CAPÍTULO 1. PROPAGACIÓN DE LAS ONDAS PLANAS UNIFORMES

1.1 Ecuación de onda.

Las ecuaciones de Maxwell se publicaron en 1864, su principal función es predecir la propagación de la energía en formas de Onda.

Las ecuaciones que nos dicen la forma de propagación de los campos electromagnéticos consideran que los medios son lineales, isotrópicos y homogéneos. Cuando consideramos un medio lineal nos referimos a que la permitividad no depende de la magnitud o el nivel del campo eléctrico y la permeabilidad no depende de la magnitud ni el nivel del campo magnético. Isotrópico se refiere a que la densidad del flujo eléctrico es paralela al campo eléctrico y a la densidad del flujo magnético.

Nuestro principal interés se centrara desde el punto de vista sinusoidal, el estudio de la distancia y el tiempo y la relación que esto tiene con las ondas.

Para empezar γ es la constante propagación, ésta se divide en dos partes, parte real y parte imaginaria como se muestra en la ecuación 1.1a:

$$\gamma = \alpha + j\beta \quad \text{Ecuación 1.1a}$$

A la parte real se le conoce como α que es la constante de atenuación y a la parte imaginaria se le conoce como β que es la constante de fase. Estas se calculan como se muestra en la ecuación 1.1b:

$$\gamma = \sqrt{j\omega\mu(\sigma + j\omega\varepsilon)} \quad \text{Ecuación 1.1b}$$

Las ecuaciones en el dominio del tiempo, se dan en forma sinusoidal como se muestran en las ecuaciones 1.2a para el campo eléctrico y 1.2b para el campo magnético:

$$Ex = Em\cos(\omega t + \beta z + \theta) \quad \text{Ecuación 1.2a}$$

$$Hy = \frac{Em}{\eta}\cos(\omega t + \beta z + \theta) \quad \text{Ecuación 1.2b}$$

Aquí se muestra como se ven las ondas en t = 0 para el campo eléctrico y el magnético. En esta gráfica se muestran los dos campos del mismo tamaño ya que es sólo una gráfica demostrativa.

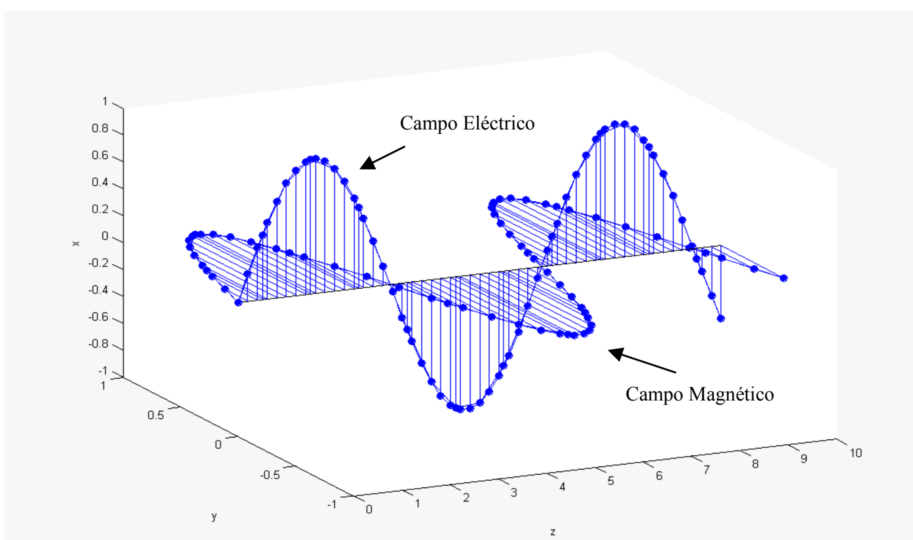

Figura 1.1. Campo eléctrico y magnético propagándose.

En la figura 1.1 se muestra el campo eléctrico que tiene su amplitud en el eje x y el campo magnético que tiene su amplitud en el eje y, y todo esto se propaga en dirección z, que en este caso es la distancia.

1.2 Ondas planas uniformes.

Las ondas planas uniformes, primero que nada se debe de definir que es una onda plana uniforme. El término plana nos indica que los campos vectoriales E y H están sobre un plano en cada punto del espacio. El término uniforme nos indica que los fasores de los campos vectoriales tanto el de magnitud, como el de fase son independientes de las posiciones en cada uno de estos planos [3].

