CAPÍTULO 2. INCIDENCIA NORMAL DE LAS ONDAS PLANAS UNIFORMES

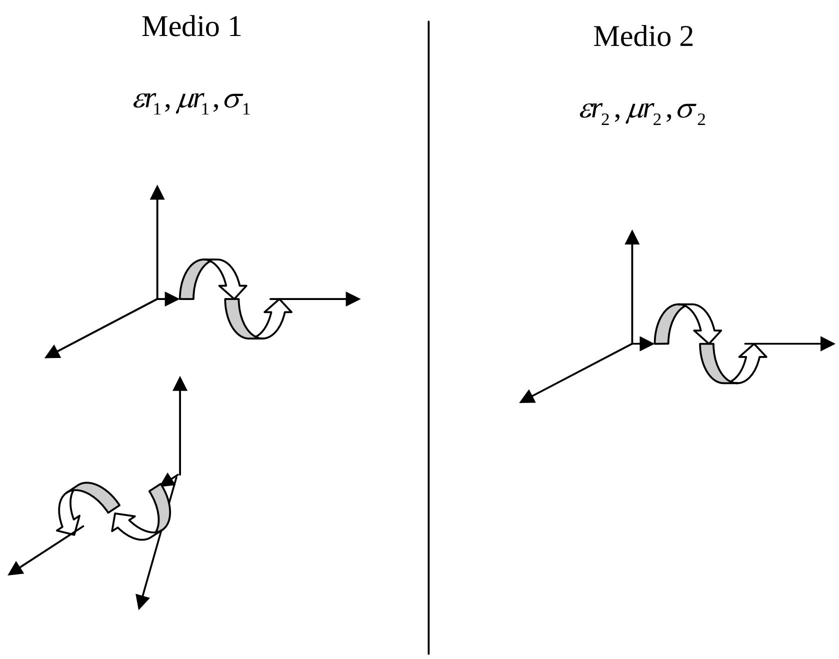

Figura 2.1. Representación gráfica de las ondas incidente, transmitida y reflejada.

Como se muestra en la figura 2.1, la incidencia normal, es cuando las ondas electromagnéticas, pasan de un medio, con ciertas características de permeabilidad, permitividad y conductividad, y éstas se dirigen hacia otro medio el cual, tiene características distintas a las del medio 1. Aquí veremos las ecuaciones que se utilizan para calcular todos los datos necesarios para caracterizar las ondas electromagnéticas en este caso.

Aquí también se utilizan las consideraciones del espacio libre [4]:

$\mu_0 = 4\pi x 10^{-7}$ H/m Permeabilidad en el espacio libre

$\varepsilon_0 = {}^{1}\!/_{36\pi}\, x10^{-9}$ F/m Permitividad en el espacio libre

$\nu_0 = 3x10^{8}$ m/s Velocidad de Propagación en el espacio libre

Las ecuación 2.1a nos muestra como se tiene que hacer el cálculo para la constante de propagación que existirán en el medio 1, y ésta se puede dividir en 2 dependiendo si existe conductividad o no y esto es lo que nos indica la ecuación 2.1 b.

$$\gamma_1 = \sqrt{j\omega\mu_1(\sigma_1 + j\omega\varepsilon_1)} \quad \text{Ecuación 2.1a}$$

$$\gamma_1 = \alpha_1 + j\beta_1 \quad \text{Ecuación 2.1b}$$

La ecuación 2.2a es para hacer el cálculo de la impedancia intrínseca en el medio 1, y nos dará el resultado de la manera en que se muestra en la ecuación 2.2b, este resultado se divide en magnitud y fase.

$$\eta_1 = \sqrt{\frac{j\omega\mu_1}{\sigma_1 + j\omega\varepsilon_1}} \quad \text{Ecuación 2.2a}$$

$$\eta_1 = \eta_1 \angle \theta\eta_1 \quad \text{Ecuación 2.2b}$$

Recordemos que aquí $\varepsilon_1 = \varepsilon r_1 \varepsilon_0$ y $\mu_1 = \mu r_1 \mu_0$

Ahora veamos como son las ecuaciones de propagación para el medio 2.

