

Capítulo III. Circuito magnético con entrehierro

3.1. Descripción general

En ocasiones se pueden presentar núcleos con entrehierros. El entrehierro es necesario para evitar saturación para determinada inductancia. Estos núcleos, al tener dos medios, se les conoce como “estructuras compuestas”. Un ejemplo de un circuito magnético con entrehierro se muestra en la figura 3.1a. El análisis de un núcleo con entrehierro requiere realizar las siguientes suposiciones [11].

1. No existen pérdidas óhmicas en los cables del embobinado.
2. La curva B-H es lineal, donde la permeabilidad del núcleo definida como $\mu_m = \mu_r \mu_0$ es mucho mayor que la del aire ($\mu_m \gg \mu_0$).
3. La longitud media del recorrido del flujo magnético en el núcleo debe de ser mucho mayor que la longitud del entrehierro ($l_m \gg l_g$) y el área de la sección transversal debe de ser mucho mayor que el cuadrado de la longitud del entrehierro ($A \gg l_g^2$).
4. No se considera el efecto marginal, y se considera que el flujo es uniforme en toda la sección transversal del núcleo.

Para un núcleo compuesto, la ley de Ampere se expresa de la siguiente manera:

$$\sum_k H_k l_k = Ni \quad (3.1)$$

donde el subíndice k se refiere al número de medios en el núcleo. Debido a que existen dos medios, el del núcleo y el del aire, la expresión anterior se puede reducir a lo siguiente

$$H_m l_m + H_g l_g = Ni \quad (3.2)$$

donde H_m es la intensidad de campo magnético del núcleo

H_g es la intensidad de campo magnético del entrehierro

l_m es la longitud media del núcleo

l_g es la longitud del entrehierro

N es el número de vueltas del embobinado

i es la corriente que fluye por el cobre

La fuerza magnetomotriz es $\mathcal{F} = Ni$, y el medio del núcleo y el medio del entrehierro pueden ser representados por sus respectivas reluctancias. El circuito magnético equivalente se muestra en la figura 3.1b.

El valor de las reluctancias \mathcal{R}_m y \mathcal{R}_g son calculadas por separado, considerando la longitud media del núcleo, el área de sección transversal y la permeabilidad de la ferrita para la primera, y la longitud l_g del entrehierro, el área sin considerar un posible efecto marginal y la permeabilidad del medio (aire) para la segunda.

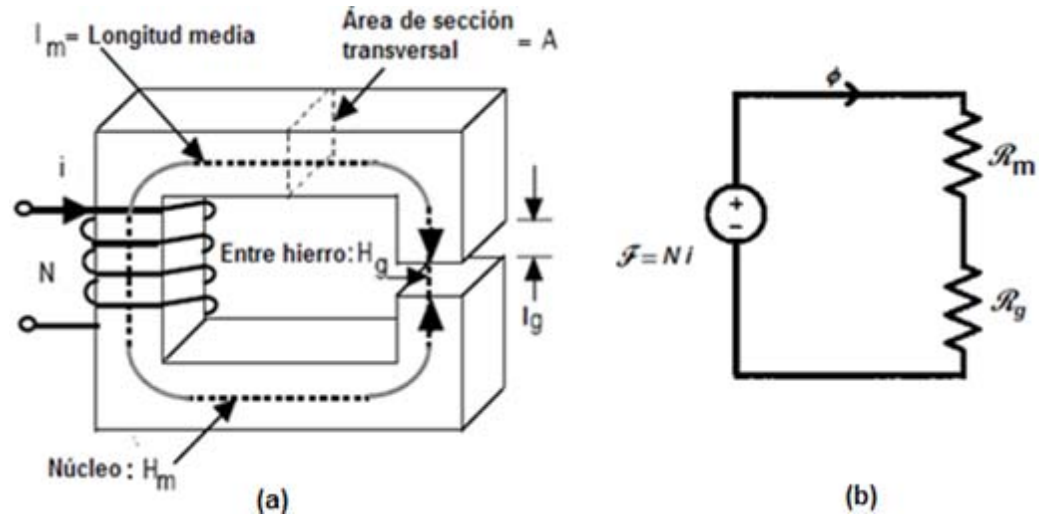


Figura 3. 1 (a) Circuito magnético con entrehierro (b) Análogo eléctrico [11]

