

## **CAPÍTULO 1**

### **Marco contextual**

#### **1.1 Antecedentes**

En todo el mundo los rellenos sanitarios se han vuelto un problema, los seres humanos generamos demasiada basura y la gran mayoría de ésta es no reciclable. En la actualidad han aparecido diversas técnicas para hacer que los rellenos sanitarios tengan usos aún después de haber sido tapados.

La base del terreno que se utilizará como relleno sanitario se debe acondicionar para evitar filtramientos de líquidos hacia el subsuelo. El recubrimiento superior del relleno sanitario debe evitar que el agua llegue a los niveles inferiores, pero al mismo tiempo debe de permitir la circulación de los gases. [12]

La problemática principal que existe es que los materiales aplicados sobre el relleno sanitario llegan a presentar deslizamientos. Dichos deslizamientos provocan fisuras en la capa de recubrimiento y entonces el agua llega a los niveles inferiores. Estos filtramientos a su vez provocan que la superficie sobre la que se encuentra la edificación se vuelva inestable y en algunos casos llegue a hundirse o a colapsar. [12]

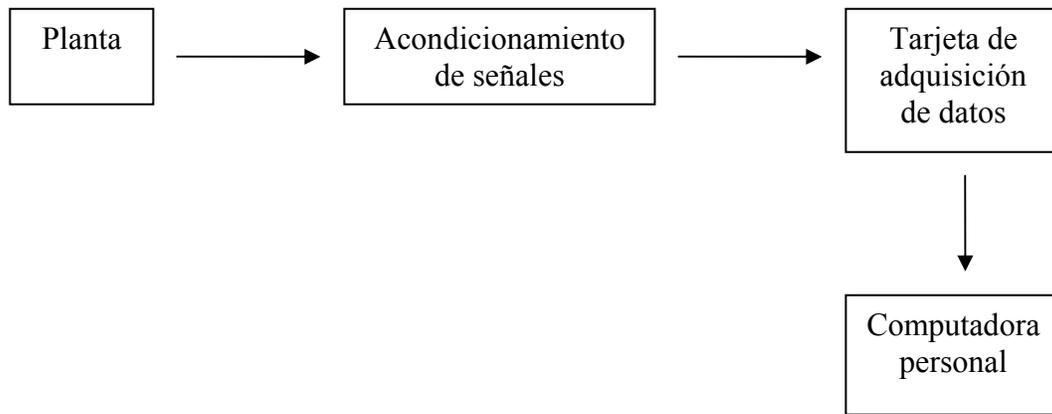
Poder medir el coeficiente de fricción de los materiales y el ángulo máximo al cual se detectó desplazamiento es de vital importancia para diseñar y aplicar los recubrimientos a los rellenos sanitarios. Para esto se utilizarán los datos obtenidos de la instrumentación implementada en la planta. Los resultados serán analizados por el departamento de Ingeniería Civil y Ambiental de la Universidad de las Américas Puebla, la finalidad del proyecto es funcionar como apoyo en el desarrollo académico de los estudiantes de dicha ingeniería.

## 1.2 Descripción del proyecto

El departamento de Ingeniería Civil y Ambiental de la Universidad de las Américas Puebla creó una planta para medir coeficientes de fricción en diversos materiales, esto con el fin de poder hacer análisis y simulaciones para los distintos tipos de recubrimientos utilizados en rellenos sanitarios.

Para este proyecto se instrumentó una pequeña rampa, de 1m de longitud, conocida como “*la planta*”, para capturar mediciones de aceleración, desplazamiento y ángulo de inclinación con respecto a la horizontal en el que se registró el desplazamiento de algún material localizado sobre la propia rampa. Con los datos obtenidos es posible realizar análisis posteriores, a cargo del departamento de Ingeniería Civil y Ambiental de la Universidad de las Américas Puebla, con los cuales obtendrán resultados de interés. Todo el proceso de medición se realizó utilizando una tarjeta de adquisición de datos, la programación se realizó mediante LabVIEW<sup>®</sup> y la interfase es completamente gráfica y de fácil operación. Cabe mencionar que no será necesario tener conocimientos avanzados de electrónica para poder utilizar el programa, está diseñado para ser utilizado por cualquier persona que sepa utilizar una computadora personal con sistema operativo Windows<sup>®</sup>.

