

## Apéndice D. Conceptos básicos de análisis de varianza.

El análisis de varianza para el caso particular de un experimento factorial ortogonal de  $3^3$  requiere ciertos cálculos que son fácilmente obtenidos utilizando el paquete MINITAB. El análisis de las ecuaciones sale del objetivo de este proyecto, sin embargo es vital poder interpretar estos resultados.

El primer resultado de interés en el diseño del experimento es la tabla del análisis de varianza. Un ejemplo de esta tabla, sin valores cuantitativos, se presenta en la tabla D.1. En esta tabla se observan algunos conceptos que en general son utilizados para poder obtener los resultados de las últimas columnas. En donde  $F_0$  representa la prueba estadística en la que se busca rechazar o corroborar una hipótesis que más adelante definiremos. El valor de P es una aproximación que representa el mínimo nivel de importancia en el que la hipótesis se rechaza [14].

Fuente de variación	Suma de cuadrados (SS)	Grados de libertad	Media de cuadrados (MS)	$F_0$	Valor - P
Niveles de $\alpha$	$SS_\alpha$	$3 - 1$	$MS_\alpha$	$F_0$	-
Niveles de $\beta$	$SS_\beta$	$3 - 1$	$MS_\beta$	$F_0$	-
Niveles de $\gamma$	$SS_\gamma$	$3 - 1$	$MS_\gamma$	$F_0$	-
Niveles $\alpha\beta$	$SS_{\alpha\beta}$	$(3 - 1)(3 - 1)$	$MS_{\alpha\beta}$	$F_0$	-
Niveles $\alpha\gamma$	$SS_{\alpha\gamma}$	$(3 - 1)(3 - 1)$	$MS_{\alpha\gamma}$	$F_0$	-
Niveles $\beta\gamma$	$SS_{\beta\gamma}$	$(3 - 1)(3 - 1)$	$MS_{\beta\gamma}$	$F_0$	-
Niveles $\alpha\beta\gamma$	$SS_{\alpha\beta\gamma}$	$(3 - 1)(3 - 1)(3 - 1)$	$MS_{\alpha\beta\gamma}$	$F_0$	-
Error	$SS_E$	$27(n - 1)$	$MS_E$	$F_0$	-
Total	$SS_T$	$27n - 1$	$MS_T$	$F_0$	-

**Tabla D.1** Tabla del análisis de varianzas.

Ahora bien, las salidas obtenidas pueden ser representadas por medio de un modelo para análisis de varianza de tres factores como:

$$y_{ijkl} = \mu + \tau_i + \beta_j + \gamma_k + (\tau\beta)_{ij} + (\tau\gamma)_{ik} + (\beta\gamma)_{jk} + (\tau\beta\gamma)_{ijk} + \varepsilon_{ijkl} \begin{cases} i = 1, 2, 3 \\ j = 1, 2, 3 \\ k = 1, 2, 3 \\ l = 1, 2, \dots, n \end{cases} \quad (D.1)$$

Es muy importante no relacionar ningún parámetro de los modelos del contorno activo con los de la ecuación D.1. En esta  $i, j, k$  representan los niveles para cada parámetro ha analizar, en este caso particular siempre usamos tres,  $l$  representa el número de réplicas, que se ha comentado serán 1, sin embargo se realizarán 2 aunque los resultados sean los mismos, pues así se requiere (más detalles en Montgomery [14]),  $y_{ijkl}$  representa la salida en la observación  $ijkl$ ,  $\mu$  es común a todas las observaciones y se le conoce como la media global,  $\tau_i$  es el parámetro único ó el efecto en el nivel  $i$ , lo mismo para los demás elementos de la ecuación D.1 para cada respectivo nivel, excepto  $\varepsilon_{ijkl}$  es el error aleatorio.

Ahora bien, de la ecuación D.1 se requieren probar las siguientes hipótesis:

$$\begin{aligned} H_0 : \tau_1 = \tau_2 = \tau_3 = 0 \\ H_1 : \text{por lo menos una } \tau_i \neq 0 \end{aligned} \quad (D.2a)$$

$$\begin{aligned} H_0 : \beta_1 = \beta_2 = \beta_3 = 0 \\ H_1 : \text{por lo menos una } \beta_i \neq 0 \end{aligned} \quad (D.2b)$$

$$\begin{aligned} H_0 : \gamma_1 = \gamma_2 = \gamma_3 = 0 \\ H_1 : \text{por lo menos una } \gamma_i \neq 0 \end{aligned} \quad (D.2c)$$

$$\begin{aligned} H_0 : (\tau\beta)_{ij} = 0 \quad \text{para toda } i, j \\ H_1 : \text{por lo menos una } (\tau\beta)_{ij} \neq 0 \end{aligned} \quad (D.2d)$$

$$\begin{aligned} H_0 : (\tau\gamma)_{ij} = 0 \quad \text{para toda } i, j \\ H_1 : \text{por lo menos una } (\tau\gamma)_{ij} \neq 0 \end{aligned} \quad (D.2e)$$

$$\begin{aligned} H_0 : (\beta\gamma)_{ij} = 0 \quad \text{para toda } i, j \\ H_1 : \text{por lo menos una } (\beta\gamma)_{ij} \neq 0 \end{aligned} \quad (D.2f)$$

$$\begin{aligned} H_0 : (\tau\beta\gamma)_{ij} = 0 \quad \text{para toda } i, j \\ H_1 : \text{por lo menos una } (\tau\beta\gamma)_{ij} \neq 0 \end{aligned} \quad (D.2g)$$

El significado de las ecuaciones D.2a a D.2c es que si se rechaza la primera hipótesis entonces los efectos de dichos parámetros son importantes<sup>1</sup>. De las ecuaciones D.2d a D.2g si se rechaza la hipótesis, entonces la interacción entre estas variables es significativa, para ello se requiere analizar el resultado de la tabla D.1

---

<sup>1</sup> Nótese que las variables de la ecuación D.1 y todas las de D.2 **no** son las mismas que las de los parámetros definidos en el modelo del contorno activo.