Debido a la condición de flujo continuo, podemos establecer que la densidad de flujo magnético por unidad de área del núcleo ($B_m A_m$) es igual a la del aire ($B_g A_g$), tal como se indica en la siguiente expresión

$$B_m A = B_g A = \phi \quad (3.3)$$

Donde B_m es la densidad de flujo magnético del núcleo

B_g es la densidad de flujo magnético en el entrehierro

Al encontrarnos en la región lineal de la curva B-H (ver figura 2.3) podemos expresar a la densidad de flujo magnético en términos de la intensidad de campo magnético de la siguiente manera

$$\mu_m H_m = B_m \quad (3.4)$$

y

$$\mu_0 H_g = B_g \quad (3.5)$$

Si despejamos la intensidad de campo magnético H_m y H_g de las ecuaciones (3.3) y (3.4), y sustituimos en la ecuación (3.2), obtendremos lo siguiente

$$\frac{B_m}{\mu_m} l_m + \frac{B_g}{\mu_0} l_g = Ni \quad (3.6)$$

Sabiendo que $B_m = B_g$ podemos agrupar y despejar B_m (o B_g) considerando que esta densidad de flujo magnético es menor a la densidad de flujo magnético de saturación B_s , de la curva de magnetización, figura 2.3. Al agrupar B_m obtenemos la siguiente expresión

$$B_m \left(\frac{l_m}{\mu_m} + \frac{l_g}{\mu_0} \right) = Ni \quad (3.7)$$

Al despejar la densidad de flujo magnético B_m y sustituirla en la ecuación (3.3) obtendremos lo siguiente

$$B_m = \frac{Ni}{l_m/\mu_m + l_g/\mu_0} = \frac{\phi}{A} \quad (3.8)$$

La expresión anterior para la densidad de flujo magnético es muy importante, ya que nos dice que para determinado ampere-vuelta, la densidad de flujo de un núcleo con entrehierro será menor que la densidad de un núcleo sin entrehierro. Esto quiere decir que la densidad de flujo magnético de saturación es menor para el caso del núcleo con entrehierro. La introducción de un entrehierro en un circuito magnético proporciona una menor pendiente a la curva de magnetización, reduciendo la posibilidad de saturación para fuerzas magnetomotrices mayores. Esto se aprecia en la figura 3.2.

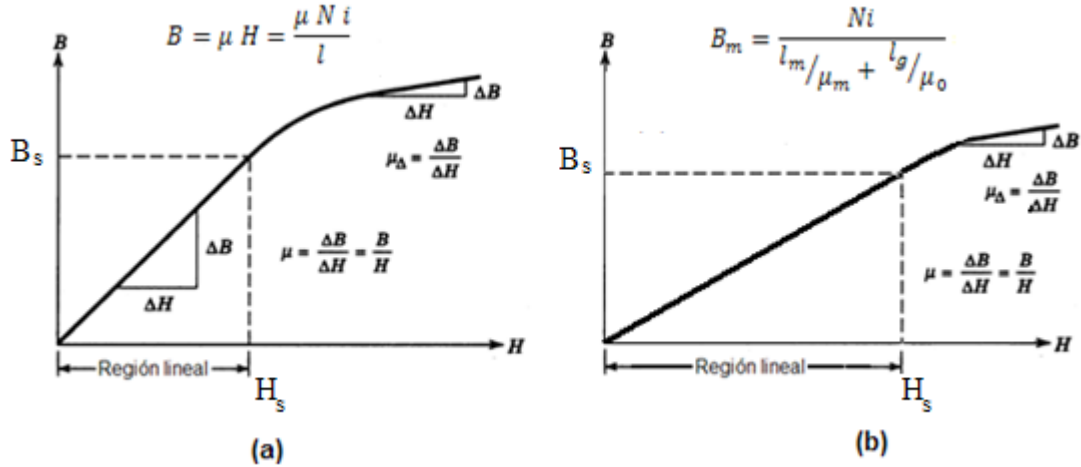


Figura 3. 2 (a) Relación B-H para núcleo sin entrehierro. (b) Relación B-H para núcleo con entrehierro

Si sustituimos el flujo magnético ϕ de la ecuación (3.8) en la ecuación (2.15) obtendremos que la inductancia esta dada por

$$L = \frac{N^2 A}{l_m/\mu_m + l_g/\mu_0} \quad (3.9)$$

Si igualamos esta última ecuación con la ecuación (2.16) podemos identificar el valor de la reluctancia \mathcal{R} , tal como se indica

$$L = \frac{N^2 A}{l_m/\mu_m + l_g/\mu_0} = \frac{N^2}{\mathcal{R}}$$

Y al despejar y manipular los términos obtenemos que la reluctancia esta dada por

$$\mathcal{R} = \frac{l_m}{\mu_m A} + \frac{l_g}{\mu_0 A} \quad (3.10)$$

$$\mathcal{R} = \mathcal{R}_m + \mathcal{R}_g \quad (3.11)$$

donde \mathcal{R} es la reluctancia equivalente del circuito magnético de la figura 3.1a obtenida de la suma de las reluctancias R_m y R_g de la figura 3.1b.