En la figura 1.1 se muestra el diagrama del sistema implementado, se puede observar que fue necesario acondicionar las señales antes de ser capturadas por la tarjeta de adquisición de datos. Los resultados de las variables de interés, se muestran mediante dos gráficas en la pantalla principal del instrumento virtual creado en LabVIEW<sup>®</sup>.



**Figura 1.1. Diagrama a bloques del sistema**

En la figura 1.2 se muestra la planta completamente instrumentada y conectada a la tarjeta de adquisición de datos, la cual a su vez lo está a la computadora personal. En la computadora se realiza toda la medición de las variables de interés (inclinación, aceleración y desplazamiento) y se muestran de manera sencilla al usuario.



**Figura 1.2. La “planta” y el sistema de adquisición de datos**

### 1.3 Alcances y limitaciones

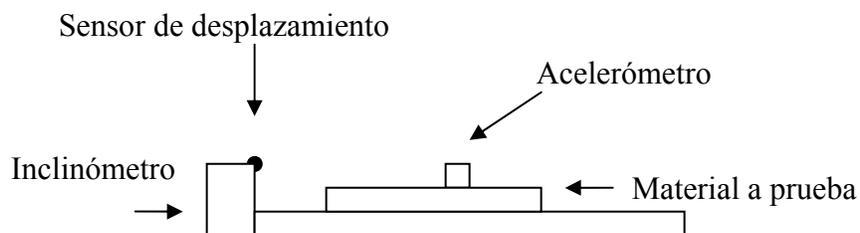
Con esta tesis se puede medir la aceleración, desplazamiento y ángulo de inclinación detectados en un material situado sobre un plano inclinado. La forma en que interactúan el software y hardware hacen que el proceso sea sencillo e intuitivo. El plano inclinado, conocido como la planta, tiene una longitud de 1m y está diseñada para soportar un peso de hasta 200kg, las características adicionales de diseño estuvieron a cargo del departamento de Ingeniería Civil y Ambiental de la Universidad de las Américas Puebla.

Para realizar la captura de las señales provenientes de los sensores se utilizó una tarjeta de adquisición de datos de National Instruments, en concreto el modelo DAQ-6024E. Además para mostrar el valor del ángulo de inclinación también se utilizaron dos displays de 7 segmentos.

En esta tesis no se investigó resistencia de materiales, ni métodos de construcción y/o edificación. El presente trabajo se centró en la instrumentación, incluyendo la selección de los sensores adecuados, el acondicionamiento necesario para las señales y el diseño de la interfase para el usuario.

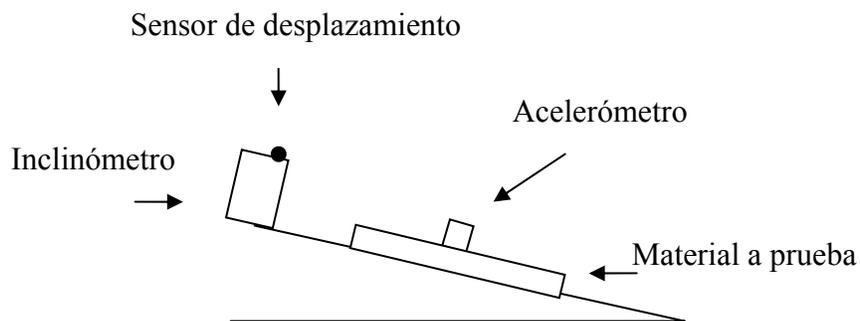
La información de aceleración, desplazamiento e inclinación se muestra mediante 2 gráficas en un programa realizado en LabVIEW<sup>®</sup>, además existen distintos indicadores numéricos para monitorear el valor exacto de las variables en cada momento. Cabe mencionar que con los datos obtenidos de cada uno de los experimentos, es posible calcular el coeficiente de fricción entre el material y la capa de geo-sintético. Dicho cálculo corre a cargo del departamento de Ingeniería Civil de la Universidad de las Américas Puebla, así como cualquier tipo de análisis posterior que se requiera.

En la figura 1.3 se muestra la ubicación de los sensores utilizados para la instrumentación. Cabe mencionar que sobre el material a prueba se encontrará una placa metálica, la cual será utilizada para instalar el acelerómetro y aumentarle peso al sistema mediante discos metálicos.



**Figura 1.3. Ubicación de los sensores instalados**

En la figura 1.4 se muestra el diagrama de la planta al encontrarse sometida a una inclinación.



