CAPÍTULO 3. INCIDENCIA OBLICUA DE LAS ONDAS PLANAS UNIFORMES

Este tipo de incidencia se da gracias a que al momento de que la onda incide, tiene un ángulo con respecto a su plano de incidencia, en la incidencia normal no se daba esto, ya que la onda incidía en forma normal al plano.

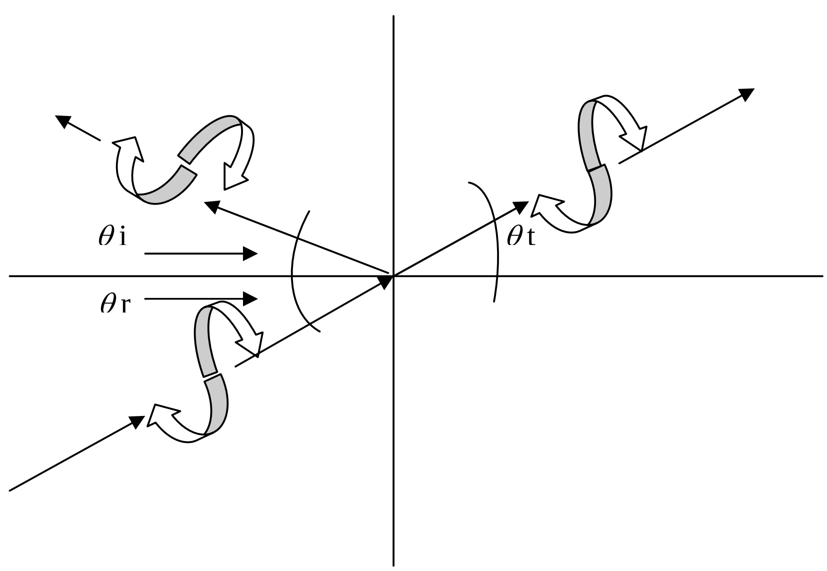

Figura 3.1. Incidencia Oblicua de las Ondas Planas Uniformes.

3.1 Incidencia oblicua en medios sin pérdidas.

Existen dos tipos de polarización para este tipo de incidencia, la polarización paralela que nos dice que el campo eléctrico es paralelo al plano de incidencia, y la polarización perpendicular que nos dice, que el campo eléctrico es perpendicular al plano de incidencia [6].

3.1.1 Leyes de Snell.

Antes de comenzar a conocer las formas de onda, tenemos que saber dos leyes fundamentales, la primera ley de snell o ley de reflexión de snell, nos dice que el ángulo de incidencia es igual al ángulo de reflexión.

$$\theta_i = \theta_r \quad \text{Ecuación 3.1}$$

En la segunda ley de snell o ley de transmisión de snell nos dice que ($\sigma_1 = \sigma_2 = 0$):

$$\frac{sen\theta_i}{sen\theta_t} = \sqrt{\frac{\mu_2 \varepsilon_2}{\mu_1 \varepsilon_1}} \quad \text{Ecuación 3.2}$$

Gracias a estas dos leyes podemos encontrar los ángulos de reflexión y de transmisión [3].

3.1.2 Polarización perpendicular.

Las ecuaciones en el dominio del tiempo para la polarización perpendicular son las siguientes, nótese que estamos hablando de medios sin pérdidas.

Para la onda incidente:

$$E_i = Ei\cos(\omega t - \beta_1 x sen(\theta_i) - \beta_1 z\cos(\theta_i))ay \quad \text{Ecuación 3.3a}$$

$$H_i = \frac{Ei}{\eta_1}\left(\cos(\theta_i)ax + sen(\theta_i)az\right)\cos(\omega t - \beta_1 x sen(\theta_i) - \beta_1 z\cos(\theta_i)) \quad \text{Ecuación 3.3b}$$