De esta manera obtenemos un valor de reluctancia igual a la suma de la reluctancia del núcleo y la reluctancia del entrehierro, tal como lo indica el circuito magnético de la figura 3.1b.

3.2. Permeabilidad efectiva

Para los núcleos de ferrita comerciales, los fabricantes proporcionan una serie de valores que son útiles para la fabricación e implementación de inductores y transformadores. Los parámetros típicos de la hoja técnica de algún núcleo son

Factor de núcleo (*Core Factor*): $\Sigma(l_e/A_e)$

Longitud efectiva: l_e

Área efectiva: A_e

Permeabilidad inicial: μ_i

Permeabilidad efectiva: μ_e

Factor de Inductancia: $AL = \frac{\mu_0 \mu_e}{\Sigma(l_e/A_e)}$

El factor de núcleo $\Sigma(l_e/A_e)$ es la razón que existe entre la longitud media del núcleo y el área de sección transversal efectiva. La longitud efectiva es la longitud del recorrido del flujo magnético en una sola mitad del núcleo. El área efectiva A_e es el área

de sección transversal de todo el núcleo. La permeabilidad inicial μ_i es la permeabilidad relativa del material. El factor de inductancia AL es el recíproco de la reluctancia para determinado valor de permeabilidad efectiva. Cuando existe entrehierro, la permeabilidad efectiva nos proporciona un valor con el cual podemos considerar a todo el núcleo con entrehierro como una pieza sólida (no estructura compuesta) de permeabilidad μ_e .

El concepto de permeabilidad relativa lo podemos observar de la figura 3.3a, donde un núcleo magnético como el de la figura 3.1 que está compuesto por dos medios, el núcleo y el entrehierro, se representa por medio de su análogo eléctrico. Si simplificamos este circuito obtendremos un equivalente como el que muestra la figura 3.3b.

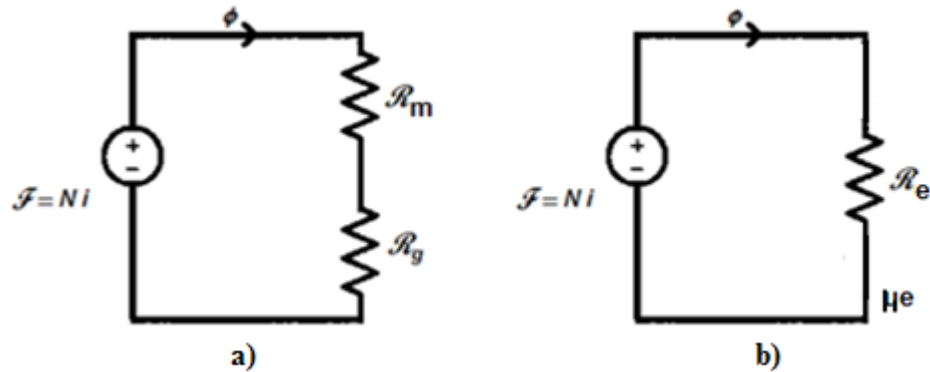


Figura 3. 3 (a) Análogo circuito eléctrico de núcleo compuesto. (b) Reluctancia equivalente considerando permeabilidad relativa

Esta reluctancia equivalente \mathcal{R}_e tiene la forma dada por la ecuación (3.11). Si quisiéramos expresar a la suma de ambas reluctancias, como una única reluctancia de permeabilidad efectiva μ_e se propone la siguiente expresión para la reluctancia del núcleo con entrehierro visto como una sola pieza sólida

$$\mathcal{R}_e = \frac{l_m}{\mu_0 \mu_e A} \quad (3.12)$$

donde \mathcal{R}_e corresponde a la reluctancia del núcleo compuesto, visto como un núcleo no compuesto. Si igualamos la expresión anterior con la ecuación 3.10 se obtiene

$$\mathcal{R}_e = \frac{l_m}{\mu_0 \mu_e A} = \frac{l_m}{\mu_m A} + \frac{l_g}{\mu_0 A}$$