Aparte de la constante de propagación, también existe otro factor que también depende de las características del medio en el que se encuentran las ondas y afecta a éstas, las modifica, se le conoce como impedancia intrínseca del medio.

$$\eta = \sqrt{\frac{j\omega\mu}{\sigma + j\omega\varepsilon}} \quad \text{Ecuación 1.3a}$$

En la ecuación 1.3a se puede ver como se calcula la impedancia intrínseca del medio. Esta también puede constar de 2 partes, que son la magnitud y el ángulo. Estos valores afectan directamente al campo magnético.

$$\eta\angle\theta\eta \quad \text{Ecuación 1.3b}$$

1.3 Propagación en medios sin pérdidas.

Tener un medio sin pérdidas significa que no existe la conductividad en ese medio, o sea que la conductividad es cero.

Las condiciones que se dan en este medio son las que se muestran en las ecuaciones 1.4a y1.4b:

$$\alpha = 0 \text{ Ecuación 1.4a}$$

$$\beta = \omega\sqrt{\mu\varepsilon} \text{ Ecuación 1.4b}$$

La impedancia intrínseca se vuelve un número real.

$$\eta = \sqrt{\frac{j\omega\mu}{j\omega\varepsilon}} \text{ Ecuación 1.5a}$$

$$\eta = \sqrt{\frac{\mu}{\varepsilon}} \text{ Ecuación 1.5b}$$

Ya que la conductividad se vuelve cero. Por lo tanto sólo tiene una parte real y no parte imaginaria.

La velocidad de fase de la onda se vuelve:

$$\mu = \frac{dz}{dt} = \frac{\omega}{\beta} = \frac{1}{\mu\varepsilon} \text{ Ecuación 1.6}$$

En la ecuación 1.7 se puede observar la ecuación, que nos dice como se propaga el campo eléctrico:

$$Ex = Em\cos(\omega t - \beta z + \theta) \text{ Ecuación 1.7}$$

En la ecuación 1.8 podemos observar la ecuación que nos dice como se comporta el campo magnético:

$$Hy = \frac{Em}{\eta}\cos(\omega t - \beta z + \theta) \text{ Ecuación 1.8}$$

Consideraciones para la propagación en el espacio libre [4]:

$$\mu_0 = 4\pi x 10^{-7} \text{ H/m Permeabilidad en el espacio libre}$$

$$\varepsilon_0 = \frac{1}{36\pi} x 10^{-9} \text{ F/m Permitividad en el espacio libre}$$

$$v_0 = 3x10^{8} \text{ m/s Velocidad de Propagación en el espacio libre}$$

Para cualquier otro tipo de material $\varepsilon = \varepsilon r \varepsilon_0$ y $\mu = \mu r \mu_0$

$$\mu = \sqrt{\frac{v_0}{\mu r \varepsilon r}} \text{ m/s} \quad \text{Ecuación 1.9}$$

$$\eta = \eta_0 \sqrt{\frac{\mu r}{\varepsilon r}} \ \Omega \quad \text{Ecuación 1.10}$$

$$\beta = \beta_0 \sqrt{\mu r \varepsilon r} \text{ rad/m} \quad \text{Ecuación 1.11}$$

$$\lambda = \frac{\lambda_0}{\sqrt{\mu r \varepsilon r}} \text{ m} \quad \text{Ecuación 1.12}$$

1.4 Propagación en medios con pérdidas.

Un medio con pérdidas existe, cuando hay conductividad aunque sea mínima, y como existe conductividad dentro de este medio, la onda va a cambiar a consecuencia de esto. Debemos dejar bien claro que existen dos diferencias muy notables entre las ondas planas uniformes en medios sin pérdidas y en las que se propagan en medios con pérdidas. La primera diferencia es que la parte real de la constante de propagación se vuelve distinta de cero.

Y por lo tanto se divide en 2 como se muestra en las ecuaciones 1.13a y 1.13b:

$$\gamma = \sqrt{j\omega\mu(\sigma + j\omega\varepsilon)} \quad \text{Ecuación 1.13a}$$

$$= \alpha + j\beta \quad \text{Ecuación 1.13b}$$

Podemos ver que la γ se dividió en 2 partes su parte real α se le conoce como constante de atenuación esta dada en Np/m y su parte imaginaria β que se le conoce como constante de fase y esta dada en rad/m.

