CAPÍTULO 2

COHERENCIA ÓPTICA Y ESPECTRO

2.1 Coherencia óptica

La aleatoriedad de la luz puede ser debido al medio en que se propague o a la fluctuación de emisión de los diferentes átomos que la forman, incluso puede deberse a todas las barreras que debe atravesar [13]. Un ejemplo de luz no coherente, es la luz natural, ya que su emisión se conforma por un gran número de fotones que irradian independientemente unos de los otros a diferentes frecuencias con diferentes fases [11].

Para diferenciar entre señales luminosas aleatorias, se necesitan de herramientas estadísticas para pasar de observaciones cualitativas a cuantitativas en relación a señales de luz; obtendremos entonces el promedio estadístico que nos ayuden a determinar medidas y concretar un comportamiento, que aunque sea aleatorio, tienen un número específico de comportamiento característico[11].

Basados en lo anterior, podemos definir que la luz debido a sus características estadísticas, se clasifica en: coherente, no coherente o parcialmente coherente. Este análisis estadístico se realiza en el dominio temporal y en el frecuencial [11].

Para poder considerar una fuente de luz como coherente, las ondas que la conforman deben estar en fase unas con otras, es decir, dos ondas serán coherentes cuando las crestas de una están alineadas con las crestas de la otra; un ejemplo de luz coherente es el láser, que será utilizado para este trabajo debido a dicha característica [15].

Aquella luz considerada no coherente, carece de periodicidad y la ecuación de onda que le definamos, rara vez podrá predecir su comportamiento; por otro lado, una luz coherente es completamente predecible en tiempo y posición.

2.1.1 Tiempo de coherencia

Cuando se habla de coherencia temporal en óptica, se refiere a un concepto que es la autocorrelación de nuestra señal luminosa cuyo único parámetro variable del tiempo, ya que la

función de nuestra onda de luz tiene una posición fija, por lo que *U(r,t)* pasa a ser simplemente *U(t)* y la intensidad de la misma pasa de ser *I(r)* a solo *I*. [12]

Para poder conocer cuantitativamente el comportamiento temporal de nuestra función, utilizamos un promedio estadístico con la función de autocorrelación. Dado que dicha función nos permite comparar las fluctuaciones de la misma señal pero en tiempos distintos, definiremos la autocorrelación en términos de ése retardo en tiempo en la siguiente ecuación:

$$G(\tau) = \lim_{T\to\infty} \frac{1}{2T}\int_{-T}^{T} U^*(t)U(t+\tau)dt. \qquad \text{(ec. 2.1)}$$

La fase de G(τ) será el ángulo entre los fasores de U(t) y U(t+τ) y dependiendo de su valor sabremos si existe o no una correlación entre ellas; por ejemplo si en ángulo entro fasores está entre 0 y 2π, las funciones no están correlacionadas, en cambio, si los fasores de U(t) y U(t+τ) mantienen una relación entre ellos, quiere decir que las funciones sí se correlacionan[12].

Otra manera de expresar lo anterior, es cuando en el caso de la interferencia (ver ecuación 4.5), el término con coseno ($\sqrt{I_1 I_2}\cos(\frac{2\omega d}{c})$) nunca es cero, lo que significará que las dos ondas (aquí nombradas U(t) y U(t+τ)) tienen una relación de fase y frecuencia constante.

La función definida provee de información sobre la intensidad (que ocurrirá en G(0)) y el grado de correlación de la luz estacionaria. Para poder medir el grado de coherencia temporal definiremos una autocorrelación normalizada, (ecuación 2.2a) cuyo valor evaluado en τ nos dará un máximo de 1 para una función con autocorrelación máxima (por ejemplo, luz monocromática) y el valor cero para funciones cuya autocorrelación es mínima (ecuación 2.2b).

$$g(\tau) = \frac{G(\tau)}{G(0)} = \frac{\langle U^*(t)U(t+\tau)\rangle}{\langle U^*(t)U(t)\rangle}\ , \qquad \text{(ec. 2.2a)}$$

$$0 \le |g(t)| \le 1\ . \qquad \text{(ec. 2.2b)}$$

Una manera de definir el tiempo de coherencia, es como el *ancho de la función* $|g(\tau)|$ y corresponde a la ecuación a continuación:

$$\tau_c = \int_{-\infty}^{\infty} |g(\tau)|^2\ d\tau. \qquad \text{(ec. 2.3)}$$

Para luces monocromáticas, el tiempo de coherencia es infinito ya que el valor de |g(τ)| es 1.