Si factorizamos el área A podremos eliminarla de la igualdad y despejando $\mu_0 \mu_e$ se obtiene

$$\mu_0 \mu_e = \frac{l_m}{\frac{l_m}{\mu_m} + \frac{l_g}{\mu_0}}$$

Factorizando en el denominador el término $\mu_m \mu_0$ podemos simplificar la expresión de la siguiente manera

$$\mu_0 \mu_e = \frac{l_m \mu_m \mu_0}{\mu_0 l_m + \mu_0 l_g}$$

De esta manera podemos eliminar el término μ_0 , y si multiplicamos por $1/l_m$ tanto el numerador como el denominador obtendremos lo siguiente

$$\mu_e = \frac{\mu_m}{\mu_0 + \frac{\mu_0 l_g}{l_m}}$$

Podemos simplificar la última expresión para obtener una forma aún mas simplificada si recordamos que $\mu_m = \mu_r \mu_0$, por lo que obtendremos la expresión siguiente

$$\mu_e = \frac{\mu_r}{1 + \frac{\mu_r l_g}{l_m}} \quad (3.13)$$

donde μ_e es la permeabilidad relativa del núcleo visto como una sola pieza

μ_r permeabilidad relativa sin entrehierro

l_g longitud del entrehierro

l_m longitud efectiva del núcleo.

3.3. Circuito magnético para núcleo tipo E

La ecuación (3.13) funciona únicamente para un circuito magnético como el de la figura 3.1. Sin embargo, se puede obtener a partir del mismo análisis una ecuación similar para el núcleo tipo E, figura 3.4a. Para esto se supondrá que el núcleo es simétrico y que las áreas de sección transversal de cada pierna son iguales. Este circuito magnético se puede representar por medio de su análogo eléctrico, figura 3.4b, donde la reluctancia R_m es la reluctancia de cada uno de los recorridos de los flujos magnético ϕ_1 , ϕ_2 , ϕ_3 . La reluctancia R_g corresponde a la reluctancia del entrehierro.

El circuito de la figura 3.4b se reduce posteriormente al equivalente mostrado en la figura 3.4c. Este circuito eléctrico tiene la forma del circuito eléctrico obtenido en la figura 3.3b, solo que cada reluctancia esta multiplicada por un factor de 3/2. La reluctancia equivalente para el núcleo tipo E es

$$\mathcal{R}_E = \frac{3}{2} \mathcal{R}_m + \frac{3}{2} \mathcal{R}_g \quad (3.14)$$

$$\mathcal{R}_E = \frac{3}{2} \left(\frac{l_m'}{\mu_m A} + \frac{l_g}{\mu_0 A} \right) \quad (3.15)$$

$$l_m' = \frac{(L_3 + L_4 + L_5 + L_6) + (L_{10} + L_9) + (L_1 + L_2 + L_7 + L_8)}{3} \quad (3.16)$$

Donde \mathcal{R}_E es la reluctancia equivalente del circuito magnético, figura 3.4a.

l_m' es el promedio de las tres longitudes de cada recorrido de los flujos ϕ_1 ,

ϕ_2 , ϕ_3

l_g es la longitud del entrehierro

μ_m es la permeabilidad del núcleo sin entrehierro ($= \mu_r \mu_0$)

