## 2. Mecanismos de transferencia de calor en superficies extendidas conducción-convección.

### 2.1 Transferencia de calor por conducción en superficies extendidas.

Las superficies extendidas son sistemas de transferencia de calor por conducción-convección. La conducción es el mecanismo por medio del cual la energía es transmitida por interacción molecular, así como también por electrones libres, que es más significativo en sólidos metálicos puros. La capacidad de los sólidos para transmitir calor varía de acuerdo a la concentración de electrones libres.

La ecuación que describe este mecanismo de transferencia fue establecida por Fourier:

$$\frac{q_x}{A} = -k\frac{\partial T}{\partial_x} \quad \text{Ecuación 7}$$

Donde $q$ es la rapidez de transferencia de calor en la dirección x, $A$ es el área normal en dirección al flujo de calor, $\partial T \partial / x$ es el gradiente de temperatura en la dirección x y la constante $k$ es la conductividad térmica del material con signo menos para satisfacer el segundo principio de termodinámica. La conductividad térmica involucra la rapidez con que el calor fluirá en el material establecido; cuanto mas rápidamente se muevan las moléculas mas rápidamente transportarán la energía.

Los materiales para construir aletas deben seleccionarse de forma que tengan valores elevados de conductividad térmica (Kreith, 1983).

**Tabla 2.1**. Conductividad Térmica de aluminio puro y sus aleaciones (Holman 1997)

| **Metal** | **Conductividad Térmica**<br>**k**<br>**W / m°C a 20°C** |
|---|---|
| Aluminio puro | 204 |
| Al-Cu (Duraluminio) 94-96% Al, 3-5%% Cu, trazas de Mg. | 164 |
| Al-Si (Siluminio, cobre-portador), 86.5 Al, 1%Cu | 137 |
| Al-Si (Alusil) 78-80 % Al, 20-22% Si | 161 |

## 2.2 Transferencia de calor por Convección.

Cuando un fluido se pone en contacto con una superficie sólida a una temperatura distinta, el proceso resultante de intercambio de energía térmica es un mecanismo de transferencia de calor por convección.

Para expresar el efecto de convección se utiliza la ley de Newton de enfriamiento:

$$q = hA(T_p - T_\infty) \qquad \text{Ecuación 8}$$

El flujo de calor transferido se relaciona con la diferencia de temperaturas en la pared, el fluido y el área *A* de la superficie. El término *h* (coeficiente de transferencia de calor), define la velocidad de transferencia, ésta depende de la geometría de la superficie y la velocidad, así como también de las propiedades físicas del fluido y frecuentemente también de la diferencia de temperaturas.

La transferencia de calor por convección depende de la viscosidad del fluido así como de sus propiedades térmicas (densidad, conductividad térmica, calor específico, etc.).

En la convección están presentes un intercambio de energía molecular o efectos de conducción ya que si el flujo es laminar la transferencia de energía entre la superficie y el fluido es por contacto molecular; si el flujo es turbulento entonces existe mezclado de las partículas de fluido entre regiones a diferentes temperaturas lo que incrementa la rapidez de transferencia de calor (Welty y Colaboradores, 2001)

Existen dos clasificaciones principales de transferencia de calor por convección relacionadas con la fuerza impulsora que causa el flujo del fluido: la convección natural y convección forzada.

## 2.3 Análisis de la capa límite.

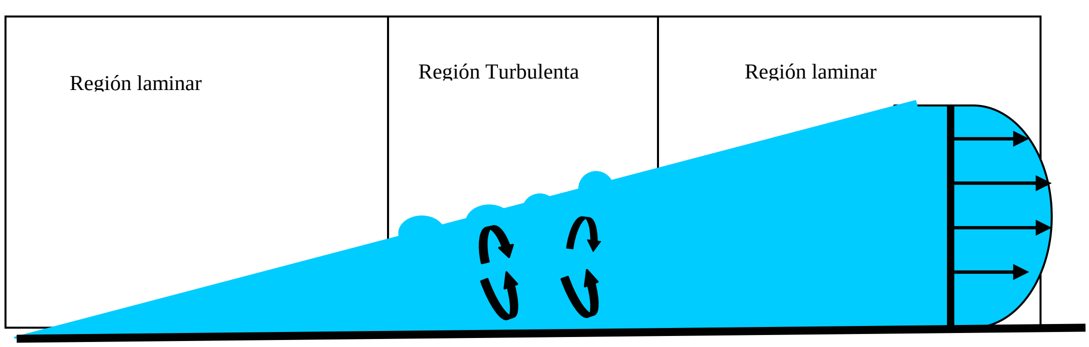


**Figura 2.1.** Esquema de diferentes regiones de flujo en capa límite en una placa plana.

En un flujo sobre una placa plana como la que se muestra en la figura, se desarrolla una región de influencia de fuerzas viscosas, las cuales se describen en términos de esfuerzos cortantes.