La otra diferencia es la impedancia intrínseca, esta para medios con pérdidas también se vuelve compleja y no tiene los mismos valores que para un medio sin pérdidas. La impedancia intrínseca se calcula de la siguiente manera:

$$\eta = \sqrt{\frac{j\omega\mu}{\sigma + j\omega\varepsilon}} \quad \text{Ecuación 1.14a}$$

$$\eta = \eta\angle\theta\eta \quad \text{Ecuación 1.14b}$$

Ahora la ecuación de onda, se muestra en la ecuación 1.15a y en la ecuación 1.15b para el caso de medios con pérdidas:

$$Ex = Eme^{-\alpha z}\cos(\omega t - \beta z + \theta) \quad \text{Ecuación 1.15a}$$

$$Hy = \frac{Em}{\eta}e^{-\alpha z}\cos(\omega t - \beta z + \theta + \theta\eta) \quad \text{Ecuación 1.15b}$$

1.5 Polarización de las ondas planas uniformes.

Existen varias maneras conocidas en las cuales se pueden polarizar a las ondas planas uniformes y este capítulo hablará de éstas en el dominio del tiempo, así como de las formas de polarización más comunes que existen.

1.5.1 Polarización transversal eléctrica.

Este modo se da cuando la amplitud del campo eléctrico se encuentra en el eje x y la amplitud del campo magnético se encuentra en el eje y. La ecuación 1.16a describe el comportamiento del campo eléctrico y la ecuación 1.16b el comportamiento del campo magnético.

$$Ex = Em\cos(\omega t - \beta z) \quad \text{Ecuación 1.16a}$$

$$Hy = \frac{Em}{\eta}\cos(\omega t - \beta z) \quad \text{Ecuación 1.16b}$$

1.5.2 Polarización transversal magnética.

Este modo se da cuando la amplitud del campo magnético se encuentra en el eje x y la amplitud del campo eléctrico se encuentra en el eje y. Las ecuaciones para este tipo de modo se muestran a continuación:

$$Ey = Em\cos(\omega t - \beta z) \quad \text{Ecuación 1.17a}$$

$$Hx = \frac{Em}{\eta}\cos(\omega t - \beta z) \quad \text{Ecuación 1.17b}$$

1.5.3 Polarización lineal.

Para este tipo de polarización existen dos casos que se tratarán a continuación y estos casos son polarización lineal con pendiente de 45° y polarización lineal con pendiente distinta de 45°.

1.5.3.1 Polarización lineal con pendiente de 45°.

Para poder ver este tipo de polarización se tienen que considerar las ecuaciones 1.18a y 1.18b en las cuales se describe el campo eléctrico y magnético, pero estos tienen dos componentes, una en el eje x y otra en el eje y.

$$E = Em_1 \cos(\omega t - \beta z)ax + Em_1 \cos(\omega t - \beta z + \theta)ay \quad \text{Ecuación 1.18a}$$

$$H = \frac{Em_1}{\eta}\cos(\omega t - \beta z)ay - \frac{Em_1}{\eta}\cos(\omega t - \beta z + \theta)ax \quad \text{Ecuación 1.18b}$$

Como se puede ver la amplitud se mantiene constante en los dos casos ya que solo existen una sola Em_1 en ambos ejes y como $\theta = 0$ no existe defasamiento.

1.5.3.2 Polarización lineal con pendiente distinta a 45°.

Para este caso se consideran las ecuaciones 1.19a y 1.19b:

$$E = Em_1 \cos(\omega t - \beta z)ax + Em_2 \cos(\omega t - \beta z + \theta)ay \quad \text{Ecuación 1.19a}$$

$$H = \frac{Em_1}{\eta}\cos(\omega t - \beta z)ay - \frac{Em_2}{\eta}\cos(\omega t - \beta z + \theta)ax \quad \text{Ecuación 1.19b}$$

En este caso se puede ver como la amplitud para el eje x es distinta a la amplitud considerada para el eje y, tanto en el campo eléctrico como en el campo magnético, también otra de las condiciones para que exista este tipo de polarización es que de nuevo $\theta = 0$ y tampoco existe defasamiento en este otro caso particular.