**Figura 1.4. Diagrama de la planta sometida a inclinación**

## 1.4 Marco teórico

### 1.4.1 Aceleración

Se dice que un objeto cuya velocidad cambia con el tiempo, está acelerado. [1]

Se usa el término de aceleración para referirse a un cambio instantáneo, con frecuencia ocurre que durante el movimiento de un cuerpo, su velocidad cambia en magnitud, en dirección, o en ambas características, se dice entonces que el cuerpo tiene una aceleración. La aceleración de una partícula es la rapidez del cambio de su velocidad con respecto del tiempo. [1]

La aceleración promedio,  $\bar{a}$ , durante el movimiento de un punto ‘A’ hasta otro ‘B’ se define como el cambio de velocidad dividido entre el intervalo de tiempo. Es expresada en unidades de tiempo, como  $m/s^2$  y  $pies/s^2$ . [1]

$$\bar{a} = \frac{v_2 - v_1}{t_2 - t_1} = \frac{\Delta v}{\Delta t} \quad (1.1)$$

La aceleración puede variar en magnitud, dirección o en las dos, en ambos casos se necesita determinar la aceleración del móvil en un tiempo dado, a esto se le llama aceleración instantánea. [1]

La aceleración instantánea, ‘a’, se define como el límite de la aceleración promedio a medida que  $\Delta t$  se aproxima a cero. [1]

$$a = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{dv}{dt} \quad (1.2)$$

Cuando la aceleración es constante, la aceleración instantánea es igual a la aceleración promedio. [2]

Se dice que  $\bar{a}$  es la aceleración promedio debido a que no se conoce la variación temporal de la velocidad durante el intervalo  $\Delta t$ , tan solo se conoce el cambio en la velocidad y el tiempo total transcurrido. [2]

Si una partícula se mueve de tal manera que su aceleración promedio, medida en intervalos de tiempo diferentes, no resulta constante se dice que tiene una aceleración variable, en el caso de que el resultado fuera constante, su aceleración también es constante. [2]

#### 1.4.1.1 Movimiento uniformemente acelerado

Existen muchas situaciones en donde la aceleración es constante, en otros casos la variación de esta es muy pequeña para justificarse como constante. [1]

El movimiento uniformemente acelerado existe cuando la magnitud de la aceleración es constante y el movimiento sigue una trayectoria rectilínea. En este caso la aceleración instantánea y la promedio son iguales. [1]

Para simplificar la notación se considera que el tiempo inicial de cualquier análisis es igual a cero:  $t_1=0$ . Además se elige que  $t_2$  sea igual a  $t$ , es decir al tiempo transcurrido. La posición inicial,  $x_1$ , y la velocidad inicial,  $v_1$ , se representan por  $x_0$  y  $v_0$  respectivamente. Por lo tanto con la ecuación 1.3 se puede conocer la velocidad promedio  $\bar{v}$ .

$$\bar{v} = \frac{x - x_0}{t} \quad (1.3)$$

La aceleración que es constante en el tiempo, se determina con la ecuación 1.4.

$$a = \frac{v - v_0}{t} \quad (1.4)$$

### 1.4.1.2 Caída libre

En cualquier lugar de la Tierra y en ausencia de la resistencia del aire, todos los objetos caen con la misma aceleración constante. A ésta aceleración se le da el nombre de aceleración debida a la gravedad y se denota con el símbolo ‘g’. Su valor aproximado es  $9.80 \text{ m/s}^2$ . En las unidades del sistema británico g es de alrededor de  $32\text{ft/s}^2$ .

En realidad g varía ligeramente de acuerdo con la latitud (debido a la rotación de la Tierra) y con la elevación, pero estas variaciones son tan pequeñas que pueden ignorarse para la mayor parte de los propósitos. Los efectos de la resistencia del aire con frecuencia son pequeños y también se despreciarán. La tabla 1.1 muestra los distintos valores de g en algunos lugares de la Tierra. [1]

Lugar	Altura (m)	g (m/s <sup>2</sup> )
Nueva York	0	9.803
San Francisco	106	9.8
Denver	1646	9.796
Pikes Peak	4297	9.789
Ecuador	0	9.78
Polo Norte	0	9.832