A es el área de sección transversal efectiva proporcionada en hojas técnicas

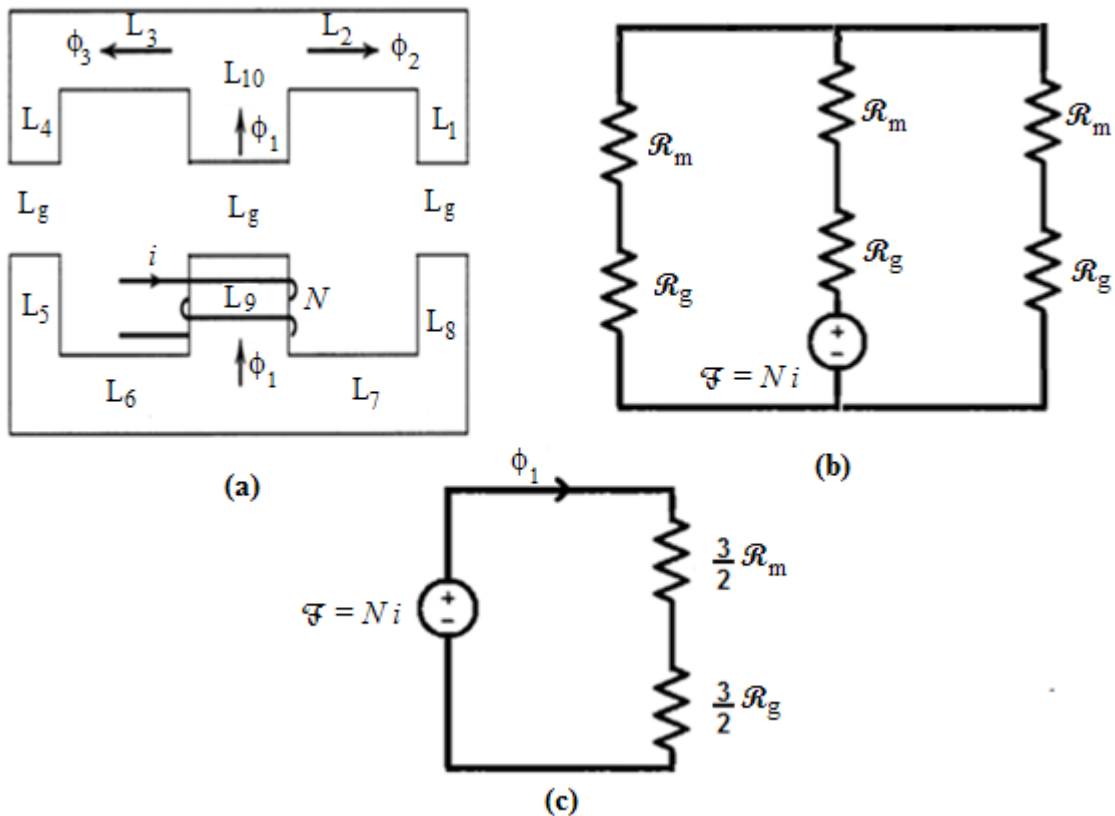


Figura 3.4 (a) Circuito magnético con entrehierro con núcleo tipo E. (b) Análogo eléctrico. (c) Análogo eléctrico reducido. [11]

La ecuación (3.16) la podemos considerar una aproximación, ya que estamos asumiendo que las áreas de sección transversal de cada una de las longitudes L_1 a L_{10} de la figura 3.4a son iguales, y que por cada recorrido de flujo magnético obtenemos una reluctancia del mismo valor, expresada por Rm en la ecuación (3.15), aunque sabemos que no es cierto, ya que el flujo ϕ_2 y el flujo ϕ_3 recorren un mayor camino que el flujo ϕ_1 . El flujo ϕ_2 recorre la longitud L_3 y L_6 adicionalmente a las longitudes L_4 y L_5 , que son iguales a las longitudes L_{10} y L_9 del flujo ϕ_1 .

Al tener esta reluctancia multiplicada por un factor de 3/2, se encontró que al realizar el mismo análisis del núcleo de la figura 3.3, la permeabilidad efectiva de este tipo de núcleo esta dado por

$$\mu_E = \frac{2}{3} \left(\frac{\mu_r}{1 + \mu_r l_g / l_m'} \right) \quad (3.17)$$

Podemos obtener el valor de la inductancia L para el núcleo E de la figura con entrehierro de la figura 3.4a si expresamos a la reluctancia del núcleo de la siguiente manera

$$\mathcal{R}_E = \frac{l_m'}{\mu_0 \mu_e A} \quad (3.18)$$

Y posteriormente

$$L = \frac{N^2}{\mathcal{R}_E} \quad (3.19)$$

De esta manera, obtendremos el valor de la inductancia en términos de la permeabilidad efectiva calculada por medio de la ecuación (3.16).

El análisis efectuado en el presente capítulo proporciona una serie de expresiones para circuitos magnéticos con entrehierro. La ecuación propuesta para la inductancia se obtiene a partir del cálculo de la reluctancia con entrehierro, el cual es la distancia de transmisión deseada. Como ya se mencionó, la inductancia de la red de carga (L_m) del convertidor clase E es la inductancia magnetizante del modelo del transformador propuesto, y a partir de la ecuación (3.19) se podrá determinar el número de vueltas necesarias para determinado valor de inductancia.

El cálculo de la reluctancia se obtuvo a partir del núcleo tipo E, sin embargo se observó que se puede extender como una aproximación para el núcleo de tipo RM (ver Apéndice D).