A la región de flujo próxima a la placa en donde la velocidad de fluido se ve frenada por las fuerzas de viscosidad se denomina capa límite. Las partículas inmediatamente adyacentes se fijan al sólido. Inicialmente el desarrollo de la capa límite es laminar, pero a una distancia crítica del borde principal, comienzan a amplificarse pequeñas perturbaciones en el fluido y tiene lugar un proceso de transición hasta que el flujo se vuelve turbulento.

La viscosidad relaciona el intercambio de momento y la velocidad a la que se muevan las moléculas a través de las capas de fluido (Holman, 1997).

La distancia medida desde la placa en la zona donde la velocidad alcanza el 99% de la velocidad correspondiente a la corriente libre se designa como espesor de la capa límite y la región que hay más allá de este punto se denomina régimen de flujo potencial o no perturbado.

El espesor de la capa crece al aumentar la distancia respecto al borde de ataque y a cierta distancia crítica los efectos de inercia llegan a ser grandes en comparación con la acción amortiguadora de viscosidad formando perturbaciones en el flujo. Es entonces cuando se da la transición entre flujo laminar y turbulento. En el intervalo turbulento el perfil de velocidades en la capa límite es aproximadamente parabólico.

La capa límite hidrodinámica definida anteriormente, es la región de flujo en donde se sienten las fuerzas viscosas; la capa límite térmica es aquella región donde los gradientes de temperatura están presentes. Estos gradientes son resultado del proceso de intercambio de calor entre el fluido y la pared.

### 2.4 Parámetros en la transferencia de calor por convección.

El número adimensional Prandtl ($Pr = \nu/\alpha$) relaciona los espesores relativos de las capas límite hidrodinámicas y térmicas, siendo el lazo entre campo de velocidad y temperatura, es una combinación de propiedades del fluido, puede considerarse como una propiedad que es función de temperatura principalmente.

Las propiedades termofísicas en el número de Prandtl son:

| | | | |
|---|---|---|---|
| $\alpha$ | difusividad térmica | $k/\rho C_p$ | $m^2/s$ |
| $\nu$ | Viscosidad cinemática | $\mu/\rho$ (viscosidad dinámica/densidad) | $m^2/s$ |

Debido a que la transferencia de calor en la superficie se da por conducción existe un parámetro que relaciona la resistencia térmica conductiva a la resistencia térmica convectiva; este parámetro es el número de Nusselt (la conductividad térmica es la del fluido):

$$Nu = \frac{hL}{k} \qquad \text{Ecuación 9}$$

Donde:

h= Coeficiente convectivo de transferencia de calor ($W/m^2 {}^oC$ o $Btu/h.ft^2 {}^oF$)

L= Longitud característica (m o ft)

K= Conductividad térmica del fluido (W/mºC o Btu/hrftºF)

Otros parámetros importantes son el número de Reynolds el cual indica el tipo de flujo y el Grashof que puede interpretarse físicamente como un grupo adimensional que representa el cociente entre las fuerzas de flotabilidad y las fuerzas viscosas en la corriente de convección natural.

$$Gr = \frac{g\beta\rho^2 L^3}{\mu}\Delta T \qquad \text{Ecuación 10}$$

Donde:

g =Fuerza de gravedad

$\beta$= Coeficiente de dilatación volumétrica

L= Longitud característica

$\rho$= Densidad del fluido

$\mu$= Viscosidad dinámica

$\Delta$T= Diferencia de temperatura entre la pared y el medio ($T_p$-$T_\infty$)

## 2.5. Convección forzada

En la convección forzada el flujo másico es generado por algún medio mecánico y la velocidad del fluido viene impuesta normalmente por la acción de una bomba o un ventilador haciéndolo independiente de los cambios de densidad. Las propiedades que determinan el sistema son las referentes al fluido ($\rho$, $\mu$, Cp, v,) y las de la geometría del cilindro, placa o esfera.