Para la onda reflejada:

$$E_r = Er\cos(\omega t - \beta_1 x sen(\theta_i) + \beta_1 z\cos(\theta_i))ay \quad \text{Ecuación 3.4a}$$

$$H_r = \frac{Er}{\eta_1}\left(\cos(\theta_i)ax + sen(\theta_i)az\right)\cos(\omega t - \beta_1 x sen(\theta_i) + \beta_1 z\cos(\theta_i)) \quad \text{Ecuación 3.4b}$$

Para la onda transmitida:

$$E_t = Et\cos(\omega t - \beta_2 x sen(\theta_t) + \beta_2 z\cos(\theta_t))ay \quad \text{Ecuación 3.5a}$$

$$H_t = \frac{Et}{\eta_2}\left(-\cos(\theta_t)ax + sen(\theta_t)az\right)\cos(\omega t - \beta_2 x sen(\theta_t) - \beta_2 z\cos(\theta_t)) \quad \text{Ecuación 3.5b}$$

Las ecuaciones están dadas para cada uno de los distintos casos, que son la onda incidente, transmitida y reflejada.

Los coeficientes de reflexión y transmisión se calculan por medio de las ecuaciones 3.6 y 3.7.

$$\Gamma_{\perp} = \frac{\eta_2\cos(\theta_i) - \eta_1\cos(\theta_t)}{\eta_2\cos(\theta_i) + \eta_1\cos(\theta_t)} \quad \text{Ecuación 3.6}$$

$$\mathrm{T}_{\perp} = \frac{2\eta_2 \cos(\theta_i)}{\eta_2 \cos(\theta_i) + \eta_1 \cos(\theta_t)}$$ Ecuación 3.7

Las ecuaciones para el cálculo de la densidad de potencia promedio son las siguientes:

Para la potencia incidente:

$$Sav_i = \frac{2Em^2}{\eta_1} sen(\theta_i) sen^2(z\beta_1 \cos(\theta_i)) ax$$ Ecuación 3.8

Para la potencia transmitida:

$$Sav_t = \frac{2Em^2}{\eta_2} sen(\theta_t) sen^2(z\beta_2 \cos(\theta_t)) ax$$ Ecuación 3.9

3.1.3 Polarización paralela.

Ahora veamos como se comporta esta polarización para medios sin pérdidas, esto gracias a las ecuaciones en el dominio del tiempo.

Para la onda incidente:

$$E_i = Ei\left(\cos(\theta_i) ax - sen(\theta_i) az\right) \cos(\omega t - \beta_1 x sen(\theta_i) - \beta_1 z \cos(\theta_i))$$ Ecuación 3.10a

$$H_i = \frac{Ei}{\eta_1} \cos(\omega t - \beta_1 x sen(\theta_i) - \beta_1 z \cos(\theta_i)) ay$$ Ecuación 3.10b

Para la onda reflejada:

$$E_r = -Er\left(\cos(\theta_i) ax + sen(\theta_i) az\right) \cos(\omega t - \beta_1 x sen(\theta_i) + \beta_1 z \cos(\theta_i))$$ Ecuación 3.11a

$$H_r = \frac{Er}{\eta_1}\cos(\omega t - \beta_1 x sen(\theta_i) + \beta_1 z \cos(\theta_i))ay \quad \text{Ecuación 3.11b}$$

Para la onda transmitida:

$$E_t = Et\left(\cos(\theta_t)ax - sen(\theta_t)az\right)\cos(\omega t - \beta_2 x sen(\theta_t) - \beta_2 z \cos(\theta_t)) \quad \text{Ecuación 3.12a}$$

$$H_t = \frac{Et}{\eta_2}\cos(\omega t - \beta_2 x sen(\theta_t) + \beta_2 z \cos(\theta_t))ay \quad \text{Ecuación 3.12b}$$

Los coeficientes de reflexión y transmisión se calculan como nos muestran las ecuaciones 3.13 y 3.14 respectivamente:

$$\Gamma_{II} = \frac{\eta_1 \cos(\theta_i) - \eta_2 \cos(\theta_t)}{\eta_1 \cos(\theta_i) + \eta_2 \cos(\theta_t)} \quad \text{Ecuación 3.13}$$

$$\mathrm{T}_{II} = \frac{2\eta_2 \cos(\theta_i)}{\eta_1 \cos(\theta_i) + \eta_2 \cos(\theta_t)} \quad \text{Ecuación 3.14}$$

Ahora tenemos la densidad de potencia promedio para la onda incidente y la onda transmitida y éstas se muestran en las ecuaciones 3.15 y 3.16 [7].