Si el valor del retardo (τ) es menor que el tiempo de coherencia (τc), la función está fuertemente correlacionada, si el retardo es mayor que el tiempo de coherencia, la correlación decrece [12].

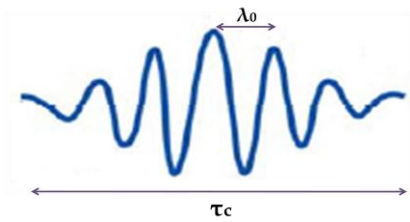

Figura 2.1 Tiempo de coherencia y longitud de onda

2.1.2 Longitud de coherencia

Las condiciones de la fuente de luz en este proyecto, debe ser una longitud de coherencia suficientemente corta para que en todo momento estemos sumando intensidades y no campos.

Existe una relación importante entre longitud y tiempo de coherencia y la autocorrelación de una función óptica. Mientras que la longitud de coherencia está determinada por:

$$l_c = c\tau_c. \qquad \text{(ec. 2.4)}$$

Se considerará una luz como coherente, cuando la distancia $c\tau_c$ sea mucho mayor a las diferencias en las longitudes de camino óptico encontradas.

2.2 Espectro Óptico

Para poder determinar la densidad espectral de potencia de una señal luminosa, primero debemos determinar la densidad espectral de energía de la función de la luz U(t) que existe durante un tiempo T con la transformada de Fourier truncada (ver ecuación 2.5a), lo que nos lleva a la ecuación 2.5b [12]

$$V(v) = \int_{-\frac{T}{2}}^{\frac{T}{2}} U(t)e^{-j2\pi vt}\, dt. \qquad \text{(ec. 2.5a)}$$

$$V_T(v) = \langle |V(v)|^2 \rangle \qquad \text{(ec. 2.5b)}$$

Sabiendo lo anterior, podemos decir, entonces, que la densidad espectral de potencia, es la energía por unidad de tiempo y que podemos expresarla como se muestra en la siguiente ecuación [11]:

$$S(v) = \lim_{T \to \infty} \frac{1}{T} \langle |V(v)|^2 \rangle . \qquad \text{(ec. 2.6)}$$

El valor de la densidad espectral de potencia es un valor diferente de cero para frecuencias positivas, y podemos referirnos a ella como *densidad espectral* o simplemente *espectro* [11]. La ecuación 2.7 representa la densidad espectral de la intensidad que podemos definir por:

$$I = \int_0^\infty S(v)\, dv\ . \qquad \text{(ec. 2.7)}$$

Para objetivos de este proyecto, necesitamos relacionar la intensidad de nuestra señal con la interferencia, debido al tipo de modulación a utilizar (modulación de coherencia luminosa). La relación de ambas se explica en el Capítulo 4.

2.2.1 Ancho espectral y tiempo de coherencia

Cuando relacionamos la densidad espectral de potencia (S (v)) y la coherencia temporal (G(τ)) mediante la transformada de Fourier, el ancho de cada función relacionados inversamente [11]; es decir, una luz con un espectro ancho, tendrá un tiempo de coherencia corto y viceversa.

La manera más usual de relacionar la coherencia temporal y el ancho espectral es a la mitad de su máximo valor (FWHM) debido a que está centrado en una frecuencia v_0. Por otro lado, también depende del perfil del espectro de la fuente. En nuestro caso, utilizaremos una fuente de luz con un ancho espectral definido por una forma Gaussiana, la cual define una relación que se muestra a continuación [11]:

$$\Delta v_{FWHM} = \frac{\sqrt{2ln2/\pi}}{\tau_c} \approx \frac{0.66}{\tau_c}\ . \qquad \text{(ec. 2.8)}$$

Existe otra definición para el ancho espectral que podemos decir, difiere de un factor de entre 1/π a 1 con la ecuación

$$\Delta v_c = \frac{(\int_0^\infty S(v)dv)^2}{\int_0^\infty S^2(v)dv} = \frac{1}{\tau_c}\ . \qquad \text{(ec. 2.9)}$$

Lo que nos indica la ecuación anterior, es la relación inversa que mantienen la densidad espectral de potencia y el tiempo de coherencia. Entre más ancho sea el espectro de nuestra fuente, menor será el tiempo de coherencia.