**Tabla 1.1. Aceleración debido a la gravedad en diferentes lugares de la Tierra**

### 1.4.1.3 Aceleración variable

Si se conoce la posición del objeto como una función del tiempo, puede determinarse su velocidad en cualquier instante, midiendo la pendiente de la curva ‘x’ vs. ‘y’ en ese instante, de otra manera podemos obtener la derivada de ‘x’ con respecto a ‘t’ puesto que:

$$v = \frac{dx}{dt}$$
$$\frac{d}{dt}(ct^n) = nct^{n-1}$$

Se puede determinar la aceleración en cualquier instante de tiempo si se conoce la velocidad como una función del tiempo, la aceleración es igual a la pendiente de la curva de 'v' vs. 't', o tomando la derivada de 'v' con respecto a 't':

$$a = \frac{dv}{dt}$$

Si se conoce la aceleración como función de 't', se puede determinar 'v' como función del tiempo; dada 'v' en función de 't' se puede obtener desplazamiento, a partir de la velocidad promedio, tenemos: [1]

$$\Delta x_1 = \bar{v}_1 \Delta t_1$$

El desplazamiento total entre el tiempo  $t_1$  y  $t_2$ , es la suma de los dos desplazamientos sobre todos los subíndices:

$$x_2 - x_1 = \sum_{t_1}^{t_2} \bar{v}_1 \Delta t_1$$

#### 1.4.2 Ultrasonido

Ultrasonido es el término utilizado para referirse a ondas de sonido que son propagadas a una frecuencia mayor a la que puede detectar el oído humano. Tal definición puede ser un poco ambigua ya que dependiendo de la edad, la salud de la persona y otros factores, el rango de frecuencia máxima audible puede ser de 10,000 Hz a 20,000 Hz. [6]

Las ondas ultrasónicas son de la misma naturaleza que las del sonido y por lo tanto se rigen por las mismas leyes de propagación, los límites en las frecuencias ultrasónicas varían entre los 20,000 Hz y 40,000 Hz. [5]

El ultrasonido puede propagarse en gases, líquidos o sólidos, básicamente en cualquier medio que posea características elásticas. En gases y líquidos la vibración de un cuerpo es comunicada al medio y se producen ondas longitudinales. Estas son ondas en las que las oscilaciones de las partículas se realizan en la misma dirección de propagación de la onda. La velocidad, 'v', con la cual una onda ultrasónica viaja a través del material es dependiente de la elasticidad y de la densidad 'ρ' del propio medio y está dada por la ecuación 1.6. [5]

$$v = \sqrt{\frac{K}{\rho}} \quad (1.6)$$

En donde  $K$  es la constante elástica.

La longitud de onda de la onda ultrasónica en un medio está relacionada por la fórmula:

$$u = f\lambda \quad (1.7)$$

Un movimiento oscilatorio puede ser excitado en un cambio de estado de equilibrio de toda una partícula, por la aplicación de cierta fuerza. Si el movimiento oscilante se repite durante cierto intervalo de tiempo con un periodo, 'T', es llamado periodo o movimiento armónico, un valor recíproco de este periodo es la frecuencia, 'f', la cual es definida por el número total de oscilaciones de la onda por unidad de tiempo.

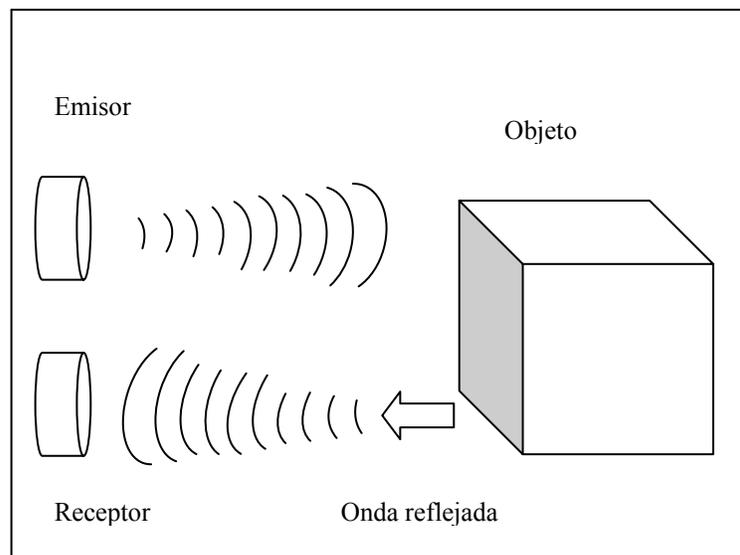
$$f = \frac{1}{T} \quad (1.8)$$

La longitud de onda puede variar a lo largo de varios valores, dependiendo de la frecuencia de la onda generada.