1.5.4 Polarización circular.

En este caso las ecuaciones cambian ya que tiene que haber un defasamiento en sus campos eléctricos, ya que para este tipo de polarización existe la amplitud de un campo eléctrico en el eje x y otra con amplitud en el eje y, propagándose en dirección z. Como se puede ver en la ecuación 1.20a se refiere a el campo eléctrico y la ecuación 1.20b se refiere a el campo magnético.

$$E = Em_1 \cos(\omega t - \beta z)ax + Em_1 \cos(\omega t - \beta z + \theta)ay$$ Ecuación 1.20a

$$H = \frac{Em_1}{\eta}\cos(\omega t - \beta z)ay - \frac{Em_1}{\eta}\cos(\omega t - \beta z + \theta)ax$$ Ecuación 1.20b

Ahora para este tipo de polarización lo que se hace es un defasamiento entre los campos de 90°. Las amplitudes tanto en el eje x y como en el eje y se conservan iguales. En los respectivos casos de campo eléctrico y campo magnético.

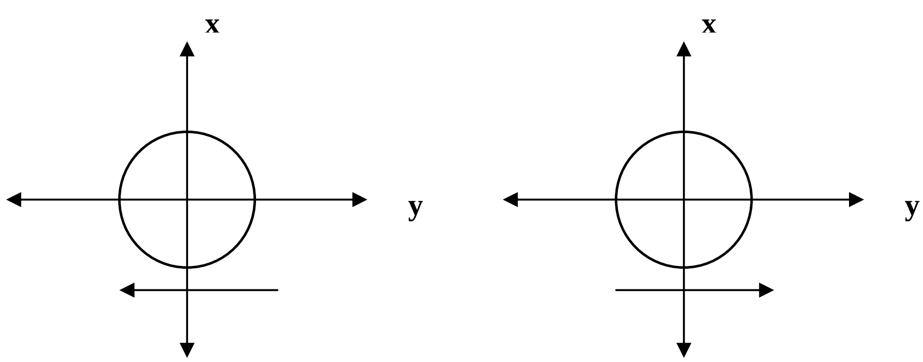

Figura 1.2. Muestra en el lado izquierdo la polarización de la mano derecha y en el lado derecho la polarización de la mano izquierda.

Como se puede ver en la figura 1.2 existen dos formas en las que se pueden mover los campos eléctricos y magnéticos, polarización circular de mano derecha, ésta se da cuando el defasamiento es de θ= - 90°, y para la polarización circular de mano izquierda es de θ=90°.

1.5.5 Polarización elíptica.

En la polarización elíptica las fórmulas en el dominio del tiempo se conservan de manera muy parecida a las de la polarización circular, pero existe un cambio el cual se mostrará en las ecuaciones 1.21a y 1.21b.

$$E = Em_1 \cos(\omega t - \beta z)ax + Em_2 \cos(\omega t - \beta z + \theta)ay \quad \text{Ecuación 1.21a}$$

$$H = \frac{Em_1}{\eta}\cos(\omega t - \beta z)ay - \frac{Em_2}{\eta}\cos(\omega t - \beta z + \theta)ax \quad \text{Ecuación 1.21b}$$

Como se puede ver en estas ecuaciones, el cambio que hubo fue la amplitud, ya que ahora estamos trabajando con dos amplitudes distintas Em1 y Em2, estos es lo que le da su forma característica a la polarización elíptica, sigue existiendo el defasamiento en θ de 90°.

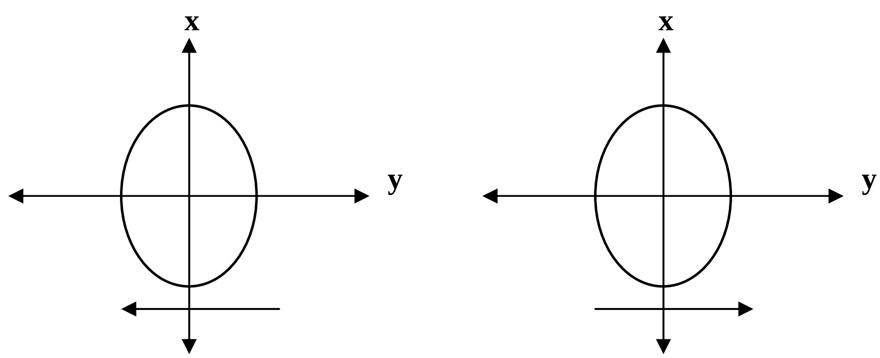

Figura 1.3. Muestra en el lado izquierdo la polarización de la mano derecha y en el lado derecho la polarización de la mano izquierda.

Igual que en la polarización circular, en la figura 1.3 podemos ver que existen dos tipos de movimiento, en sentido de las manecillas del reloj, que es conocida como la polarización en este caso elíptica de la mano derecha, θ = -90°, y la polarización elíptica de la mano izquierda donde θ = 90° [5].