Para calcular la constante de propagación se utilizan la ecuación 2.3a y el resultado se da en la forma 2.3b.

$$\gamma_2 = \sqrt{j\omega\mu_2(\sigma_2 + j\omega\varepsilon_2)} \quad \text{Ecuación 2.3a}$$

$$\gamma_2 = \alpha_2 + j\beta_2 \quad \text{Ecuación 2.3b}$$

Entonces la constante de fase será calculada como se muestra en la ecuación 2.4a, el resultado será en la forma 2.4b.

$$\eta_2 = \sqrt{\frac{j\omega\mu_2}{\sigma_2 + j\omega\varepsilon_2}} \quad \text{Ecuación 2.4a}$$

$$\eta_2 = \eta_2 \angle \theta\eta_2 \quad \text{Ecuación 2.4b}$$

En este caso tenemos que $\varepsilon_2 = \varepsilon r_2 \varepsilon_0$ y $\mu_2 = \mu r_2 \mu_0$.

Ahora tenemos que introducir nuevos conceptos que son los Coeficientes de Transmisión y Coeficientes de Reflexión,

Ahora en la ecuación 2.5a se muestra como se calcula el coeficiente de Reflexión y el resultado se expresa en la forma 2.5b.

$$\hat{\Gamma} = \frac{\hat{\eta}_2 - \hat{\eta}_1}{\hat{\eta}_2 + \hat{\eta}_1} \text{ Ecuación 2.5a}$$

$$\hat{\Gamma} = \Gamma \angle \theta_{\Gamma} \text{ Ecuación 2.5b}$$

En la ecuación 2.6a se muestra el coeficiente de Transmisión y el resultado se expresa de la manera 2.6b.

$$\hat{\mathrm{T}} = \frac{2\hat{\eta}_2}{\hat{\eta}_2 + \hat{\eta}_1} \text{ Ecuación 2.6a}$$

$$\hat{\mathrm{T}} = \mathrm{T} \angle \theta_{\mathrm{T}} \text{ Ecuación 2.6b}$$

El coeficiente de transmisión se puede calcular también de la siguiente manera:

$$1 + \hat{\Gamma} = \hat{\mathrm{T}} \text{ Ecuación 2.7}$$

En la ecuación 2.7 se muestra que el coeficiente de transmisión excede la unidad [3].

2.1 Incidencia Normal de las ondas planas uniformes en medios sin pérdidas.

Ahora veremos las formas en el dominio del tiempo para los medios que tienen una $\sigma_1 = \sigma_2 = 0$. Los cálculos son como se muestran en el principio de este capítulo.

Los coeficientes de reflexión y transmisión serán de la siguiente manera:

$$\hat{\Gamma} = \Gamma \angle 0° \text{ Ecuación 2.8}$$

$$\hat{\mathrm{T}} = \mathrm{T} \angle 0° \text{ Ecuación 2.9}$$

Como se ve en las ecuaciones 2.8 y 2.9 no existirá ángulo de reflexión, ni de transmisión, sólo existirá el coeficiente.

Tampoco existirá atenuación de la onda plana uniforme, ya que no hay conductividad en ninguno de los dos medios.

$$\gamma_1 = j\beta_1 \text{ Ecuación 2.10}$$

$$\gamma_2 = j\beta_2 \text{ Ecuación 2.11}$$

Como se muestra en las ecuaciones 2.10 y 2.11 γ se vuelve imaginaria.

Ahora las ecuaciones en el dominio del tiempo, para medios sin pérdidas se vuelven de la siguiente manera, para la onda incidente las ecuaciones 2.12a para el campo eléctrico y 2.12b para el campo magnético:

$$E_i = Em\cos(\omega t - \beta_1 z)ax \text{ Ecuación 2.12a}$$

$$H_i = \frac{Em}{\eta_1}\cos(\omega t - \beta_1 z)ay \text{ Ecuación 2.12b}$$

Para la onda reflejada:

$$E_r = \Gamma Em\cos(\omega t - \beta_1 z)ax \text{ Ecuación 2.13a}$$

$$H_r = -\Gamma\frac{Em}{\eta_1}\cos(\omega t - \beta_1 z)ay \text{ Ecuación 2.13b}$$