Detectar la posición de un objeto a través de ondas ultrasónicas consiste en medir el tiempo en que una onda emitida rebota en el objeto de interés y posteriormente regresa a

donde se originó dicha onda. A este procedimiento se le conoce como medición de tiempo pulso-eco. [3]

La figura 1.5 ilustra la forma en la que se ubica el emisor y receptor de ondas ultrasónicas. Al momento de generarse una onda de ultrasonido, ésta viaja hasta encontrar un objeto, entonces una parte de la onda es reflejada. El emisor capta la onda reflejada y en base al tiempo que tardó en ser recibida, después de haber sido emitida, se puede realizar el cálculo de la distancia del objeto.



**Figura 1.5. Emisor y receptor de ondas ultrasónicas**

#### 1.4.2.1 Propagación de ondas ultrasónicas en sólidos líquidos y gases.

La velocidad de propagación del sonido depende de los materiales, ya que cualquier alteración en las propiedades del material, en su temperatura, densidad, hace variar esta velocidad. [3]

Todas las ondas están caracterizadas por una longitud de onda, ‘ $\lambda$ ’, una amplitud, ‘ $A$ ’, y una velocidad de propagación, ‘ $c$ ’. La mayor parte de las ondas procesadas están caracterizadas por un parámetro adicional, un periodo de oscilación,  $T$ , una frecuencia,  $f$ , y un ángulo de frecuencia,  $\omega$ . Las cuales se muestran en las siguientes formulas:

$$\lambda = c T \quad (1.9)$$

$$f = 1 / T \quad (1.9a)$$

$$\omega = 2 \pi f \quad (1.9b)$$

#### 1.4.2.1.1 Sólidos

En los sólidos, distintas clases de ondas pueden propagarse con diferentes velocidades, en un medio en donde las dimensiones transversales son considerablemente mas largas que la longitud de onda. [3]

En la tabla 1.2 se muestra la velocidad de propagación en algunos sólidos.

MEDIO	VELOCIDAD DE PROPAGACION ( $m.s^{-1}$ )	
	Longitudinal	transversal
Aluminio	6320	3080
Hielo	3980	1990
Acero	5900-6000	3200
Teflón	1350	-

**Tabla 1.2. Velocidad de propagación en sólidos a una temperatura de 20°C**

#### 1.4.2.1.2 Líquidos

En un líquido puro, la onda ultrasónica longitudinal en movimiento se puede propagar, esta velocidad es dada por:

$$c = \sqrt{\frac{1}{\beta_{ad} \rho}} = \sqrt{\frac{c_p}{c_v} \frac{1}{\beta_{is} \rho}} \quad (1.10)$$

Esta velocidad de propagación depende de la temperatura en los líquidos. Esta dependencia puede ser expresada por la mayoría de los líquidos por la siguiente relación:

$$c = c_0 + \gamma \theta \quad (1.11)$$

Donde:

$\theta = \Theta - \Theta_0$  temperatura (°C)

$c_0$  = velocidad en la temperatura inicial

$\gamma$  = coeficiente de temperatura

Varios líquidos se mantienen constantes a una temperatura de 20°, como la acetona, agua, cloroformo, etanol, entre otros. [3]

Generalmente la velocidad de onda ultrasónica decrece cuando se incrementa la temperatura (excepto en el agua), para el agua la velocidad aumenta cuando se incrementa la temperatura hasta 74°C y posterior a ese valor, decrece. [3]

MEDIO	VELOCIDAD DE PROPAGACION (m.s <sup>-1</sup> )
Acetona	1192
Etanol	1180
Tolueno	1328
Agua	1483

**Tabla 1.3. Velocidad de propagación de ultrasonido en algunos líquidos a temperatura de 20°C**

#### 1.4.2.1.3 Gases

La propagación de la velocidad en los ultrasonidos depende de la temperatura de los gases aunque esta sea muy pequeña. La relación es:

$$c = c_o (1 + \gamma_r \theta) = c_o + \gamma \theta [m.s^{-1}] \quad (1.12)$$

Donde:

$$c_o = \sqrt{\gamma \frac{p_a}{\rho_o}} = \text{propagación de ondas ultrasónicas en gases a } 0^\circ\text{C.}$$

$$\gamma_r = \text{coeficiente de temperatura relativa [K}^{-1}\text{]}$$

$$\gamma = c_o \gamma_r = \text{coeficiente de temperatura absoluta [K}^{-1}\text{]}$$

$$\theta = \Theta - \Theta_o = \text{temperatura}$$

$$\Theta = \text{temperatura absoluta [K]}$$

Cuando la humedad aumenta, la velocidad de propagación aumenta linealmente. En los gases reales la velocidad de propagación puede ser expresada y relacionada con la ecuación 1.13.

