errónea puede hacer oscilar al modelo o simplemente tenga un comportamiento que no se desea, tal y como se mostró en las figuras 3.1 y 3.2. Entonces el usuario debe tener cuidado en elegir los parámetros tratando de mejorar éstos o simplemente operar con un valor intermedio para generalizarlo con la desventaja de que no se garantiza un resultado óptimo. Experimentos sobre esto se realizarán posteriormente en el capítulo 5 ya que un buen diseño de experimento puede tener resultados excelentes bajo ciertos ambientes.

Se comentó en el capítulo 1 que existen otros modelos activos, ya sea paramétricos [3] o geométricos [4]. Las características difieren bajo que ambientes y si la velocidad o la exactitud son factores relevantes, pero la definición teórica del modelo paramétrico b-snake requiere conocimiento de las beta splines discretas y para los modelos geométricos se parte de teoría de conjunto de niveles para obtener un modelo que pueda variar su topología. El análisis de estos modelos no se planteó en este capítulo debido a que divergen en sus fundamentos teóricos acorde a lo visto en el capítulo 2. Por otro lado, el modelo de Cohen parte del mismo modelo de Kass y adhiere solamente una fuerza para un vector normal y el de Xu utiliza nuevamente el modelo de Kass pero utilizando un funcional de energía externa diferente. En las referencias utilizadas para este proyecto no se encontraron otras variantes para los modelos activos paramétricos *snaxel* (que son los modelos con los que se trabaja en esta tesis) por lo que son las únicas que se sugieren.