Para la onda transmitida:

$$E_t = \mathrm{T}Em\cos(\omega t - \beta_2 z)ax \text{ Ecuación 2.14a}$$

$$H_t = \mathrm{T}\frac{Em}{\eta_2}\cos(\omega t - \beta_2 z)ay \text{ Ecuación 2.14b}$$

Para medios sin pérdidas la densidad de potencia promedio se expresa de la siguiente manera:

$$Sav_i = \frac{1}{2}\frac{Em^2}{\eta_1} az \ \mathrm{W/m^2} \quad \text{Ecuación 2.15a}$$

$$Sav_t = \frac{1}{2}\frac{Em^2\mathrm{T}^2}{\eta_2} az \ \mathrm{W/m^2} \quad \text{Ecuación 2.15b}$$

La ecuación 2.15a para la densidad de potencia promedio incidente y la ecuación 2.15b para la densidad de potencia promedio transmitida.

2.2 Incidencia Normal de las ondas planas uniformes en medios con pérdidas.

En este caso la conductividad en los medios en los que incide la onda es distinta de cero ya sea en un solo medio o en ambos medios, veamos que pasa.

Los coeficientes de transmisión y reflexión se componen de magnitud y fase, por lo que existirá un defasamiento.

$$\hat{\Gamma} = \Gamma\angle\theta_\Gamma \quad \text{Ecuación 2.16}$$

$$\hat{\mathrm{T}} = \mathrm{T}\angle\theta_\mathrm{T} \quad \text{Ecuación 2.17}$$

Lo mismo sucede con la constante de propagación y ahora se presentara una constante de atenuación.

$$\gamma_1 = \alpha_1 + j\beta_1 \quad \text{Ecuación 2.18}$$

$$\gamma_2 = \alpha_2 + j\beta_2 \quad \text{Ecuación 2.19}$$

Y la impedancia intrínseca del medio ahora tendrá también magnitud y fase:

$$\eta_1 = \eta_1\angle\theta\eta_1 \quad \text{Ecuación 2.20}$$

$$\eta_2 = \eta_2 \angle \theta\eta_2 \quad \text{Ecuación 2.21}$$

Ahora veamos las ecuaciones en el dominio del tiempo, para los diferentes casos:

Para la onda incidente:

$$E_i = Eme^{-\alpha_1 z}\cos(\omega t - \beta_1 z)ax \quad \text{Ecuación 2.22a}$$

$$H_i = \frac{Em}{\eta_1} e^{-\alpha_1 z}\cos(\omega t - \beta_1 z - \theta\eta_1)ay \quad \text{Ecuación 2.22b}$$

Para la onda reflejada:

$$E_r = \Gamma Eme^{\alpha_1 z}\cos(\omega t + \beta_1 z + \theta_\Gamma)ax \quad \text{Ecuación 2.23a}$$

$$H_r = -\Gamma \frac{Em}{\eta_1} e^{\alpha_1 z}\cos(\omega t + \beta_1 z + \theta_\Gamma - \theta\eta_1)ay \quad \text{Ecuación 2.23b}$$

Para la onda transmitida:

$$E_t = \mathrm{T}Eme^{-\alpha_2 z}\cos(\omega t - \beta_2 z + \theta_\mathrm{T})ax \quad \text{Ecuación 2.24a}$$

$$H_t = -\mathrm{T}\frac{Em}{\eta_1} e^{-\alpha_2 z}\cos(\omega t - \beta_2 z + \theta_\mathrm{T} - \theta\eta_2)ay \quad \text{Ecuación 2.24b}$$

En este caso como existen pérdidas, la densidad de potencia promedio se calcula de la siguiente manera:

$$Sav_i = \frac{1}{2}\frac{Em^2}{\eta_1} e^{-2\alpha_1 z}\cos\theta_{\eta_1} az \quad \mathrm{W/m^2} \quad \text{Ecuación 2.25}$$

$$Sav_t = \frac{1}{2}\frac{Em^2 \mathrm{T}^2}{\eta_2} e^{-2\alpha_2 z} \cos\theta_{\eta 2} az \ \mathrm{W/m^2} \quad \text{Ecuación 2.26}$$

En la ecuación 2.25 se muestra el cálculo para la densidad de potencia incidente y en la 2.26 se muestra el cálculo para la densidad de potencia promedio transmitida.