$$c = \sqrt{\frac{c_p}{c_v} \frac{p_a}{\rho}} \quad (1.13)$$

En los gases reales la velocidad de propagación depende de la frecuencia, la cual no fue considerada en la ecuación anterior para estos gases, esta dependencia de la frecuencia se explica debido a la dispersión acústica, la cual es influenciada por varios parámetros físicos. [3]

Gas	PROPAGACION DE LA VELOCIDAD (m.s <sup>-1</sup> )
Aire	331
Hidrógeno	1284
Nitrógeno	334
Oxígeno	316

**Tabla 1.4: Velocidad de propagación de ultrasonido en algunos gases a temperatura de 20°C**

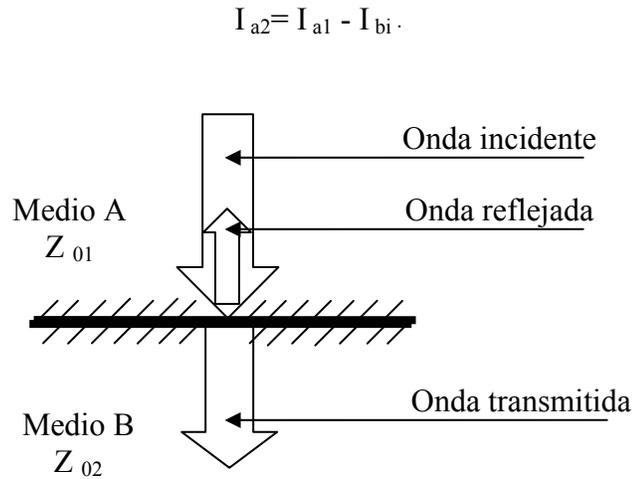
Por lo tanto la velocidad del sonido en el aire seco con una temperatura de 0°C es de 331 m/s, por cada grado que se eleve la temperatura de dicho aire, esta velocidad aumenta aproximadamente en un factor de 0.32 m/s. [6]

#### 1.4.2.2 Reflexión y transmisión de ondas ultrasónicas.

La propagación de ondas ultrasónicas está influenciada por cualquier límite de la superficie, en este límite la onda es reflejada, y en el caso de incidencia oblicua también se refracta. En dicho límite de la superficie es posible aplicar las leyes de la reflexión y la refracción a la onda ultrasónica incidente, como se conoce en la geometría óptica. [3]

Cuando la onda ultrasónica es perpendicular a la superficie, y la onda tiene una resistencia al medio A “Z<sub>01</sub>” y una amplitud “I<sub>a1</sub>” y llega a penetrar a un medio B, esta también lo hace con cierta resistencia de onda “Z<sub>02</sub>” e intensidad “I<sub>b1</sub>”.

La amplitud de la onda reflejada es menor a la de la onda incidente. La figura 1.6 muestra la incidencia perpendicular en dos medios distintos.



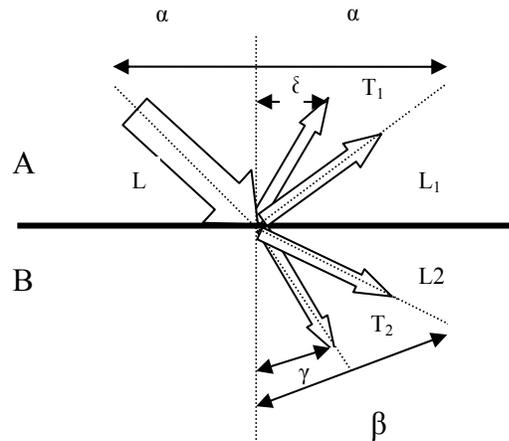
**Figura 1.6. Incidencia perpendicular de una onda ultrasónica en dos medios**