Para la potencia incidente:

$$Sav_i = \frac{2Em^2}{\eta_1} sen(\theta_i)\cos^2(z\beta_1 \cos(\theta_i))ax \quad \text{Ecuación 3.15}$$

Para la potencia transmitida:

$$Sav_t = \frac{2Em^2}{\eta_2} sen(\theta_t)\cos^2(z\beta_2 \cos(\theta_t))ax \quad \text{Ecuación 3.16}$$

3.2 Incidencia oblicua en conductores perfectos.

Ahora consideremos que la onda viaja y entra de un medio sin pérdidas $(\sigma_1 = 0)$ a un conductor perfecto ($\sigma_2 = \infty$) y veamos que es lo que sucede en este caso. Igual que en el capítulo anterior consideremos dos polarizaciones, la perpendicular y la paralela.

3.2.1 Polarización perpendicular.

Como se puede notar, en los conductores perfectos, al momento de que la onda quiere incidir, se reflejará completamente y esto es lo que nos están diciendo los coeficientes de transmisión y de reflexión.

$$\Gamma_\perp = -1 \quad \text{Ecuación 3.17}$$

$$\mathrm{T}_\perp = 0 \quad \text{Ecuación 3.18}$$

Los campos eléctricos y magnéticos se pueden expresar de la siguiente manera:

$$\hat{E}_1 = \hat{E}i + \hat{E}r \quad \text{Ecuación 3.19}$$

$$\hat{H}_1 = \hat{H}i + \hat{H}r \quad \text{Ecuación 3.20}$$

Dadas las condiciones actuales las ecuaciones en el dominio del tiempo son de la siguiente manera:

$$E_1 = 2Emsen(\beta_1 \cos(\theta_i)z)sen(\omega t - \beta_1 sen(\theta_i)x)ay \quad \text{Ecuación 3.21a}$$

$$H_1 = \frac{-2Em}{\eta_1}\cos(\theta_i)\cos(\beta_1 \cos(\theta_i)z)\cos(\omega t - \beta_1 sen(\theta_i)x)ax$$
$$+\frac{2Em}{\eta_1}sen(\theta_i)sen(\beta_1 \cos(\theta_i)z)sen(\omega t - \beta_1 sen(\theta_i)x)az \quad \text{Ecuación 3.21b}$$

3.2.2 Polarización paralela.

Ahora tenemos que el coeficiente de reflexión se comporta como se muestra en la ecuación 3.22 y el de transmisión como se muestra en la ecuación 3.23:

$$\Gamma_{II} = 1 \quad \text{Ecuación 3.22}$$

$$T_{II} = 0 \quad \text{Ecuación 3.23}$$

De igual manera podemos expresar los campos como se muestra:

$$\hat{E}_1 = \hat{E}i + \hat{E}r \quad \text{Ecuación 3.24}$$

$$\hat{H}_1 = \hat{H}i + \hat{H}r \quad \text{Ecuación 3.25}$$

Ahora los campos eléctrico y magnético se comportan de la siguiente manera [8]:

$$E_1 = 2Em\cos(\theta_i)\cos(\beta_1 \cos(\theta_i)z)sen(\omega t - \beta_1 sen(\theta_i)x)ax$$
$$-2Emsen(\theta_i)\cos(\beta_1 \cos(\theta_i)z)\cos(\omega t - \beta_1 sen(\theta_i)x)az \quad \text{Ecuación 3.26}$$

$$H_1 = \frac{2Em}{\eta_1}\cos(\beta_1 \cos(\theta_i)z)\cos(\omega t - \beta_1 sen(\theta_i)x)ay \quad \text{Ecuación 3.27}$$