El análisis exacto de la capa límite mediante la solución de Blasius sobre una placa plana puede ampliarse para la transferencia de calor por convección para placa plana en flujo laminar (Welty y Colaboradores, 2001).

Las ecuaciones de capa límite incluyen la ecuación de continuidad bidimensional incompresible (Welty y Colaboradores, 2001);

$$\frac{\partial v_x}{\partial_x} + \frac{\partial v_y}{\partial_y} = 0 \qquad \text{Ecuación 11}$$

Y la ecuación del movimiento en dirección x (Welty y Colaboradores, 2001):

$$\frac{\partial v_x}{\partial t} + v_x \frac{\partial v_x}{\partial x} + v_y \frac{\partial v_x}{\partial y} = v_\infty \frac{dv_\infty}{dx} + v \frac{\partial^2 v_x}{\partial y^2} \qquad \text{Ecuación 12}$$

La ecuación en movimiento en dirección y conduce a la presión constante a través de la capa límite. La forma de la ecuación de energía para flujo isobárico se representa en forma bidimensional como (Welty y Colaboradores, 2001):

$$\frac{\partial T}{\partial t} + v_x \frac{\partial T}{\partial x} + v_y \frac{\partial T}{\partial y} = \alpha \left( \frac{\partial 2T}{\partial x2} + \frac{\partial 2T}{\partial y2} \right) \qquad \text{Ecuación 13}$$

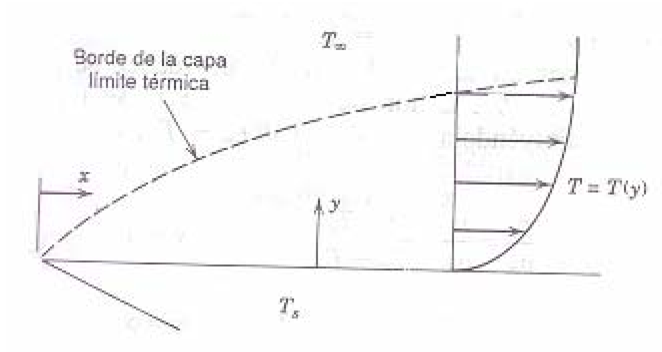


**Figura 2.2** Capa límite térmica para flujo laminar sobre superficie plana (Welty y Colaboradores, 2001)

En la figura mostrada $\partial^2T/\partial x^2$ es mucho menor en magnitud que $\partial^2T/\partial y^2$. En el flujo continuo, incompresible, bidimensional e isobárico, la ecuación de energía que se aplica es (Welty y Colaboradores, 2001):

$$v_x \frac{\partial T}{\partial x} + v_y \frac{\partial T}{\partial y} = \alpha \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} \qquad \text{Ecuación 14}$$

Para la solución a estas ecuaciones se deben satisfacer las condiciones:

1. Los coeficientes de los términos de segundo orden deben ser iguales, requiere que $\nu = \alpha$ lo equivalente a Pr=1.
2. Las condiciones límite para la temperatura deben ser compatibles con las de velocidad, lo cual se logra si se cambia la variable dependiente de T por $(T-T_s)/(T_\infty-T_s)$.

Al imponer estas condiciones es posible la solución analítica de estas ecuaciones.

Al aplicar las ecuaciones de razón de cambio de Newton y Fourier se obtiene:

$$\frac{q_y}{A} = h_x(T_s - T_\infty) = -k\frac{\partial T}{\partial y} \quad y=0 \qquad \text{Ecuación 15}$$

De donde:

$$h_x = -\frac{k}{T_s - T_\infty}\frac{\partial T}{\partial y} = \frac{.332k}{x}\mathrm{Re}_x^{\ 1/2}$$ Ecuación 16

0

$$\frac{h_x x}{k} = Nu_x = .332\,\mathrm{Re}_x^{\ 1/2}$$ Ecuación 17

Pohlhausen consideró el mismo problema con el efecto adicional de un número de Prandtl distinto a la unidad (Welty y Colaboradores 2001).

$$\frac{\delta}{\delta t} = \mathrm{Pr}^{1/3}$$ Ecuación 18

El número de Nusselt se convierte en:

$$Nu_L = \frac{hL}{k} = .664\,\mathrm{Pr}^{1/3}\,\mathrm{Re}_L^{\ 1/2}$$ Ecuación 19