El cociente de la intensidad de la reflexión de la onda,  $I_{a2}$ , y la onda incidente,  $I_{a1}$ , perpendicularmente llamativo sobre el límite de dos medios con resistencias de la onda,  $Z_{01}$ , y  $Z_{02}$ , respectivamente es llamado coeficiente de reflexión. [3]

$$R_0 = \frac{I_{a2}}{I_{a1}} = \left( \frac{Z_{02} - Z_{01}}{Z_{02} + Z_{01}} \right)^2 = \left( \frac{1 - m_z}{1 + m_z} \right)^2 \leq 1 \quad (1.14)$$

#### 1.4.2.3 Refracción de ondas ultrasónicas

El movimiento longitudinal de onda, 'L', actúa en la interfase de dos medios, A y B, con un ángulo  $\alpha$ . Una parte de  $L_1$  se refleja hacia el medio A, y el ángulo de reflexión es igual al ángulo de incidencia. Otra parte del movimiento de onda, L, penetra al medio B, y se refracta dependiendo de la resistencia mutua entre la onda y los medios. [3]



**Figura 1.7: Refracción de una onda ultrasónica dependiendo de su ángulo de incidencia**

La reflexión y la refracción de ondas ultrasónicas son similares en su óptica geométrica.

### 1.4.3 Transductores piezoeléctricos

Los materiales con propiedades piezoeléctricas son por ejemplo el cuarzo, el cual abunda en la naturaleza, generalmente en forma cristalina, estos materiales tienen iones los cuales en su forma cristalina se ven como un enrejado. Dichos iones se ordenan de una manera tal, que si el cristal está deformado los negativos y los positivos cambian de lugar, de modo que cada elemento del cristal adquiere un momento de dipolo eléctrico y una carga eléctrica aparece en el cristal. Este fenómeno es conocido como efecto piezoeléctrico directo. El resultado eléctrico del voltaje del cristal es proporcional a la tensión y depende de la dirección de esta. El inverso del efecto piezoeléctrico es el efecto piezoeléctrico indirecto, es aquel en el que una deformación mecánica se presenta en el cristal al ser sometido a un campo eléctrico. [3]

Dicho efecto piezoeléctrico se puede resumir de la siguiente manera: si el cristal es sometido a una deformación mecánica, aparecerá un voltaje en sus terminales. Pero si al cristal se le aplica un voltaje, entonces sufrirá una deformación mecánica.

La relación entre las propiedades eléctricas y mecánicas de materiales piezoeléctricos se describen por constantes piezoeléctricas. Una deformación,  $\varepsilon$ , conectado con una oscilación de un transductor piezoeléctrico de cuarzo es linealmente proporcional a la intensidad de excitación del campo eléctrico E.

$$\varepsilon = d_{33}E \quad (1.15)$$

La constante piezoeléctrica,  $d_{33}$ , del cuarzo es muy pequeña, este es el coeficiente de acoplamiento electromecánico, k, además tiene una alta fuerza mecánica, una química resistente y las bajas temperaturas que aguanta dependen de las propiedades piezoeléctricas y de esto la resonancia de la frecuencia. [3]

Para materiales cerámicos la ecuación 1.15 cambia un poco. El campo eléctrico, E, se eleva al cuadrado:

$$\varepsilon = d_{33}E^2 \quad (1.15a)$$

Contrariamente a los transductores de cuarzo, la deformación del cristal aumenta cuando aumenta el campo eléctrico al cuadrado. [3]

El efecto piezoeléctrico es empleado para la generación de ondas ultrasónicas. Al cristal se le aplica un voltaje y dicho voltaje ocasiona vibraciones mecánicas. Esas vibraciones se transmiten a través de ondas ultrasónicas, ya sea en el aire, en sólidos o en líquidos.

En transmisores de ultrasonido, un valor bajo para el coeficiente electromecánico de acoplamiento, indica que un valor más alto del voltaje eléctrico debe ser aplicado al transductor para lograr que irradie la misma intensidad de energía ultrasónica. Los transductores con un coeficiente alto k rinden un voltaje eléctrico más alto, y es por lo tanto considerado más sensitivo. [3]

Este coeficiente de acoplamiento  $k$  se define como:

$$k^2 = d_{ik} h_{ik} \quad (1.16)$$

En donde  $d_{ik}$  es un coeficiente piezoeléctrico que denota el efecto piezoeléctrico indirecto. La constante  $h_{ik}$ , es una deformación piezoeléctrica constante que caracteriza al efecto piezoeléctrico directo. [3]