Se evalúan las propiedades a la temperatura de la película.

$$T_f = \frac{T_p + T_\infty}{2}$$ Ecuación 20

A partir de este análisis, los datos de transferencia de calor dependen del número de Reynolds y Prandtl. La forma general queda de la siguiente manera para cualquier tipo de geometría:

$$Nu = a\,\mathrm{Re}^b\,\mathrm{Pr}^c$$ Ecuación 21

Los valores de los coeficientes a, b, c y d son normalmente definidos a partir de datos experimentales utilizando algún método de regresión (http://www.trackofthewolf.com/ 5) o bien para el coeficiente de Prandtl a través de estudios realizados por Knudsen y Katz en líquidos en flujo transversal a cilindros se recomienda de 1/3 ($Pr^{1/3}$) (Holman, 1997).

### 2.6. Convección natural

El movimiento del fluido en la convección natural, resulta de las fuerzas de flotabilidad impuestas sobre el fluido:

1. Por la diferencia de densidad o de peso específico que aparece debido a las diferentes temperaturas. Esto produce que el fluido más frío circule hacia abajo y el más caliente hacia arriba, produciendo una corriente ascendente. En esta consideración participa la fuerza de gravedad.

2. Las partículas líquidas o gaseosas tienen movimientos relativos continuos, que aumentan al amplificar sus estados térmicos. Este movimiento transporta la energía calorífica en forma de energía cinética mientras se desplaza la partícula y va colisionando con las que encuentra en su camino, y a su vez éstas hacen lo mismo, verificándose una convección a nivel molecular.

Para el análisis de la transferencia de calor en convección natural se utiliza la ecuación diferencial de capa límite. La única fuerza que debe considerarse en el desarrollo es el peso del fluido. (Holman, 1997):

$$\rho u\left(\frac{\partial u}{\partial x}+v\frac{\partial u}{\partial y}\right)=-\frac{\partial p}{\partial x}-\rho g+\mu\frac{\partial^2 u}{\partial y^2}$$ Ecuación 22

El término $-\rho g$ representa la fuerza gravitatoria ejercida sobre el fluido.

El cambio de presión encima de la altura dx es igual al peso por unidad de área del elemento fluido (Holman, 1997).

$$\rho\left(u\frac{\partial u}{\partial x}+v\frac{\partial u}{\partial y}\right)=g(\rho_\infty-\rho)+\mu\frac{\partial^2 u}{\partial y^2}$$ Ecuación 23

La diferencia de densidades $\rho_\infty$-$\rho$ se puede expresar en función de coeficiente de dilatación térmica $\beta$. De modo que se tiene (Holman, 1997):

$$\rho\left(u\frac{\partial u}{\partial x}+v\frac{\partial u}{\partial y}\right)=g\rho\beta(T-T_\infty)+\mu\frac{\partial^2 u}{\partial y^2}$$ Ecuación 24

Esta es la ecuación del movimiento de la capa límite en convección natural.

La expresión para el espesor de la capa límite es:

$$\frac{\delta}{x}=3.93\,\mathrm{Pr}^{-1/2}(.92+\mathrm{Pr})^{1/4}Gr^{-1/4}$$ Ecuación 25

Donde el número Gr es el referente a la ecuación10.

El coeficiente de transferencia de calor puede evaluarse a partir de:

$$q=-kA\frac{dT}{dy}=hA(T_p-T_\infty)$$ Ecuación 26

La ecuación adimensional para el coeficiente de transferencia de calor resulta:

$$Nu=.508\,\mathrm{Pr}^{1/2}(.952+\mathrm{Pr})^{-1/4}Gr^{1/4}$$ Ecuación 27

Este análisis es para convección natural en una placa plana, es el caso más simple para ser tratado matemáticamente, para geometrías más complejas de acuerdo a la experiencia empírica para la obtención de coeficientes medios de transferencia de calor por convección natural se pueden representar para situaciones diversas en la forma funcional siguiente (Holman, 1997):

$$Nu = C(Gr_f \Pr_f)^m \qquad \text{Ecuación 28}$$

Donde el subíndice *f* indica que las propiedades en los grupos adimensionales se evalúan a la temperatura de la película (Ecuación 20).